



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

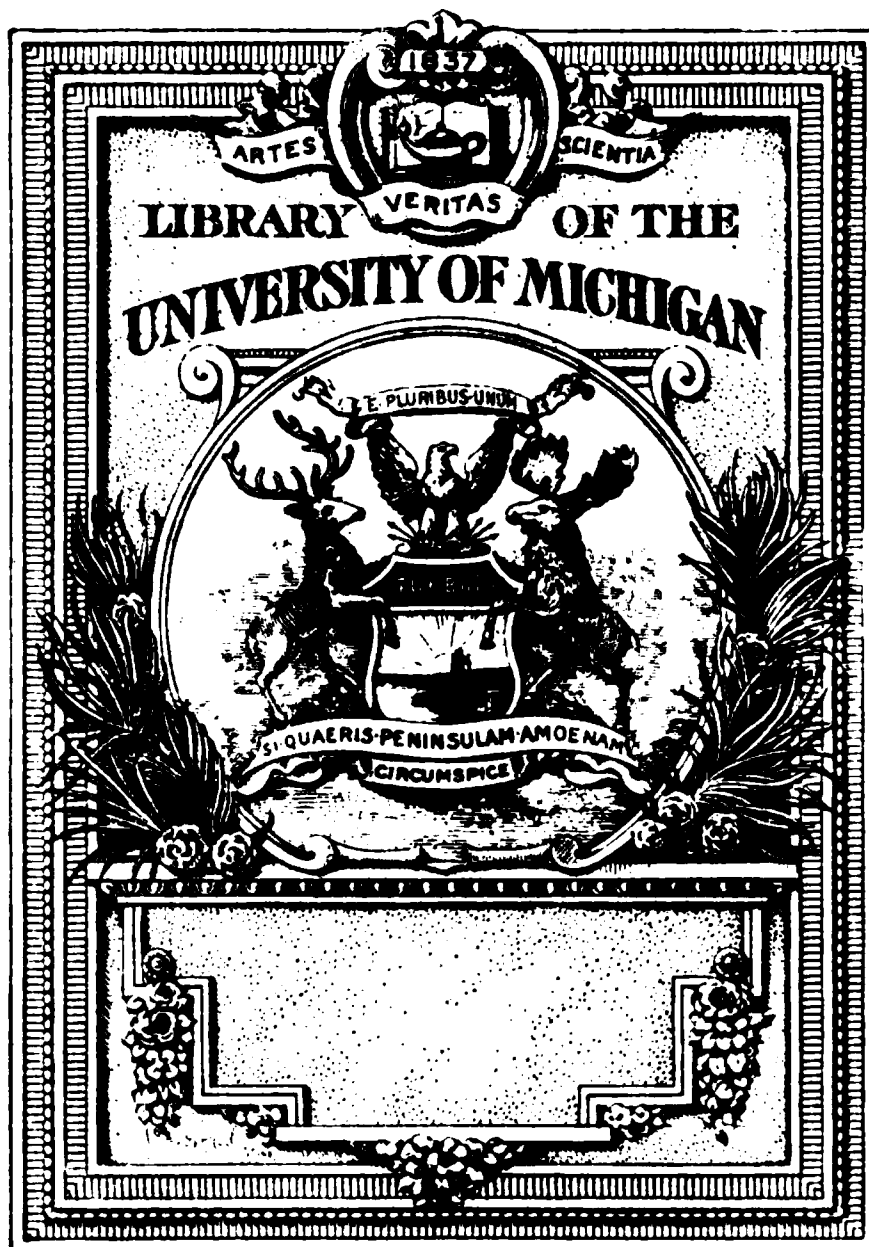
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



QA
31.
E84
1883
suppl.

EUCLIDIS^e
OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

SUPPLEMENTUM:

**ANARITHI IN DECEM LIBROS PRIORES ELEMENTORUM
EUCLIDIS COMMENTARII EDIDIT M. CURTZE.**



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCXCIX.

ANARITII
IN DECEM LIBROS PRIORES
ELEMENTORUM EUCLIDIS
COMMENTARII.

EX INTERPRETATIONE GHERARDI CREMONENSIS
IN CODICE CRACOVIANSI 569 SERVATA

EDIDIT

MAXIMILIANUS CURTZE,
PROFESSOR THORUNENSIS.



LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCXCIX.

LIPSIÆ: TYPIS B. G. TEUBNERI.

ALTISSIMO AC SERENISSIMO DUCI ASCANIAE

FRIDERICO

HUMILLIME SUMMAQUE CUM OBSERVANTIA DEDICATUM.

PRAEFATIO.

Cum tempore aestivo anni 1896 beneficio Amplissimae Academiae Regiae Scientiarum Berolinensis occasio mihi oblata esset publicas Germaniae Austriaeque bibliothecas perscrutandi ad promovendam scientiam operum ad geometriam imprimis mediæ aevi pertinentium, bibliothecam quoque Universitatis Cracoviensis adii, ibique in codice 569 in versionem incidi GHERARDI CREMONENSIS Commentariorum, quos edidit Arabice ABÛ'L 'ABBÂS AL-FADL BEN HÂTÎM AN-NAIRÎZÎ, ANARITIUS ab interprete nominatus, ad decem libros priores Elementorum EUCLIDIS. Quae versio iamdiu ab hominibus doctis frustra quaesita maximum mihi gaudium afferebat. Intercedente Illustrissimo Ministro, qui rebus ecclesiasticis etc. praeest, codex ille Thorunium missus est, ut eo in Bibliotheca Gymnasii Regii uti possem. Hic totos commentarios exscripsi.

Illustrissimo Ministro nec minus Amplissimae Academiae, cuius ope iter illud feci, et hoc loco gratias agere quam maximas et fas est, et animus me urget. Quae Illustrissima Academia iterum beneficium suum eo augere decrevit, quod magnam partem impensarum imprimendi suo sumptu suppeditavit.

Quae de codice manuscripto dicenda sint, quaeque de opere ipso, quod pro cognoscenda scientia mathematica antiquitatis classicae maximi momenti esse demonstrabitur, in prolegomenis declarabimus.

Hic demum gratias summas agere cupio viro cel. B. G. TEUBNERO, qui commendationi amici et sui et mei, MAURITII CANTORIS, obsecutus lubentissime hos commentarios „*Bibliothecae*“ suae inserere decrevit, nec non viris doctissimis J. L. HEIBERGIO et H. MENGIO, quorum auctoritate hunc librum supplementum editionis suae EUCLIDIS nominare licet.

Scripsi Thorunii, mense Martio anni 1899.

Maximilianus Curtze.

PROLEGOMENA.

Commentarios, quos in paginis sequentibus edimus, scripsit ABÛ'L 'ABBÂS AL-FADL BEN HATIM AN-NAIRÎZÎ ad decem priores libros Elementorum EUCLIDIS¹⁾, et GHERARDUS CREMONENSIS eos ex Arabico Latine vertit saeculo duodecimo.²⁾ Eos maximi esse momenti inde apparet, quod in iis continentur commentarii, quos SIMPLICIUS ad introductionem primi libri³⁾, quos GEMINUS

1) In libro *Kitâb al-Fihrist*, quem edidit IBN ABÎ JA'KUB AN-NADÎM anno 987 p. Chr. (anno Hegirae 377), de AN-NAIRIZIO legimus (Das Mathematiker-Verzeichnis im Fihrist des IBN ABÎ JA'KUB AN-NADÎM übersetzt von Dr. H. SUTER) p. 35: „ABÛ'L 'ABBÂS AL-FADL BEN HATIM AN-NAIRÎZÎ gehörte zu denen, auf deren Autorität man sich gerne bezog in der Astronomie, namentlich in der beobachtenden. Er schrieb: Das grofse Buch der Tafeln. Das kleine Buch der Tafeln. Ueber die Gebetsrichtung (nach Mekka). Einen Commentar zum Quadripartitum des PTOLEMAIOS. Ueber die atmosphärischen Erscheinungen, für AL-MU'TADID verfaßt. Das Buch der Beweise und der Herstellung von Instrumenten, mit welchen entfernte Gegenstände deutlich gemacht werden.“ SUTER addit in nota (p. 67): „Weitere Angaben über sein Leben habe ich nicht gefunden, da er aber für AL-MU'TADID ein Werk verfaßt hat, so muß er ums Jahr 900 zur Zeit TÂBITS gelebt haben.“ Porro p. 16 sub verbo EUCLIDES inveniuntur verba: „Ferner commentierte es“ (id est librum elementorum EUCLIDIS) „AN-NAIRÎZÎ“; sub verbo PTOLEMAIOS quoque (p. 20) legimus: „Es wurde schon gesagt, daß auch AL-HIDSIHADSIH BEN MATAR dieses Werk (scilicet Almagestum) übersetzt hat, welche Uebersetzung von AN-NAIRÎZÎ umgearbeitet (commentiert) wurde.“

2) Videas B. BONCOMPAGNIUM in libro, qui inscribitur: *Della vita e delle opere di GHERARDO CREMONESE traduttore del secolo duodecimo e di GHERARDO DA SABIONETTA astronomo del secolo decimoterzo*. Roma 1851 (p. 4—5): „Haec vero sunt nomina librorum, quos transtulit: . . . Liber ANARITHI super EUCLIDEM.“

3) Fihrist l. l. p. 21: „SIMPLIKIOS der Griechen. Er verfaßte: Einen Commentar zum Anfang des Buches des EUKLEIDES, welcher eine Einleitung in die Geometrie bildet.“

ad quintum postulatum, quos HERO ad primos octo libros Elementorum scripsisse feruntur¹⁾, qui Graece scripti prorsus perierunt. Commentarios AN-NAIRIZII redactor primae versionis Arabicae EUCLIDIS, ALHADSCHDSCHADSCH BEN JÛSUF BEN MATHAR, suae editioni interposuit. Cum autem huius editionis non nisi libri 1—6 servati sint unico codice Leidensi 399, 1, quem O. L. BESTHORNUS et J. L. HEIBERGIIUS Arabice et Latine edendum curant²⁾, neque hi toti, cum in primo libro plura folia interciderint notas SIMPLICII ad definitiones 22 priores primi libri EUCLIDIS continentes, noster codex plurimi faciendus est, qui et hanc partem Commentarii SIMPLICII et commentarios ad libros 7—10 EUCLIDIS contineat.

Codicis Leidensis 399, 1 primus, quod sciam, PAULUS TANNERY mentionem fecit in libro, qui inscribitur „*La géométrie grecque*“³⁾, et partem commentarii HERONIS franco-gallico sermone vulgavit. Quae autem de autenticitate excerptorum Heronianorum et his similibus dixit, non omnibus partibus sibi constare editio completa commentariorum demonstrabit. Nam, ut exemplum afferam, ex contextu AN-NAIRIZII statim sequi mihi videtur, illum commentarios ipsos HERONIS in manibus habuisse, quod TANNERY l. l. negat.⁴⁾ Praeter nostrum codicem fortasse etiam *Manuscriptum Digby* 168²⁸ vel totum AN-NAIRIZII opus vel fragmentum eius servasse nuper admonuit MAURITIUS STEINSCHNEIDER.⁵⁾

1) Ibidem p. 16: „Dieses Buch (die Elemente des EUKLEIDES) commentierte dann, indem er seine Schwierigkeiten zu lösen suchte, HERON.“

2) Codex Leidensis 399, 1. EUCLIDIS Elementa ex interpretatione AL-HADSCHDSCHADSCHII cum commentariis AL-NAIRIZII. Arabice et Latine ediderunt notisque instruxerunt R. O. BESTHORN et J. L. HEIBERG. Pars I. Hauniae MDCCCXCVII.

3) *La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons. Essai critique* par PAUL TANNERY. Première Partie. Histoire générale de la géométrie élémentaire. Paris 1887, p. 165—178: Chapitre XIII: HÉRON sur EUCLIDE.

4) L. l. p. 174: „Est-il probable que le Commentaire de HÉRON ait encore subsisté intégralement chez les Arabes et soit tombé entre les mains de NAIRIZI vers l'an 900 de notre ère? Je n'hésite pas à répondre non.“

5) Videas: Miscellen zur Geschichte der Mathematik. Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin. 11. SIMPLICIUS, der Mathematiker (Bibliotheca Mathematica. Stockholm 1892. T. VI)

Codex igitur 569 (DD. IV. 19) Bibliothecae Universitatis Cracoviensis est pergamenus in folio latus 20, altus 27 centimetra. Scriptus est longis versibus (64 pro pagina) una eademque manu XIV saeculi. Paginae impares imparibus numeris 1—401 numerantur, pares autem paginae numeris carent. Adduntur tria folia vacua, ut totus numerus paginarum sit $408 = 204$ foliorum. Primum autem et ultimum folium a bibliopega solum talia addita sunt, qualia hodie „*Schutzblätter*“ nominare solemus, neque cum aliquo folio primae vel ultimae quaternionis cohaerent. Quaterniones singulae in ultimis paginis talibus notis insignitae sunt, quales SCHUM in sua Codicum Amplonianorum descriptione „*Eckwortcustoden*“ nominavit.¹⁾ Primum folium olim involucro agglutinatum fuisse certa vestigia adsunt, quare in prima pagina scripta legi non possunt. Hoc autem prius factum esse constat, quam codex hodierno tegumento ligneo corio impressionibus ornato cooperto non ante saeculum XVI exeuntem munitus est. Quae in secunda pagina scripta leguntur, quaedam ad historiam codicis spectantia praebent. Ad indicem enim contentorum in codice alia manus adscripsit:

Hec scriptura est Doctoris MATHIE DE MIECHOW,
eademque manu additur:

Datus pro Libreria Universitatis studij Cracovieñ per Venerabilem Dominum Doctorem MATHIAM DE MIECHOW Canonicum Cracovieñ.

Ad hanc notam clarissimus vir IOANNES BROSCIUS haec adscripsit:

p. 7—8: „Ms. Digby 168²⁸ (Catalog v. MAKRAY p. 175) enthält ein Stück: De expositione lib. EUCLIDIS de geometria secundum AUARIZIUM (sic) beginnend: „SANBELICHIUS etc.“; letzterer Namen ist ohne Zweifel eine aus dem Arabischen stammende Umschreibung von SIMPLICIUS. In dem Namen AUARIZIUS steckt höchst wahrscheinlich ANARITIUS, d. i. der bekannte Commentator NEIRIZI; in der Liste der Übersetzungen GERARD'S VON CREMONA, Nr. 15 heißt es „*Liber anaritii super Euclidem tr. I*“. Eine Handschrift dieser Übersetzung ist allerdings bis jetzt noch nicht nachgewiesen. Sollte Ms. Digby ein Fragment derselben enthalten?

1) WILHELM SCHUM, Beschreibendes Verzeichniss der Amplonianischen Handschriften-Sammlung zu Erfurt. Berlin 1887. p. 1 not. 1.

Hec scriptura est NICOLAI DE WICHYHA Doctoris Medicinae. Ego JOHANNES BROSCIUS Curzeloviensis acceperam istum librum a Clarissimo Domino VALENTINO FONTANA anno 1614. Vide privilegium Astrologi ordinarij, in quo auxit causam ipsius pie memorie Dominus MATHIAS MIECHOWITA, ubi mentionem fecit huius et aliorum librorum. Deus illi intribuat in æterna beatitudine.

Ex possessione igitur professoris Cracoviensis MATHIAE DE MIECHOWO codex ille ad usum professoris astronomie, eo tempore VALENTINI FONTANAE, bibliothecae universitatis donatus est. Sed non ante annum 1614 FONTANA eum JOHANNI BROSCIO, illo tempore Bibliothecario universitatis, tradidit. Ex quo tempore ergo manuscriptum certe in Bibliotheca Universitatis servatur.¹⁾

Contenta in codice haec sunt (pp. 3—6) vacant.

- 1) p. 7—80: Expositio ANARITHI X primorum librorum geometriae EUCLIDIS;
- 2) p. 80—99: Libri XI—XV EUCLIDIS (ex interpretatione ATELHARDI);
- 3) p. 99—102: Liber de crepusculis matutino et vespertino, quem fecit ALI HOMADI²⁾ translatus a Mg^{ro} CREMONENSI Toleti de arabico in latinum.;
- 4) p. 103—132: Libri III THEODOSII de sphaeris³⁾;
- 5) p. 132—235: Liber JEBER, quo corrigitur Almagestis PTOLOMEI⁴⁾;
- 6) p. 235—245: Liber MESSEHALAC de causa motus orbis et natura eius⁵⁾;
- 7) p. 245—261: Liber ALACEN de aspectibus⁶⁾;
- 8) p. 261—262: Liber TIDEI de ymagine speculi⁷⁾;

1) De vita et scriptis MATHIAE DE MIECHOWO, VALENTINI FONTANAE et JOHANNIS BROSCII videas librum JOHANNIS NEPOMUCENI FRANKE: JAN BROŽEK (J. BROSCIUS) *Akademik Krakowski 1585—1652*, Kraków 1884.

2) ALI HOMADI idem est cum IBN AL HEITHAM, id est ALHAZEN. De libro de crepusculis videas BONCOMPAGNIUM l. l. p. 5, l. 30.

3) Translatus ab eodem GHERARDO. Videas BONCOMPAGNIUM l. l. p. 5, l. 2.

4) Ex versione eiusdem GHERARDI. Cfr. BONCOMP. l. l. p. 5, l. 22.

5) Hic quoque ex translatione GHERARDI. Cfr. ibid. p. 5, l. 23.

6) Ut BONCOMPAGNIUS l. l. demonstrat, etiam a GHERARDO versus.

7) Translatus a GHERARDO. BONCOMP. l. l. p. 5, l. 14.

- 9) p. 263—296: Optica seu perspectiva PTOLOMEI (est versio EUGENII AMIRACEI SICULI de Arabico¹);
 10) p. 299—402: EUCLIDIS Geometria ex editione CAMPANI. Subito in libri XI propositione XXIX abrumpitur verbis: *sed non super lineam unam. Sitque.*

Qui scripsit librum, eum de mathematica pauca vel nihil sciuisse verisimillimum est. Male enim saepe verba et sensum interpretis mutilavit et detorsit. Ut exempla afferam, pro *erigitur* scripsit $\overline{eit} \overset{i}{g}$, id est *erit igitur*, pro *centum* saepius *centrum*. Pro *et altera* scripsit *et latera*, *super filium* pro *superfluum*, *queretetur* pro *queretur*, rectamque lectionem *quesitam* pluries in *que scitam* convertit. Innumerabiles paene sunt omissiones per homoeoteleuta, quae vocantur, iterationesque eiusdem verbi vel verborum. Figurae quoque, quamquam optime videntur delineatae, pessime tamen depictae sunt. Neque enim proportio partium servata est, neque forma earum semper textui accommodata. Exempli gratia quadrata paene semper rectangulis, saepius quoque parallelogrammis descripta sunt, ut in figura propositionis Heronianae, qua docetur tres lineas auxiliares in theoremate Pythagorico ductas in eodem puncto se secare (videas p. 83).

In textu constituendo et lacunas codicis supplendo textus BESTHORNII HEIBERGII primi libri et commentarius PROCLI²) ad hunc librum EUCLIDIS maximum afferebant auxilium, usuque scribendi Gherardiano semel cognito et in sequentibus libris ab HEIBERGIO nondum vulgatis lacunas implere malasque lectiones rectificare non tam difficile erat. In definitionibus, petitionibus et axiomatibus EUCLIDIS declarandis textus quoque ipse EUCLIDIS ab auctore affertur et in initio primi libri et in omnibus, in quibus tales occurrunt. In theorematibus vero et problematibus, quos commentat auctor, solae additiones, non textus ipse propositionum, sed numeri tantum earum adscri-

1) Editus est liber a GILBERTO GOVI sub titulo: *L'ottica di CLAUDIO TOLOMEO da EUGENIO AMMIRAGLIO di SICILIA, scrittore del secolo XII ridotta in latino sopra la traduzione araba di uno testo greco imperfetto ora per la prima volta conforme a un codice della Bibl. Ambrosiana pubblicata.* Torino 1885.

2) Usus sum editione FRIEDLEINII: PROCLI DIADOCHI in primum EUCLIDIS elementorum librum commentarii. Lipsiae M. DCCC. LXXIII.

buntur. In notis igitur addidimus textum propositionum secundum lectionem editionis ERHARDI RATDOLT Venetiis 1482 versionis CAMPANI¹⁾ quae cum et ipsa ex fonte Arabico defluerit, melius cum versione ab AN-NAIRIZIO adhibita consensisse videtur quam textus Graecus HEIBERGII.

Cum adhuc in octavo libro duae additiones HERONIS adferantur, commentarios eius usque ad hunc librum se extendisse verisimillimum videtur. Quae deinde in libro nono et in prima parte decimi leguntur etiam ex fonte Graeco manasse patet. In secunda autem parte decimi libri solum Arabem sentimus, quod et forma elocutionis — ut: *si deus voluerit* — et usu notarum numerorum, quae Arabicae dicuntur, et algebrae evidentissime demonstratur, ut paene credas duo separata opera a GHERARDO in unum opus consociata esse. Praeterea hoc verisimilius fit, cum in fine primae partis libri decimi et ante initium secundae duae propositiones libri noni, XIII^{ma} et XXXVIII^{ma}, id est ultima, addantur genuinae versionis Euclidae, fortasse unicum fragmentum interpretationis Gherardianae EUCLIDIS. Has duas propositiones, ut fas erat, nono libro suo quamque loco addere placuit.

Quae ad textum codicis addenda putavimus, uncis fractis < > inclusimus, reiicienda vero uncis quadratis [] circumdata sunt. Unci rotundi () nihil aliud sunt nisi interpunctionis signa, neque ad rem criticam pertinent. Lacunas, quas supplere non potuimus, serie punctorum determinavimus, lineola verticali | finis paginarum codicis adnotatur. In varia lectione eorum, quae uncis inclusimus, et lacunarum iterum mentionem facere supervacaneum putavimus. In adnotationibus loca PROCLI et aliorum ad textum AN-NAIRIZII declarandum utilia laudavimus.

In sua versione GHERARDUS paene nunquam superlativo utitur, sed solo comparativo cum sensu superlativi. Exempli gratia p. 5, l. 22 legimus: *brevior dimensio* pro *brevissima dimensio*, et ibidem 1, 34: *cum breviori linea* pro *cum brevissima*

1) Preclarissimū opus elementorū Euclidis megarēsis vna cū cō|mentis Campani p̄spicacissimi in artē geometriā incipit felicit'. In fine: ¶ Opus elementorū euclidis megarenfis in geometriā artē In id quoq; Campa|ni p̄spicacissimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor | solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M. cccc. lxxxij. Octauis. Caleñ. | Juñ. Lector. Vale.

linea. Eodem modo utuntur fere omnes mathematici scriptores medii aevi, huiusque usus memor esse debet, qui in eorum studia incumbit. Nominibus auctorum Graecorum GHERARDUS ea forma utitur, quae apud Arabes vulgata erat, quare legimus ASAMITHES pro ARCHIMEDE, SAMBELICHUS pro SIMPLICIO, AGANIS pro GEMINO, YRINUS pro HERONE.

Ex commentariis HERONIS ille, quem ad secundum librum scripsit, maxime ei proprius esse videtur, qui modos illos docet, quos hodie „*Klammerauflösen*“ et „*Absondern*“ nominare solemus. Quos modos in adnotationibus modernis signis denotavimus. AN-NAIRIZIUS quoque in libro quarto *analysim demonstrationis* primus adhibuisse videtur, qua docetur, quomodo auctor elementorum solutiones problematum et demonstrationes theorematum invenerit. Hic quoque ea, quae de constructione ABÛL WEFÆ in adnotatione 1 ad pag. 75 dicta erant, revocanda sunt. ABÛL WEFÂ, qui natus est anno p. Chr. 940, auctor esse non potest constructionis, cuius AN-NAIRIZIUS meminit, qui circa annum 900 p. Chr. floruit. Haec igitur constructio, quae una circuli apertura conficitur, ex Graeco fonte manasse ipsique fortasse HERONI adscribenda esse videtur. Quae res eo verisimilior fit, quod etiam constructio HERONIS ad propositionem undecimam primi libri (v. p. 55) addita una circini apertura conficitur. Hinc ergo efficitur, quod KUTTA l. l. negat, Graecos problemata una apertura circini soluta confecisse, quamquam ille locus Collectionis PAPPI, quo MAURITIUS CANTOR in hac re usus est, ut recte admonuit KUTTA, ad huiusmodi constructiones non pertinet.

Cum in itinere illo Monachii essemus, nobis communicavit vir celeberrimus FR. BOLL fragmenta quaedam saeculi X, cooperulo codicis Bibliothecae Universitatis Regiae Monacensis depromta, quae statim ad EUCLIDEM pertinere intelleximus, sed nescivimus, sitne commentarius an quid aliud. Liberalitate Bibliothecae Monacensis factum est, ut fragmentis illis in Bibliotheca Gymnasii Regii Thoruniensi uti potuerimus, et ibi cognovimus versionem esse EUCLIDIS e Graeco textu factam verbum pro verbo reddendo. Auctor autem versionis litteris ad figuras ab EUCLIDE positae pro numerorum notis habitis semper et in figuris et in contextu litteras per numeros transtulit, exempli gratia *T* per tringentos, *ζ* per septem exprimendo. Fragmenta illa his prolegomenis inserere placet, textum quoque Graecum non HEIBERGHII sed Theoninum editionis ab AUGUST factae

addere ¹⁾, quia ex tali exemplari versum esse facile intelligitur. Fragmentum ergo Bibliothecae Regiae Universitatis Monacensis 2° 757 insignitum duobus constat foliis pergamenis, primo quidem 332^{mm} alto et 215^{mm} lato, secundo autem 218^{mm} alto et 188^{mm} lato, binis columnis scriptis, 30 versibus pro columna. Secundo folio a bibliopega in superiore latere una linea et angulus externus abscissus est, sed abscissa facile suppleri possunt. Multa autem, quia folia cooperculo agglutinata fuerant, ita evanuerunt, ut vix vel omnino legi non possunt. Primum folium primo libro est excerptum, secundum secundo. Forma elocutionis interpretem Italum indicare videtur. Quis enim nisi Italus *Capitolo nono* inscripserit paragrapho? Qui vertit EUCLIDEM, eum de Graeca lingua perpauca tantummodo cognovisse patet, neque de mathematicis bene instructus videtur. Saeculo autem decimo hominem certe non indoctum EUCLIDEM ex ipso Graeco textu vertisse haud sane contemnendum videtur, nec supervacaneum videbitur, hoc fragmentum talis versionis publici iuris facere. Est igitur textus fragmenti ille.

1) *Ευκλείδου Στοιχεία* EUCLIDIS Elementa graece edita ab E. F. AUGUST. Pars I. Berolini 1821.

[Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]

*Ἐστω τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$, ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα τῆς $B\Gamma$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $A\Delta$, $B\Gamma$. [λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Delta B\Gamma$ τριγώνῳ.]

Ἐκβεβλήσθω ἡ $A\Delta$ ἐκότερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ EZ , καὶ διὰ μὲν τοῦ B τῇ $ΓA$ παραλλήλος ἦχθω ἡ BE , διὰ δὲ τοῦ $Γ$ τῇ $B\Delta$ παραλλήλος ἦχθω ἡ $ΓZ$.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἐκότερον τῶν $EB\Gamma A$, $\Delta B\Gamma Z$. καὶ ἴσον τὸ $EB\Gamma A$ τῷ $\Delta B\Gamma Z$. ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως εἰσι τῆς $B\Gamma$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $B\Gamma$, EZ . καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν $EB\Gamma A$ παραλληλογράμμου ἡμισυ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον, ἡ γὰρ AB

| secundo & tertio et in col. 1
ipfif utrifq; quę pri
mo quarto secundo
tertio ex segregatur
5 enī quę primo & quar
to utriufq; partef ad
quinto feptimo signo
& enī de secundo quę
tertio primo ab inui
10 cem ueni & quę secun
do & quinto quę aū quo
secundo & quarto
ab inuicem ueniunt
quę tertio & primo

15 ab inuicem . . er . .
dico effe ab inuicem qu.
rum primo quinto
secundo tertio primo
quarto secundo p
20 rimo inuicem equa
les quę quinto secund.
tertio primo quo
quarto secundo ter

secundo et tertio et in
ipsis utrisque quae primo
quarto secundo tertio. Ex
segregatur enim quae primo
et quarto utriusque partes
ad quinto septimo signo,
etenim de secundo quae
tertio primo ab invicem
veniet quae secundo et
quinto, quae autem quo
secundo et quarto ab invi
cem veniunt quae tertio
et primo.

Ab invicem <num> er <um>
dico esse ab invicem quo
rum [primo] quinto secundo
tertio primo quarto se
cundo primo <septimo>, in
vicem aequales quae quinto
secund <o> tertio primo quo
quarto secundo tertio sep
timo. Quod enim in ipsis

tio septimo quod enim
 25 ix ipsif gratib; sunt
 que secundo tertio
 ¶
 que secundo tertio
 quinto septimo est
 so autem quidem quinto
 | secundo tertio pri
 mo f. b . . . a . . .
 tera nos q lef
 ter fec
 s secundo 1 quadr
 angulo que . . .
 o secundo Numeruf
 eius quasi dimidiuf
 qui autem quarto
 10 secundo tertio & sep
 timo ab invicem q . . .
 tera nos qdem pr . . .
 quarto secundo tri
 . . . gulo
 15 quarto tertio pro
 pter a sef quasi dimi
 diuf f equa
 les Nos equa
 lis que equales prim

gradibus sunt quae se-
 cundo tertio et in ipsis
 aequales quae secundo
 tertio. quinto septimo.
 Est autem quidem quinto
 secundo tertio primo <ab
 invicem> littera nos [q<uae
 aequa>les ter<tio> secun-
 do], <primo> secundo
 tertio quadrangulo, quae
 <enim prim>o secundo nu-
 merus eius quasi dimidius.
 Qui autem quarto se-
 cundo tertio et septimo
 ab invicem a<uae lit>tera
 nos quid
 secundo'
 enim> c
 pter asses quasi dimidius.
 <Quae sunt> aequales nos
 <sunt> aequalis. Quae
 aequales primo esse <quo>
 primo secundo <tertio>
 triangulo quae quarto se-
 cundo tertio triangulo.

col. 3

διάμετρος αὐτὸ διχα τέμνει.

τοῦ δὲ $\triangle B\Gamma Z$ παραλληλογράμμου ἡμῶν
τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον,

ἡ γὰρ $\angle \Gamma$ διάμετρος αὐτὸ διχα τέμνει.
Τὰ δὲ τῶν ἰσων ἡμίση ἴσα ἐκλήλοις ἐστί.
ἴσων ἄρα ἐστὶ τὸ $\triangle B\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\triangle B\Gamma$
τρίγωνῳ.

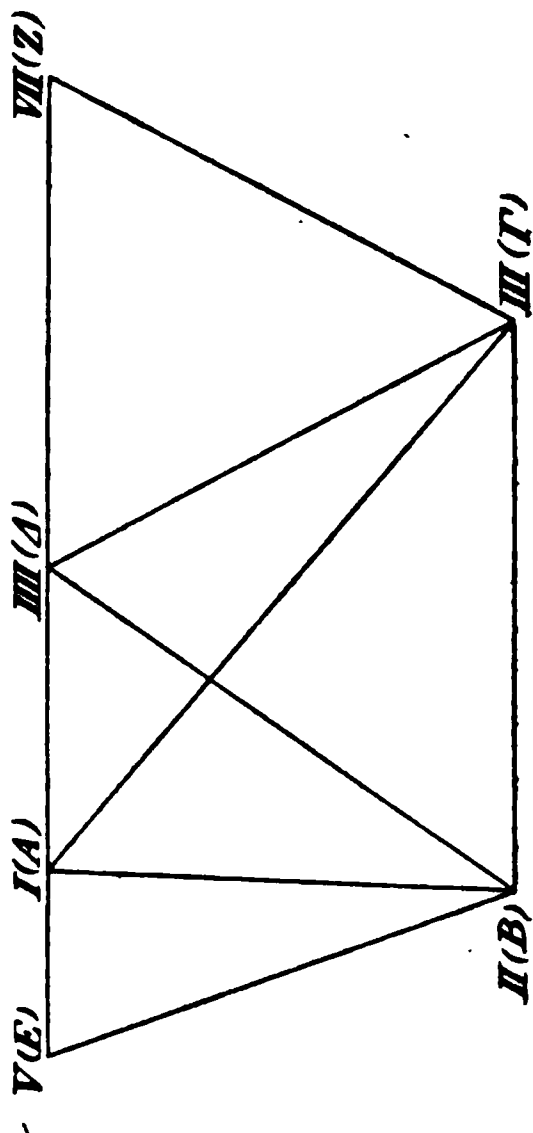
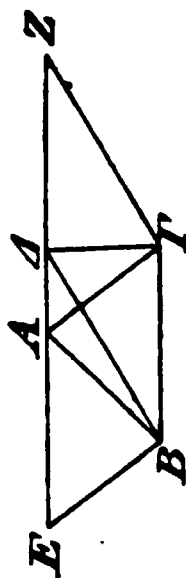
Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

20 0 esse primo
secundo tri
angulo que quarto
secundo tertio tri
angulo ¶ que autem
25 triangula que in
ipsif gradib; funt
& in ipsif ab utrūq
utrūqueq; ^a ft ē quod oportet ostendere. | fol. 1^o

Quae autem triangula,
quae in ipsis gradibus sunt,
et in ipsis ab utrumque
aequalia utrumque sunt.
Quod oportet ostendere.

EUCCLIDIS Elementa ed. AUGUST.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς ἀντίης
βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς ἀνταῖς παρ-
αλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει
δείξαι.



Πρότασις λη'.

Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ $ABΓ$, $ΔEZ$ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν $BΓ$, EZ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς BZ , $ΑΔ$.

λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον
 τῷ $ΔEZ$ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΑΔ$ ἐφ' ἐκάτερα

Cap. xxxviii.

Quadrangula¹⁴
 quo equalis
 gradus sunt Et
 in ipsis utraque equalis
 ad invicem
 alterutrum sunt

¶ Erunt triangu-
 lae primo secundo
 & tertio quarto

quinto & septimo
 in utraque gradi-
 bus; quorum secun-
 do tertio quinto

& septimo quidem
 in ipsis utriusque
 quo secundo & sep-
 timo primo quar-
 to scito quod equalis
 sint quo primo
 secundo tertio tri-
 angulum quo quar-
 to quinto & septi-
 mo triangulo desepa-

Capitolo XXXVIII.

Quadrangula quo aequalis gradus sunt et in ipsis utraque aequalia alterutrum sunt.

Erunt triangu-
 lae primo secundo et tertio,
 quarto quinto et septimo
 in utraque gradibus quo-
 rum secundo tertio, quinto
 et septimo, quidem in ipsis
 utriusque quae secundo et
 septimo, primo quarto,
 scito, quod aequales sint
 quo primo secundo tertio
 triangulum quae quarto
 quinto et septimo triangulo.

col. 2

Deseparantur enim quae

Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

rantur enim quę primo & quarto quorū ambob; partib; quo octauo & Nono & primo . . . stabit secundo & quo tertio & primo utriusque coniungitur quę secundo octauo quę secundo octauo quod autē septimo quarto & quinto ptes inuicem coniunguntur quo septimo & nono utriusqu; littera ē de ambob; quę secundo tertio primo quarto quinto septimo Nono & equalif sunt quę secundo tertio primo quod autem septimo Nono quod autem equalis gradus sunt quę secundo tertio

primo et quarto quorum ambobus partibus quo octavo et nono, et primo<anet> stabit secundo et quo tertio et primo utriusque coniungitur quae secundo octavo, quod autem septimo quarto et quinto partes inuicem coniunguntur quo septimo et nono.

Utriusque littera est de ambobus quae secundo tertio primo, quarto quinto septimo nono. Et aequales sunt quae secundo tertio primo quod autem septimo nono, quod autem aequalis gradus sunt quae secundo tertio, quinto et septimo et in ipsis uterque secundo septimo, octavo

Euclidis Elementa ed. August.

τὰ μέρη ἐπὶ τὰ H, Θ , καὶ διὰ μὲν τοῦ B τῇ ΓA παράλληλος ᾗχθῶ ἢ BH , διὰ δὲ τοῦ Z τῇ ΔE

παράλληλος ᾗχθῶ ἢ $Z\Theta$.

Παραλληλόγραμμον
ἔστω ἐκάτερον τῶν $HB\Gamma A, \Delta EZ\Theta$.
καὶ ἴσον τὸ $HB\Gamma A$ τῷ $\Delta EZ\Theta$,

ἐπὶ τε γὰρ ἴσων βάσεων εἰσι τῶν $B\Gamma, EZ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $BZ, H\Theta$.
καὶ ἐστι τοῦ μὲν $HB\Gamma A$ παραλληλογράμμου

et nono. Sunt quidem
quo secundo tertio primo
ab invicem.

<quae autem octuagissimo
et tricesimo quo> centis-
simo et septimo. Quadra-
gessimo et octuagessimo
quo octuagissimo et tri-
cessimo est aequalis. Mi-
nus adimplet enim quae
quadragessimo et trices-
simo ab invicem pinctum.
et qui primo et octavo
quidem quo centissimo et
septimo aequalis est. Illa
quarta enim quae primo et
octavo, quadragessimo et
octuagissimo, octuagissimo
et tricesimo, centissimo et
sexuagissimo aequales ab
inices sunt. Quae autem

25 quinto & septimo &
in ipsif uterque secun-
do septimo octauo
& Nono sunt quidem
quo secundo tertio
30 primo ab inuicht

Fol. 2^a
... centissimo & septimo
quadragessimo & oc-
tuagessimo quo octua-
gissimo & tricesimo est
equalis minus adimpl&
enī quę quadragessimo &
tricesimo ab inuice pinctū
& qui primo & octauo quidē
10 quo centissimo & septimo
equalis ē illa quarta enī
quę primo & octauo qua-
dragessimo & octuagissimo
Octuagissimo & tricesimo
15 Centissimo & sexuagissimo
equales ab inuices sunt quę
autem quattuor enim de
primo & octauo est qua

I p. 55, l. 27 sqq.
[τὸ δὲ ΠΑ τῷ] PZ. Ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ
ΠΑ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ
ΜΑ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα
τῷ PZ

ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ, ΜΠ,
ΠΑ, PZ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·

τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστὶ τετρα-
πλάσια. Ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα

Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

druplum manifestena
20 sunt enī & illa quattuor
quę tertio & uiciffimo uiciffimo & quarto octauo
& centiffimo Centeffimo & quinquagiffimo d&er
25 tio & uiciffimo quadruplicatum quę aū octauum quę
aū hab& quorū ducentiffimo tricientiffimo qua
dringentiffimo scito quadruplicatum est de primo | col. 2
... & uiciffimo ...
mo & secund ... o
& quarto est . qua
5 les illa secund . 1& uiciffima quę secunda
& quarta quod autē quadrages quę sub
primo & secundo secundo do & quarto quadri.
10 plum est quę primo

EUCLIDIS Elementa ed. AUGUST.

τὰ ΓΚ, ΚΔ, ΗΡ, ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια.

τὰ ἄρα οὕτως, ἃ περιέχει τὸν ΣΤΤ γνώμονα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἐστίν, ἴση γὰρ καὶ ἡ ΚΒ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τέτρακλις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ τετραπλάσιόν

ἐστι τοῦ ΑΚ. Ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τετραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΤ γνώμων.

quattuor enim de primo et octavo est quadruplum. Manifestena sunt enim et illa quattuor quae tertio et vicissimo et quarto, octavo et centissimo, centissimo et quingessimmo de tertio et vicissimo quadruplicatum.

Quae autem octavum quae ante habet quorum ducentissimo tricientissimo quadringentissimo scito quadruplicatum est de primo <et vicissimo. Et quae primo> et vicesimo <quae sub pri>mo et secund<o, secund>o et quarto est, <ae>quales illa secund<da> et vicesima quae secunda et quarta. Quod autem quadrages sub primo et secundo, secu<n>do et quarto

& uiceffimo monstr.		quadr<u>plum est quae	
tū ē enim de primo &		primo et vicesimo. Mon-	
uiceffimo quadru		str<a>tum est enim de	
15 plū sicut triceffimo &		primo et vicesimo qua-	
quadrageffimo scito		druplum sicut tricentessimo	
quod aū quadragen		et quadringentessimo scito.	
tiffimo quę sub primo		Quod autem quadringentis-	
& secundo secundo &		simo quae sub primo et se-	
20 quarto equalif est		cundo, secundo et quarto	
quoducentiffimo & tri		aequalis est quo ducentis-	
centiffimo & quadrin		simo et tricentissimo et qua-	
gentiffimo scito enī com		dringentissimo scito. Enim	
munif iacebit quo sexu		communis iacebit quo	
25 agiffimo & nono quod		sexuagissimo et nono, quod	
est equalif quod a pri		est aequalis quod a primo	
mo & tertio quadran		et tertio quadrangulo.	
gulo quod aū quadra		Quod autem quadragies	
giis quę sub primo		quae sub primo et se-	
30 & secundo secundo & quart.		cundo secundo et quart<o>	
Fol. 2 ^o		<contentum directis an-	
aduersum		gulis> aduersum p<ri-	
& tertium qua		mum> et tertium qua-	

τὸ ἄρα τεράκις ὑπὸ τῶν AB, BΔ ἴσον
ἐστὶ τῷ ΣΤΤ γνώμωνι.

Κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΘ, ὃ ἐστὶν
ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ.

τὸ ἄρα τεράκις ὑπὸ τῶν AB, BΔ περι-
εχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΤ γνώ-
μωνι καὶ τῷ ΕΘ.

Codex 2° 757 Bibliothecae Universitatis Monacensis.

dr<ang>ulo aequalis est
q<u>ae ducentissimo et
tricentissimo et quadringentissimo scito enim quo
sexuagissimo et nono. Sed
ille ducentissimo et tricentissimo et quadringentissimo scito quo
sexuagissimo et nono totum est
quo primo et quinto septimo et quarto quadrangulo, quod est a primo et quarto. Quod autem quadragenis quae sub primo et secundo, secundo et quarto adversum primum et tertium aequalis est
quod a primo et quarto quadrangulo. Aequalis autem illa secunda et quarta quae secunda tertia. Quod

dr . . . ulo equalis
est q . e ducentissimo
& tricentissimo & quadringentissimo scito
enim quo sexuagimo et nono & Nono sed ille ducentissimo & tricentissimo & quadringentissimo scito quo
sexuagimo et nono totum est
quo primo
& quinto septimo & quarto quadrangulo quod est a primo
& quarto quod autem quadragenis quae sub primo & secundo secundo & quarto aduersum primum & tertium equalis est
quod a primo & quarto

Euclidis Elementa ed. August

Ἀλλὰ ὁ ΣΤΤ

γνώμων καὶ τὸ ΕΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετραγώνον, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς ΑΔ.

τὸ ἄρα τεράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετραγώνῳ.

ἴση δὲ ἡ $B\Delta$ τῇ $B\Gamma$. τὸ ἄρα τετράκις
ὑπὸ τῶν AB , $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ $A\Gamma$ τετραγώνου
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $A\Delta$, τουτέστι τῷ
ἀπὸ τῆς AB καὶ $B\Gamma$ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀνα-
γραφέντι τετραγώνῳ.

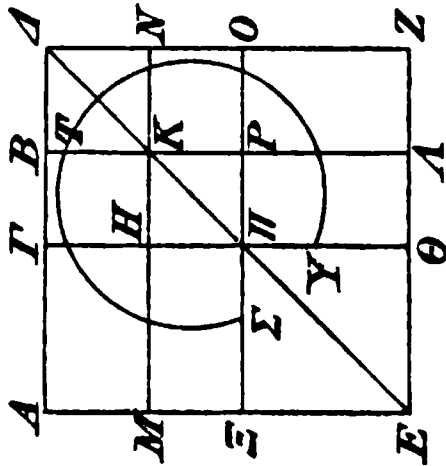
Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς
ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ
ἐνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμή-
ματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τε
τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς

25 quadrangulo equa
līf aū illa secunda
& quarta quę secun
da tertia quod autē
quadragiēf quę sub
30 primo & secundo se | col. 2
...
tum directīf angul...
aduersuf primo & ter...
quadrangulo equalīf ef.
5 quę a primo & quarto hoc
est quod a primo & secundo
& secundo & tertio sicut ab
uniuf discribto quadran
gulo si enī dericta picta
10 scīsa sicut conuenit quo
quadragenīf sub totum
& uniuf scīffurīf circum
datum triangulīf aduer
suf quominuf scīsum qua
15 drangulū equalīf est quę
autem ad totum & quę dic
tum scīsum sicut ab uniuf

autem quadragies quae
sub primo et secundo,
se<cundo et tertio con-
ten>tum directis angul<is>
adversus primo et ter<tio>
quadrangulo aequalises<t>
quae a primo et quarto,
hoc est quod a primo et
secundo et secundo et
tertio sicut ab unius de-
scripto quadrangulo. Si
enim directa picta scissa,
sicut convenit, quo quadra-
genis sub totum et unius
scissuris circumdatum tri-
angulis adversus quominus
scissum quadrangulum ae-
qualis est quae autem ad
totum et quae dictum
scissum sicut ab unius

EUCLIDIS *Elementa* ed. AUGUST.

ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆντι τετραγώνῳ· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.



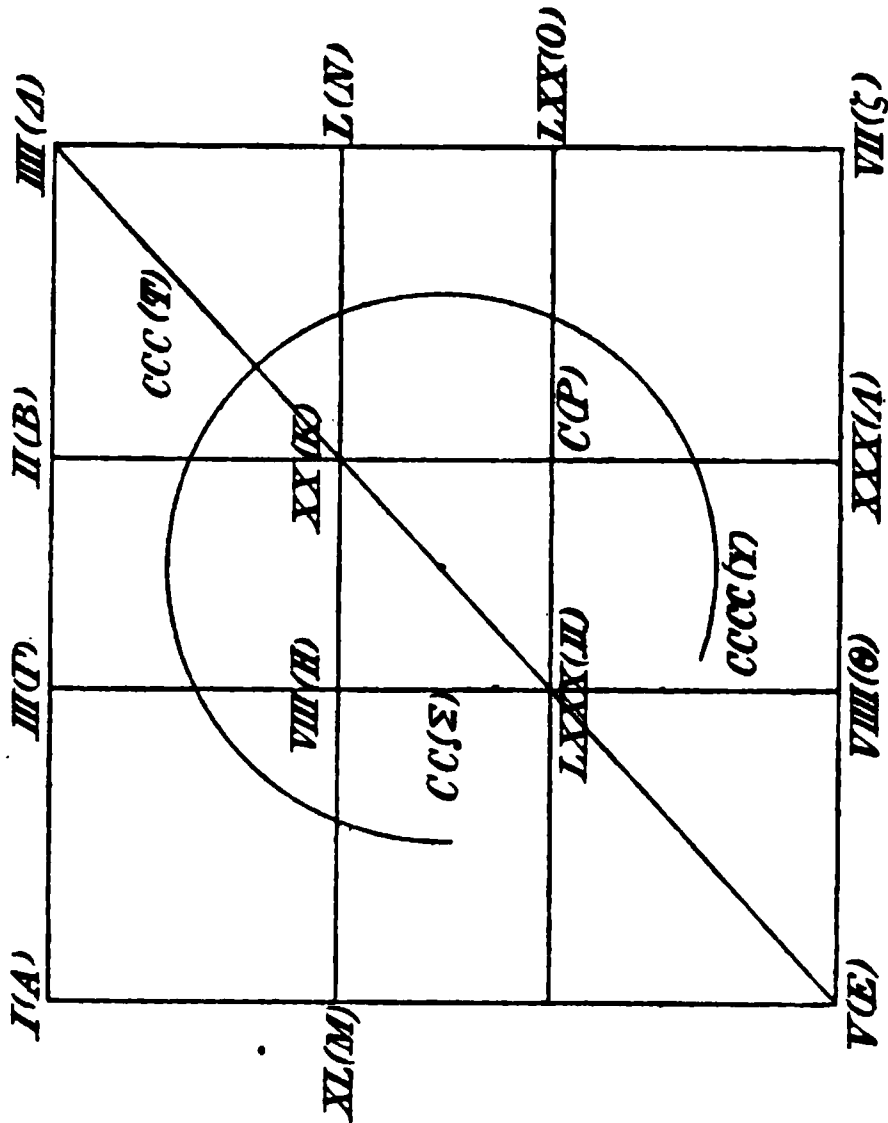
Πρότασις θ'.

Ἐάν ἐνδεῖα γραμμὴ τεμηθῇ

Codex 2° 757 Bibliothecae Uni-
versitatis Monacensis.

describūt quadrangulo
quod oportet ostendere

descriptum quadrangulo.
Quod oportet ostendere.



CAP. NONO

Capitolo nono.

Si directa pincta sciffa.

Si directa pincta scissa.

In prima columna textum Graecum, in secunda formam ipsum fragmenti, in tertia textum illius cum additionibus necessariis talem posuimus, qualis principio fuisse nobis videbatur. Interpretem codicem litteris maiusculis scriptum in manibus habuisse statim patet. Quo enim alio modo intelligi potest versio illa (fol. 1^b, 21—22): „*quod autem septimo nono*“, nisi in codice legebatur ΤΩΙΔΕΖΘ, et interpretes ΔΕ pro particula δὲ posuit, vel (fol. 2^a, 14—15) illa: „*quadruplum sicut tricentissimo et quadringentissimo*“, nisi codex praebeuit ΚΑΙΟCTΥ, et OC in ΩC transmutatum est? Eodem modo fol. 1^b, l. 16 et 19 in ΗΒΓΑ interpretes litteram H pro articulo ἡ admisit. Sed de his hactenus. Philologis, non mathematico de his tractandum erit.

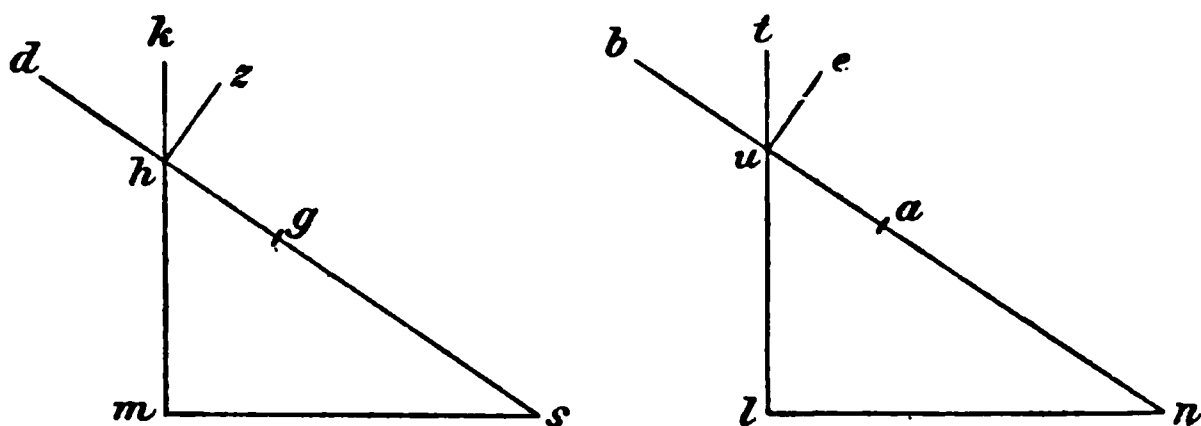
Eodem tempore, quo AN-NAIRIZIUS, AHMED BEN JÛSUF vixit. Is in epistola de proportionem et proportionalitate scripta fragmentum HERONIS servavit una cum altero fragmento ARCHIMEDIS. Bene igitur nobis visum est, hoc quoque fragmentum his prolegomenis addere secundum lectionem Codicis 5277 Bibliothecae Vindobonensis Palatinae. Haec epistola, quam idem GHERARDUS ex Arabico vertit¹⁾, qui et AN-NAIRIZIUM in Latinam transtulit linguam, nihil aliud est nisi commentarius ad quintum librum Elementorum EUCLIDIS et ad illam MENELAI propositionem, quae „*figura sectoris*“ nominatur, et qua in astronomia et trigonometria sphaerica semper utebantur geometrae usque ad saeculum XVI. Fragmentum illud eiusmodi est.

Ex codice Vindobonensi Palatino 5277 (Philos. 68) fol. 309^b sq.

In carastone quoque, cum fuerit perpendicularis eius equidistans superficiei horizontis, erit proportio longioris duarum partium ipsius ad brevioram earum sicut proportio gravioris ponderis ad levius pondus. Et in chorda divisa cum portante erit proportio longioris sectionis ad minorem sicut proportio 5 vocis minoris ad vocem longiorem, cum percutiuntur cum una re et una potentia. Iam ergo ostendimus diffinitionem proportionalitatis ei, qui huius declarationis ordinem assecutus est, et quid nomen eius significet ei, qui hunc consequitur ordinem, ne, qui hanc consyderat epistolam, ab hac scientia 10 sit vacuus. ARSAMIDES quoque ponderum proportionem diffinivit dicens: „*Pondera proportionalia diversa sunt, quae uno ponde-*

1) Videas BONCOMPAGNIUM l. l. p. 5, l. 8.

rantur angulo“. Per quod voluit intelligi, ut, cum primum ponderum ponitur in una lance trutinæ et secundum eorum in altera lance, et suspenditur trutina suspensorio suo, erit angulus, quem circumdat statera et suspensorium trutinæ, 5 unus ad tertium et quartum, cum tertium fuerit positum loco primi, et quartum in loco secundi. Et similiter si quintum in loco primi et tertii ponatur, et sextum in loco secundi et quarti. Et cum primum etiam et secundum in duabus lancibus ponatur, tertium et quartum in duabus lancibus alterius trutinæ, et 10 quintum et sextum in duabus lancibus trutinæ tertiæ, anguli, qui sunt inter suspensoria trutinarum et stateras earum, sunt etiam uni. Per hoc autem, quod in verbis eius invenitur, scilicet *ex diversis*, | voluit intelligi, quod cum primum pon- 310 derum fuerit æquale secundo, statera trutinæ erit cum suspensorio ipsius coniuncta, neque erit inter ea angulus. YRINUS autem diffinivit proportionem dicens: „*Pondera proportionalia diversa sunt ea, quæ cum appensa fuerint, erunt lineæ ordinatæ unicuique antecedenti earum et consequenti super æquales angulos superficiei horizontis*“. Quod etiam in nullis separatur 20 ab eo, secundum quod ARSAMIDES ponderum proportionem diffinivit. Ostendam igitur illud, et ponam duas ex perpendicularibus trutinarum *ab*, *gd* dispositas quatuor ponderibus *a*, *b*, *g*, *d*, et sit proportio *a* ad *b* sicut *g* ad *d*, et sit una-



queque earum in dua media divisa super duo puncta *u* et *h*, 25 et duæ stateræ earum sint duæ lineæ erectæ *u* et *h*, et duo suspensoria earum sint duæ lineæ *tu*, *kh*, quarum quaelibet secundum rectitudinem usque ad horizontis superficiem ad duo puncta *l* et *m* producat, et protrahantur duæ perpendiculares *ab* et *gd* secundum rectitudinem, donec occurrant superficiei 30 horizontis in duobus punctis *n* et *s*. Manifestum est igitur, quod duæ lineæ *tl*, *km* sunt duæ perpendiculares supra

horizontis superficiem; et protraham etiam in superficie horizontis duas lineas ln , ms . Et quia, secundum quod dixit YRINUS, angulus anl est aequalis angulo gsm , et duo anguli uln , hms sunt recti, erunt duo trianguli uln , hms similes, et duo anguli aul , ghm erunt aequales, igitur duo anguli tub , khd sunt equales. Cum igitur minuerimus eos ex duobus rectis angulis eub , zhd , remanebunt duo anguli eut , zhk aequales, qui sunt duo anguli ponderum, quos ARSAMIDES diffinivit. Et illud est, quod volui demonstrare.¹⁾

Quae dicta sunt ab AHMED BEN JÛSUF neque in HERONIS neque in ARCHIMEDIS operibus, quae quidem exstant, invenire potuimus. Archimedeum fortasse in libro $\pi\epsilon\sigma\iota \xi\acute{\upsilon}\gamma\omega\nu$ hodie perduto insertum fuit.

1) In hoc fragmento *carasto* est *libra romana* (*die römische Schnellwage*), *statera* vel *trutina* est *libra mercatorum*, *perpendicularium trutinae* est *Wagebalken*, *statera* = *Zünglein der Wage*, *lances* = *Wagschalen*.

ANARITII

IN DECEM LIBROS PRIORES

ELEMENTORUM EUCLIDIS

COMMENTARII.

| INCIPIT EXPOSITIO ANARITHI
X PRIMORUM LIBRORUM
GEOMETRIE <EUCLIDIS>.

Dixit EUCLIDES: *Punctum est, quod partem non habet.*

Supra hoc dixit SAMBELICHIUS¹⁾: Punctum est prin- 5
cipium quantitatum, et unde auguntur, et ipsum solum
est, quod non dividitur, habens situm. Cum ergo in sui
habitudine fuerit firmum et postea motum, ac si a primo
situ ad alium situm velociter cucurrerit, provenit ex eo
una tantum dimensio et sui cursus quantitas habens unam 10
dimensionem. Quia enim ipsum non dimittat, non pro-
venit tunc nisi ex eo una tantum dimensio, que est longi-
tudo tantum. Linea quoque cum se moverit, si eius motus
sequens motum puncti, augebit solam sui longitudinem
tantum. Linea enim non fit nisi ex motu puncti. Si 15
autem linea in se ipsa moveatur, et de suo primo situ
ad alium primum situm fuerit mota, accidit ex sua re-
motione alia dimensio, que vocatur latitudo, et provenit
ex ea quantitas habens duas dimensiones, que vocatur
superficies, eo quod sicut illud, quod sunt corpora, est 20
expansum, et illud est, quod corporibus <est> naturale.
Superficies ergo si moveatur lineae sequens motionem,
augebit se solam tantum. Si autem tota moveatur a suo
primo situ ad alium situm, provenit etiam dimensio tertia,
que vocatur profunditas, et fit ex ea corpus, quod, cum 25
sit tres habens dimensiones, undique a superficiebus com-
prehenditur.

21. naturale] n'r. — 23. tanta.

1) SAMBELICHIUS = SIMPLICIUS.

Exemplum subiciam, quod sit huiusmodi, scilicet quod superficies, que mota fuit, antequam movetur, fuit superficies quadrata, que fit superior cubi superficies, qui ex motu provenit, et sic superficies, <si> finitus est motus
 5 superficiei, cubi inferior. Quatuor ergo lineae, que comprehendunt quadratum, fecerunt quatuor reliquas superficies, que comprehendunt cubum. Declaratum est igitur, quod corpus undique a superficiebus comprehenditur. Si ergo corpus moveatur, impossibile est, quod non eius motus
 10 sit sequens unam suarum superficierum, ideo et in se ipsum augetur, et non accidit magnitudini alia dimensio. Et sequitur necessario, quod sit magnitudo dimensionum a rectis angulis, eo quod sit finita. Lineae vero, quarum unam super aliam erigi possibile est super rectos angulos
 15 tres tantum sunt, ideo et sunt tres dimensiones, scilicet longitudo, latitudo et profunditas. Quapropter locales etiam dimensiones fuerint tres, scilicet a sursum in iusum, a dextra in sinistram, ab anteriori ad posterius.

Dixit propterea SAMBELICHUS: Punctum ideo negando
 20 EUCLIDES diffinivit, diminutione superficiei a corpore, et diminutione lineae a superficie, et diminutione puncti a linea. Cum ergo corpus sit tres habens dimensiones, punctus necessario nullam earum habet, nec habet partem.

Vera enim causa, ob quam negando diffinivit, est,
 25 quia causa dimensionum ipsum est, et oportet, quod causa sit magis propinqua ad hoc, ut non dimittatur quantitas, eo quod ipsa sit magis propinqua uni, qui est causa totius. Et quia res magis simplex est causa eius, qui est post ipsam, cum fuerint ambo unius generis, scilicet habentes
 30 situm, ideo punctum, quod in linea est, intenditur, quod est sicut finis, quod proprie geometre sciunt. Et magis simplex quam linea necesse habet partem, donec ad hoc deductum sit, ut non dividatur; et similiter etiam unitas complet tres ex eo a tribus. Punctum vero, quod est
 35 causa lineae, eo quod sit sublimius et simplicius dimensi-

bus, dicitur non habere partem. Non tamen dicitur non habere partem nisi ideo, quod non habet <genus> dimensionem habentis, neque omnino sit unius et eiusdem generis cum eis, que habent dimensiones. Motus enim habet continuitatem et dimensionem; non tamen habet 5 eas nisi ex quantitate. Similiter quoque superficies non habet eas nisi ex motu: ergo finis motus et instans non ob aliud sunt non habentia partem et dimensionem nisi propter punctum. Punctum ergo prius et posterius est indivisum et indimensum. Manifestum quoque est, quod 10 punctum, quod est magis simplex quam linea, non dimittit aliquid eorum, que habent dimensiones, cum partitur ea, neque auget ea, eo quod non habet partem et est finis eorum. Si quis autem puncti virtutem scire quesierit, quod est magis simplex quam linea, in sensibilibus 15 imaginetur centrum tocus et polos.

Preter hanc vero multe alie diffinitiones puncto attribue fuerunt.

HERUNDES¹⁾ vero dixit, quod punctum est principium omnium quantitatum indivisum. Et forsitan non ob aliud sic diffinivit, nisi ut esset diffinitionis conversio manifesta.

APOSEDANIUS²⁾ autem dixit, quod punctum est extremitas non habens dimensionem, aut extremitas lineae.

25

Sed diffinitio magis propinqua intentioni est, ut dicatur, quod punctum est, quod non habet dimensionem quantitatis continue, habens situm. In hac enim diffinitione appositum est maius genus, quod est quantitas, quam continuum divisivit, per quod punctum 30 separatur ab unitate. Hoc est, quod, licet unitas sit indivisa, est tamen quantitatis discrete. Hoc autem pro-

13. parte. — 14. que si erit. — 28. habentis.

1) Quis sit HERUNDES nescio. An HERONAS? — 2) Nescio etiam, quis sit APOSEDANIUS.

pinquum commune, quod est situm, separat punctum a tempore et motu et ab eorum extremitatibus; et ex hoc, quod diximus, separamus punctum a superficie, et lineam a corpore, qualiter situm. Quasi <si> loco huius dicti:
 5 „non habens dimensionem“ diceretur per ipsum, est sicut extremitas, aut separetur aliam et a superficie <et> a corpore, quoniam nullam horum habet dimensionem.

QUIDAM vero ALII¹⁾ diffiniunt punctum dicentes: punctum esse unitatem habentem situm, sicut diffi-
 10 niunt unitatem dicentes: esse punctum non habens situm. Quam diffinitionem dederunt, non ut esset vera, sed transmutationem faciendo. Hoc ideo est, quod continua et discreta diversificantur in situ, ergo finis motus et instans magis propinqua puncto quam unitas propter
 15 communitatem, que est inter ea secundum continuitatem, que non est in unitate.

Ego autem dico, quod unitas est res carens partibus et situ, et principium quantitatis discrete.

Dixit EUCLIDES: *Linea est longitudo sine latitudine.*

20 Supra hoc vero dixit SAMBELICHIUS: Linea habet principium, ex quo ipsa fuit, quod est punctum, et ipsa est principium superficiei. Quia vero ipsa fuit ex principio indiviso, est longitudo; et quia ipsa est principium latitudinis, est sine latitudine. Linea quoque ab aliis
 25 separata est <non> cum diffinitione negativa, sed cum qua est affirmata.

HEROMIDES²⁾ autem diffinivit lineam dicens: eam esse quantitatem, que habet unam dimensionem. ALII autem diffinient eam dicentes: eam esse extremi-
 30 tatem quantitatis continue habentis situm, quam separat punctum, que manifeste apparet in sensibilibus, scilicet inter lucem et umbram.³⁾

1. situm] satum. — 11. qua diffinitione. — 14. istans. — 31. qua.

1) PROCLUS 95, 21 sq. hoc Pythagoraeis tribuit. — 2) HEROMIDEM idem esse ac HERUNDEM verisimillimum est. Confer etiam PROCLUM 97, 7—8. — 3) PROCLUS, 100, 14 sq.

Dixit EUCLIDES: *Due extremitates linee sunt duo puncta.*

Supra hoc SAMBELICHIVS dixit: Non dixit EUCLIDES, quod quilibet linea sit finita punctis. Impossibile tunc est, quod sit linea infinita. Non tamen iudicare de his verbis attinet geometris, quia hoc tantum magistro naturalis scientie convenit. Geometre tamen quandoque ponunt lineas esse infinitas, linea quoque circumflexa est infinita. EUCLIDES autem noluit intelligere nisi, quod linee finite finiuntur punctis, quemadmodum superficies finiuntur lineis, et, ut omnino dicam, sicut finitur omne illud, quod est unius generis, per id, quod est minus illo secundum unam dimensionem. Et non dixit hoc nisi propter sectionem quantitatum et eorum augmentum. Hoc est, quod, cum fuerint fines linearum puncta, manifestum est, quod, cum punctum dividerit lineam, non inveniatur ex eo dimensionem, et etiam quod, <si> linee sese contingant in punctis, nihil augmenti ex illo contactu recipiunt. Geometre vero probantur verba ista: „recipiunt et contingunt“.

Dixit EUCLIDES: *Linea recta est, que est posita super equale, quod est inter omnia duo puncta cadentia super ipsam.* Ac si vellet dicere illud, quod AXIMITHES¹⁾ intellexit, hoc est: brevior dimensio, que contingit illud, quod est inter duo puncta.

Supra hoc SAMBELICHIVS: EUCLIDES vult intelligere cum dicere: „que est <posita super> equale, quod est inter omnia duo puncta,“ dimensionem, que est inter duo puncta duarum extremitatum suarum, quia, cum nos posuerimus duo puncta, que sunt sicut linee extremitates (non enim diffinivit in hoc loco <nisi> finitam), et accipimus dimensionem, que est inter ea. Hoc si positum esset, lineam non esse inter ea, erit illa dimensio equalis linee, cuius illa puncta sunt extremitates. Si enim vellemus mensurare dimensiones, que sunt inter quedam puncta et alia, cum linea measuremus, cum breviori linea, que est brevior viis, que sunt inter res separatas, neque me-

1) AXIMITHES = ARCHIMEDES.

tiremur cum linea, in qua sit cavitas. Et ideo diffinivit eam ASAMITHES¹⁾ dicens: Linea recta est brevior lineis, quarum extremitates sunt eedem, et vult dicere, quod sit brevior linea, que coniungit, quod est
 5 inter duo puncta. Mensuratio eius non fiet nisi cum linea recta, quoniam ipsa sola est diffinita, hoc est, quod nulla
 8 aliarum harum invenitur diffinita. Possibile enim est nobis coniungere punctum puncto cum lineis curvis et circumflexis et compositis, quorum alie sunt minores aliis,
 10 quod semper fieri possibile est. EUCLIDES vero <postquam> diffinivit lineam et dixit, quod est longitudo sine latitudine, processerit deinde ad loquendum de speciebus. Species autem lineae sunt tres, scilicet quod earum alie sunt recte, alie circumflexe, alie medie inter rectas <et>
 15 circumflexas, que sunt, ac si ex eis forent composite. Harum vero, que sunt medie, quedam sunt inordinate, quam ob rem non indigent eis geometre, sicut sectiones pyramidum, que sunt formate ad aliam similitudinem, et alie infinite; quedam sunt, quibus geometre utuntur, sicut
 20 sectiones pyramidum, que sunt alternate et que sunt addite, et que sunt diminute²⁾, et lineae, que sunt leulavi³⁾(!), et alii lineae multe, in quibus sunt multe res mirabiles. EUCLIDES vero, quia scivit utilitatem et mensuram prologi, non diffinivit nisi rectam et circumflexam, que sunt simplices.
 25 PLATO³⁾ vero diffinivit rectam lineam dicens: Linea recta est, cuius medium duas ipsius extremitates cooperit. Cum enim aliquis fixerit oculum supra unum punctum duarum extremitatum, et voluerit videre aliam extremitatem, et posuerit oculum in loco puncti, inveniet,
 30 quod illud, quod est in medio, cooperit extremitatem

1. et ideo *bis*. — 9. aliis] alii. — 13. tres] int'. — 21. *Quid sit vox leulavi³⁾ nescio*.

1) ASAMITHES est etiam ARCHIMEDES. Cfr. PROCLUM 110, 10—11. — 2) Parabola, Hyperbola, Ellipsis. — 3) PROCLUS 109, 21—22.

aliam, que est post ipsum. Hec autem diffinitio loco indicis posita, scilicet quod non ideo, quia medium cooperit duas extremitates, est linea recta, sed quia linea recta est, ideo medium cooperit duas extremitates, quod est ideo, quod visus transit secundum rectitudinem. 5

ALII vero diffinierunt eam dicentes¹⁾: Linea recta est cuius quelibet partes possibile est supponi partibus undique. Hoc est, quod partes circuli licet supponentur alie aliis, non tamen super punctum et ubique et si ponatur curvitas extrinseca unius partis eius super 10 curvitatē extrinsecam alterius partis ipsius, contingent se in uno puncto, sicut circuli se contingent et non cooperient. Si autem intrinseca curvitas intrinsece curvitate obviando adiungatur non superponendo, contingeret eam in duobus punctis, et non cooperient se. 15

ALII autem diffinierunt eam dicentes²⁾: Linea recta est, que, cum due ipsius extremitates, figuntur, figitur et non movetur a suo motu, sicut meguar.³⁾ Linee enim circumflexe, licet earum extremitates sicut poli figantur, non propter hoc tamen remanent, quin 20 moveantur de loco ad locum, sicut medietas circuli, que est inter duos polos. Si licet ymaginemus lineam rectam mobilem duabus suis extremitatibus fixis, non tamen de loco suo moveretur. Ideoque ALII diffinierunt eam dicentes: Linea recta est, quecumque <super> duas 25 ipsius extremitates rotata non movetur de loco suo ad alium locum. Circonferentia vero circuli etsi moveatur super unam suarum extremitatum, que est centrum, non tamen movebitur de loco ad locum; sed si moveatur super duo puncta, sicut super duos polos, move- 30 bitur de loco suo. Oportet nos itaque scire, quod diffinitio linee recte, quam EUCLIDES dedit, brevior est et

1—2. Hoc autem diffinit loco indicis positum. — 2. quia] quod. — 7. cuiusq; partes. — 14. adiungantur.

1) PROCLUS 110, 20—21. — 2) PROCLUS 110, 21—22. — 3) Meguar Arabice est axis.

magis conveniens omnibus diffinitionibus, quas alii dederunt. Quod ideo est, quod quidam eorum assumpserunt diffinitionem loco indicis, et alii assumpserunt diffinitionem secundum relationem, quam habent alie <ad> alias. Ex
 5 hoc ergo videtur nobis, quod linea recta est magis simplex et antiquior circumflexis. Linea enim recta ad invicem cooperit aliam, secundum quod posita fuerit, in aliis vero lineis non contingit sic. Linea quoque recta et media et sola, alie vero lineae, quae non sunt recte, simul habent
 10 curvaturam exterius. Sed cum linea recta terminatur res et mensuratur; ipsa enim est minor linea lineis, quarum extremitates sunt sue extremitates, alie vero lineae non sunt sic.

Dixit EUCLIDES: *Superficies est, quae habet longitudinem
 15 et latitudinem.*

Supra hoc SAMBELICHIVS inquit: Processit EUCLIDES ad loquendum de secunda specie specierum quantitatis, scilicet de superficie, quam diffinivit secundum eundem modum cum affirmatione et negatione. Id est, quod, cum
 20 dixit: „habens longitudinem et latitudinem“, dixit cum affirmatione, non habet profunditatem. Hoc videns vero diffinivit superficiem dicens: „superficies est quantitas habens duas dimensiones“, quemadmodum diffiniens corpus dixit: „esse quantitatem habentem tres
 25 dimensiones.“ Nomen autem superficiei in lingua Greca determinatum est ex apparitione¹⁾ scilicet quod est hoc, quod apparet in corpore. Corpus enim non apparet, donec ipsa videatur.

Dixit EUCLIDES: *superficiei extremitates sunt lineae.*

30 Supra hoc SAMBELICHIVS: Si linea, cum de suo situ primo mota fuerit, fecit superficiem, ita etiam ex eius extremitatibus, quia mote fuerunt, provenerunt lineae, quae continent superficiem. Ex quo voluit intelligi, quod, cum

2. quedam.

1) ἐπιφανεία.

linea mota fuerit <de> suo situ, provenit superficies, cui acciderunt duo termini, qui sunt due linee, que proveniunt ex duabus extremitatibus linee propter ipsius motu. Duo autem termini, qui remanent, sunt due dimensiones, quarum una continet locum linee primum, et secunda, que 5 occupat locum, ubi fiunt motus. Hoc est, quod EUCLIDES in hoc loco non fuit locutus nisi de superficie finita, et de infinita et rotunda nihil dixit.

Dixit EUCLIDES: *Superficies plana est illa, que est posita supra dimensionem, que est equalis ei, quod est inter 10 duas lineas rectas, que sunt supra ipsam.* Ac si vellet dicere, est brevior superficies que coniungit inter duas rectas lineas.

Supra hoc SAMBELICHIUS: Processit EUCLIDES loquendo de genere superficiei communi et transit ad species ipsius, 15 que sunt multe, sicut species linee. Quarum quedam sunt superficies simplices et quedam superficies composite. Compositarum item alie sunt ordinate et alie inordinate. Sed superficies simplices sunt, quarum sunt recte linee; aut quarum linee sunt rotunde; <aut> in quibus coniunguntur 20 due species linearum. Compositarum vero ordinata est, que est sicut semicirculi et earum partes, et universaliter, quas linee comprehendunt ordinate. Inordinate vero sunt quas inordinate comprehendunt linee composite. EUCLIDES tamen non assumpsit de speciebus superficierum 25 nisi tantum planam, quemadmodum fecit in lineis, et quod prius diffinivit ex eis, est superficies plana, quam eodem modo diffinivit, quo lineam rectam. Linea enim recta ita se habet ad lineas ut superficies plana ad superficies. Dimensio enim superficiei plane est equalis dimensionem, que 30 est inter lineas rectas, que ipsam comprehendunt et est dimensio terminata, que est brevior dimensionibus. Quod si etiam accadat, ut latera ipsius non sint equidistantia, sed fuerit dimensio, que est inter has, diversa in suis diversis partibus, erit etiam hec diffinitio vera. Hoc est, quod, si 35

assumptum fuerit spatium brevius, quod est inter lineas, que sunt ipsius fines, in quacumque parte ipsius fuerit, licet spatium brevius, quod est inter eas, in quibusdam locis sit maius et in aliis minus, superficies tamen, que
5 est inter lineas illas, illi spatio est equalis.

ALII autem diffinierunt superficiem planam dicentes: Superficies plana est, in qua possibile protrahi ab omni puncto ad omne punctum lineam rectam. Hec quoque diffinitiones omnes diffiniunt superficiem planam
10 omnem, et non solum superficiem, quam recte continent lineae, quam EUCLIDES diffinire voluit, cum dixit, quod est equale spatio, quod est inter rectas lineas, quod ipse comprehendunt. Superficiem igitur rotundam lineae recte non comprehendunt; superficies quoque compositas non tantum
15 recte comprehendunt lineae. Oportet autem nos scire, antiquos consuevisse nominare omne planum superficiem, et posuisse in divisione oppositum corpori. EUCLIDES vero non posuit planum nisi pro specie superficiei, et voluit cum eo, secundum hoc, quod videtur ex dictis eius in
20 diffinitione superficiei, ut esset illud quod lineae recte comprehendunt. Sed secundum hoc, quod videtur ex hoc, quod alias superficies dimisit, non voluit nisi, quod omnis superficies, super quam recta linea posita fuerit quolibet modo, sit coniuncta cum ea absque dimensione, ad hoc, ut fieret
25 opposita in divisione superficiei sperice et medie, scilicet simplici et composite. Et dimisit omnes alias superficies sicut superficiem columpne et pyramidis, eo quod alii intelliguntur, et voluit intelligere superficies planas, que sunt in cubo et basibus columpnarum et pyramidum. Quod si
30 quis voluerit reducere hanc diffinitionem ad hoc, ut non solum sit superficierum, quas recte comprehendunt lineae, sed etiam superficierum rotundarum et mediarum, immutat ex ea parum. Dicat ergo: Superficies plana est, cuius spatium est equale spatio lineae, quod ipsam

11. quod EUCLIDES. — 31. superficies. — 32. immutat] innuat.

comprehendit, aut spatio linearum, que ipsam comprehendunt. Ergo hec diffinitio erit rectarum et non rectarum.

Dixit EUCLIDES: *Angulus superficialis est inclinatio duarum linearum in una superficie sibi obvientium non secundum rectitudinem positarum.* 5

9 Supra hoc | SAMBELICHIUS: Postquam EUCLIDES tractavit de linea et superficie, incipit loqui de angulo superficiali, quoniam est medius eorum, et dixit, quod est inclinatio duarum linearum in una superficie sibi concurrentium et non secundum rectitudinem coniunctarum. Quare dixit „in <una> superficie“, <est> eo, quod, si due <linee> secundum hunc modum fierent in corpore aut in duabus superficiebus, non esset ex eis angulus superficialis, sed diceretur, quod esset angulus superficialis in 15 potentia. Similiter quoque [superficies] „Ex duabus vero lineis“ dixit, quia impossibile est angulum superficiale ex una linea fieri, neque est possibile, ut ex pluribus quam duabus fiat, sed erunt multi anguli. „Duas vero lineas“ dixit et nihil plus, et non dixit „duas lineas rectas“ 20 ideo, ut hec diffinitio comprehenderet omnes species angulorum superficialium: eos scilicet, quos due recte comprehendunt lineae, et quos due circumflexe comprehendunt lineae. Tales sunt scilicet angulus, qui fit ex duabus lineis circumflexis a parte gibbosa, et alius a parte curva. Species 25 generum angulorum, qui fiunt ex linea recta et circumflexa, qui dicuntur cornei¹⁾, sunt due: prima species est, cum angulus fit ex linea recta coniuncta circumflexe a parte gibbosa; secunda, cum fit angulus ex linea recta coniuncta circumflexe a parte curva, sicut ex portionibus circuli. 30 Angulorum preterea sunt multe species secundum coniunctionem linearum compositarum. EUCLIDES vero hic angulum superficiale universaliter diffinivit. Ideo vero posuit

25. alia. — 30. proportionibus.

1) κεραιοειδής. Cfr. PROCLUM 104, 18.

in diffinitione: „sibi obviantium“, quia si tales due fierent separate, non proveniret ex eis angulus; et similiter, si concursus eorum foret secundum rectitudinem, non fieret ex eis angulus, et hoc est, quod due linee sic con-
 5 iuncte fierent una linea, et non fieret ex eis angulus.

Dixit quoque, quod due linee sic posite, quarum una ab altera declinat, sit angulus. Quidam putant secundum hoc, quod dicitur in hac diffinitione, quod acutus recto sit minor, et maius et minus sunt in quantitate, ergo
 10 angulus est quantitas. Angulus quoque habet qualitatem, scilicet quia expansio et acuitas, que sunt in angulis, sunt qualitates. Angulo preterea accidit, ut dividatur in duo media, quod contingit in 9^a figura tercie partis libri EUCLIDIS; sed divisum in duo media non est nisi quanti-
 15 tas. Preterea angulus dividitur cum linea, ac si esset longitudo et latitudo. Verumptamen secundum hoc, quod queque superficies dividitur cum linea in longitudine et latitudine, et angulus dividitur in longitudine de puncto ad punctum, et non dividitur in latitudine, quoniam angulus
 20 non minuitur propter partes, que proveniunt propter lineas, que protrahuntur super duas lineas angulum comprehendentes: ideoque verum, quod angulus non habet latitudinem. Angulus quoque corporeus non habet profunditatem, eo quod secundum profunditatem non dividi-
 25 tur. Amplius etiam quantitas cum duplatur, remanet quantitas; angulus vero rectus cum duplatur, non remanet angulus: ergo angulus non est quantitas. Forsitan tamen EUCLIDES ideo diffinivit ipsum per illud, quod manifeste invenitur in eo, scilicet relationem, quoniam procul dubio
 30 angulus est medius inter lineam et superficiem, quantum ad quantitatem vel in quantitatem. Ideoque APOLLONIUS¹⁾ diffinivit universaliter angulum breviori diffinitione et

1. quia simile due. — 29. relatio. — 31. Apollonius.

1) PROCLUS 123, 15 sq. et 124, 18 sq.

convenientiori, qua signatur, quod ipse sit medius in quantitate, cum dixit: quod angulus est coniunctio superficiei aut corporis ad unum punctum, que comprehenditur a linea curva aut superficie acuta. Ex hoc significavit, quod est quantitas, et significavit, 5 quod eius species est medietas, cum dixit, quod coniunguntur ad unum punctum, et quod comprehendit linea curva aut superficies acuta. Tum vero socius AGANIS¹⁾ eo quod vidit APOLLONIUM excepisse postea diffinitionem suam, cum dixit, quod non convenit, ut hec sit univer- 10 salis diffinitio, sed convenit ad constringendas species et numerandas, diffinivit hoc modo angulum dicens: Angulus est quantitas habens dimensiones, cuius extremitates perveniunt ad unum punctum. Iste quidem ex hoc, quod dixit: „habens dimensiones“ 15 coniunxit communitatem, que est inter superficialem et corporeum, et intellexit inseparationem, que est inter eos, et voluit, ut ex verbis eius intelligeretur, quod angulus superficialis habet longitudinem et latitudinem, et est habens duas dimensiones. Et forsitan convenientius est, 20 ut angulus ponatur medians in quantitate, scilicet ut superficialis sit medius inter superficiem et lineam, et corporeus sit medius inter superficiem et corpus. Et forsitan aliquis diffiniet angulum et dicet: Angulus est quantitas, quam comprehendit vicinior quantitas 25 quantitatibus, que eo simpliciores existunt, ad unum pervenientes punctum. Eo autem in hac diffinitione dictum est „simpliciores“, quoniam, si fuerit angulus superficialis, ipse tunc medius inter illud, quod habet unam dimensionem, et illud, quod habet duas, 30 ergo comprehendunt eum lineae; et si fuerit corporeus, comprehendunt eum superficies. Et quod dictum est in

4. comprehenduntur. — 9. Appollonium.

1) AGANIS = GEMINUS.

diffinitione: „comprehendit eum“, ideo additum est, ut significetur inclinatio comprehendentium. Linee enim recte cum ad unum concurrunt punctum, si <non> secundum rectitudinem coniunguntur, inclinationem comprehendunt.

5 **Angulus vero superficialis est quantitas, quam due comprehendunt linee ad unum concurrentes punctum, quarum comprehensione in uno puncto, quia, licet linee non comprehendunt angulum undique, aut superficies non comprehendunt undique, sicut fit in aliis figuris, tamen**
 10 **flexio illa et inclinatio est aliqua comprehensio: dicimus enim, quod introitus portus comprehendit navem.**

Dixit EUCLIDES: *Quando due linee, que angulum comprehendunt, fuerint recte, angulus dicetur rectilineus.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Quia EUCLIDES diffinivit
 15 angulum universali diffinitione, rediit ad specificandum, et significavit secundum hoc, quod dixit in una specie, quid in reliquis speciebus sit dicendum. Quoniam intelligitur ex his verbis, quod, si fuerint due linee, que continent angulum, circumflexe, nominabitur angulus, cuius
 20 duo latera sunt circumflexa; et si fuerint linee, que ipsum comprehendunt, composite, anguli latera dicuntur composita, secundum divisionem, que precessit.

Dixit EUCLIDES: *Cum linea recta super rectam erigitur lineam, et fuerint duo anguli, qui sunt in utraque*
 25 *parte, equales, uterque eorum est rectus, et linea crecta dicitur perpendicularis super illam lineam.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Quia anguli species duobus modis diversificantur, uno secundum speciem comprehendentis, alio secundum magnitudinem sui ipsius, et EUCLIDES iam dixerat differentias eius secundum illud, quod
 30 ipsum comprehendit, dixit hic differentias superficiales secundum quantitatem ipsius. Angulus ergo rectus <est>, quem due recte comprehendunt linee, quarum queque

1. comprehendentis. — 4. inclinationem] inter. — 17. intelligit. — 23. rectam erit igitur. — 24. utrique. — 27. Qui anguli.

super aliam erecta, ut nulla in eis sit inclinatio, ideoque rectus vocatur, et meruit diffinitionem equalitatis. Et ideo, cum fuerit linea erecta super aliquam lineam non inclinata, neque super extremitatem lineae alterius erecta, sed in alio loco, et proveniunt ex duabus lineis duo anguli, 5 et fuerint equales: quilibet eorum erit rectus. Sed cum linea fuerit super aliam inclinata, et provenit ex illa inclinatione unus duorum angulorum maior recto et alter minor recto, erunt ergo maior et minor secundum hoc, ac si essent relata ad equalitatem, scilicet, quod maior 10 aut minor equalitate. Et ideo sunt anguli recti diffiniti, quia equales sunt; anguli vero alii, qui sunt maiores aut minores rectis, non sunt diffiniti, et illud est ideo, quod inclinatio diversificatur secundum augmentum et diminutionem alternatim, id est, quantum augetur maior, tantum 15 minuitur minor. Angulus autem, qui est maior recto, dicitur expansus; et qui est minor, dicitur acutus. Et licet diversitas inprimis appareat in angulis, quos recte lineae comprehendunt, ita tamen in reliquis angulis necessario contingit proportionaliter. 20

Dixit EUCLIDES: *Linea erecta dicitur perpendicularis super lineam, super quam est erecta.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Quia res graves, que descendunt a superioribus ad inferiora, naturaliter habent pervenire ad centrum tocus, ideo est earum descensus cum 25 equalitate absque inclinatione, ideoque eorum motus secundum rectum fit angulum. Quapropter linea erecta faciens angulos super lineam, super quam est erecta, <equales>, vocatur perpendicularis super lineam, super quam ipsa est erecta, quia eius descensus est, ac si naturaliter ad centrum descendere vellet. Et hec linea vocatur perpendicularis, cum imaginatur descendens, et vocatur erecta, cum imaginatur surgens. 30

Dixit EUCLIDES: *Angulus expansus est angulus maior recto, et angulus acutus est minor recto.* 35

Hoc vero declaratum est in capitulo, quod precessit.

Dixit EUCLIDES: *Terminus est finis rei.*

Supra hoc SAMBELICHIVS¹⁾: Non vult dicere EUCLIDES absolute, quod terminus fit finis cuiuslibet rei, scilicet noluit dicere in hoc loco de puncto, sed voluit dicere terminum, quod dividit unam rem ab alia, qui sit quantitas, punctum vero termini. Et sic et hanc nostram distinctionem confirmat illud, quod dixit EUCLIDES post hoc.

Dixit EUCLIDES: *Figura est, quae termino | vel terminis 10 comprehenditur.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Iam declaratum est, quod ex necessitate debet habere quantitatem, scilicet quod punctum non comprehendit figuram, neque unum neque plura, quoniam ipsum caret dimensione. Hec autem definitio comprehendit figuras superficiales et corporales, eaeque sunt simplices et composite. Manifestum est ergo, quod possibile est, ut sit figura, quam una linea comprehendit circumflexa, aut duae superficies circumflexae. Similiter quoque possibile est, ut unam rem comprehendant quantitas recta et quantitas circumflexa, quae utraque aut erunt lineae aut superficies. Sed quantitatum rectarum, sive sint lineae, sive sint superficies, non continent una earum sive duae figuram, et pauciores, quas possibile est comprehendere figuram, sunt tres. Et est sciendum, quod, cum dicimus „figuram“, non intelligimus tantum lineas, quae comprehendunt superficiem, sed volumus intelligere lineas simul cum eo, quod ipse comprehendunt, et similiter etiam in corporibus.

Dixit EUCLIDES: *Circulus est figura plana, quam una linea comprehendit, ad quam omnes lineae ab uno punctorum, quae sunt in ea, protractae sunt equales, quod punctum vocatur centrum.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Quia EUCLIDES voluit definire species figure, incipit a simpliciore, quae est ea, quam una comprehendit linea ex simplicibus. Inveniuntur tamen

3. noluit dicere] ne cui dicere. — 19. Sed quantitates. — 25. simul] similiter.

1) PROCLUS 136, 2—8.

multae aliae figurae, quae neque sunt circuli, et ab una comprehenduntur linea, sicut sector pyramidis, qui vocatur sector diminutus, et ei similes. Illa autem linea non est simplex, immo composita. Superficies vero, quarum latera sunt recta, comprehenduntur a lineis simplicibus, quae sunt plures duabus. Apparet itaque ex eo, quod in definitione circuli dicitur, quod ipse sit figura plana, quod sic separatur a figuris, quae non sunt figuratae, sicut sunt superficies, quae imaginantur infinite, et aliae, quae ab una parte sunt finite et ab alia infinite. Separavit etiam ipsam a lineis et corporibus, et etiam separavit ipsam per illud, quod dixit, quod comprehenditur ab una linea, a figura, quam plures quam una comprehendunt lineae, sive sint similes sive dissimiles. Cum residuo definitionis separavit ipsum a sectore pyramidis¹⁾, qui vocatur diminutus, et ab aliis figuris ei similibus, quas una linea, sed composita comprehendit, scilicet quod non invenitur in sectore diminuto punctum unum, a quo omnes lineae recte ad circumferentiam protrahuntur aequales. Quoniam spatium, quod est inter duos pedes circini, ex cuius circumductione fit circulus, est linea recta, quae est inter centrum et circumferentiam, et cum una extremitatum fuerit fixa et alia circumducta, proveniet superficies circuli: unde videtur mihi, quod, cum hanc dedit definitionem, qualiter fieret circulus, dicere voluit. In definitione autem addit, quod est punctum intra figuram, ut doceret centrum, et ut sciretur, quod punctum datum intra figuram est semper centrum, quoniam extra circulum invenitur punctum, a quo omnes lineae ad circumferentiam protractae sunt aequales, et est illud, quod vocatur polus. Sed non est unum tantum, et unum tantum est in utraque duarum partium. Dico etiam, quod inveniuntur in unaquaque duarum partium circuli extra puncta infinita, a quibus lineae ad circumferentiam protractae sunt aequales.²⁾

7. quod sic] qui sic. — 13. a figura] et figura. — 16. quas] quae.

1) PROCLUS 152, 7 sq. — 2) PROCLUS 152, 10—153, 9.

Quod autem dixit SAMBELICHIVS, est propter circulos, qui sunt in sphaera, quia non inveniuntur puncta illorum circulorum in superficie spere in duabus partibus nisi duo, sed si perpendicularis, quae est supra centrum, ab utraque
 5 parte in infinitum protrahatur, lineae, quae ab infinitis punctis, quae sunt in linea ab utraque parte, ad circumferentiam protrahuntur, sunt aequales. Quod autem circumferentiam nominavimus circulum, non proprie, sed transsumptive fecimus. Quod tamen factum est propter sectionem,
 10 quae circumferentiae accidit, et quia etiam inveniemus EUCLIDEM nominasse circumferentiam circulum, ubi dixit, quod circulus non secet circulum nisi in duobus punctis. Nunc ergo opus <est>, ut diffiniamus hunc circulum dicentes, ipsum esse figuram absolute aut superficiem; sed oportet,
 15 ut diffiniamus simul dicentes, quod ipsi est terminus unus et una linea comprehendens figuram, intra quam est punctum unum, a quo omnes lineae protractae et ad ipsum provenientes sunt aequales. In precedentibus autem ostensum est, quod figura est id solum, quod comprehenditur.
 20 Unde, licet haec diffinitio comprehendenti tantum conveniens figure, cum non est, nisi videtur figura (enim non provenit figura nisi ideo, quod est comprehensa): est ergo inquirendum, quare in lineis linea recta sit simplicior linea circumflexa, et in rotundis figuris sit <circumflexa>
 25 simplicior rectis. Hoc autem ideo est, quoniam invenimus circulum ab una comprehendi linea; linea vero, cum est recta, non comprehendit figuram. Ob hoc ergo dicemus, quod propter hanc causam linea recta facta est non comprehendens figuram, scilicet quod ipsa est simplicior lineis,
 30 nam sola non comprehendit superficiem: quod ipsa est valde contraria uni superficiei rotunde, quantum ad se est, ac si esset eius nature, cuius est superficies, adeo, ut sit aliquo modo sicut figura, etsi non comprehenderet figuram. Circumferentia enim sola per se sine superficie vide-

2. non] vero. — 15. sicut dicentes. — ipse. — 20—21. convenientis figura. — 32. ea.

tur quasi figura. Ideo geometre eas, etsi sunt linee, fecerunt loco figure, cum dixerunt, quod circulus non secatur circulum nisi in duobus punctis. Nolunt enim intelligere, cum dicunt circulum, nisi circonferentiam, et cum protrahunt in ipso lineas, et ponunt ei centrum, faciunt ita, 5 ac si esset superficies. Ideoque videtur mihi, quod, cum EUCLIDES diffinivit lineam rectam et figuram, quam recte comprehendunt linee, et in circulo pretermisit diffinire circonferentiam et diffinivit figuram rotundam, scilicet circulum, ideo fecit, ut doceat, quod linea rotunda est 10 aliquo modo figura, et etiam, quia circulus non fit nisi propter motum lineae, quae protrahitur a centro ad circonferentiam cum fixitate centri, et tunc fit circonferentia. Ergo ipsa non fit nisi eo modo, quo fit superficies, et non fit eo modo, quo linea; scilicet quia ex linea recta, 15 cum ipsa movetur, per se provenit superficies, et etiam, quia linea circonflexa, cum exterius habet gibbositatem et interius concavitatem, facit existimari, quod sit figura, licet non habet latitudinem, propter hoc, quod habet formam de foris et formam intus. 20

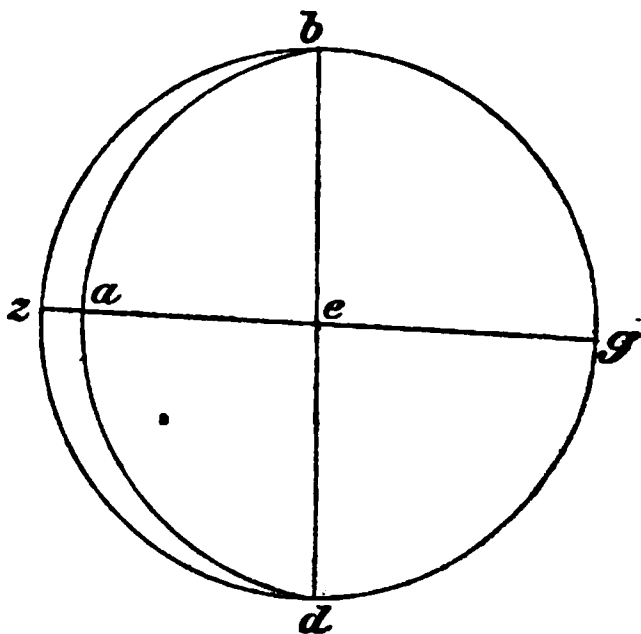
Preterea querendum est nobis, quare EUCLIDES in diffinitione figurarum premisit circulum figuris, quarum latera sunt recta, et in ordine figurarum, cum de iis locutus est, premisit figuras, quarum latera sunt recta, circulis. Dicam ergo breviter, scilicet quod figure rotunde 25 cariores sunt figuris, quarum latera sunt recta, et oportuit, ut premittentur probationes figurarum, quarum latera sunt recta. Et etiam, si aliquis querere voluit causam huius, dicam, quod forsitan ista est, quia figure, quarum latera sunt recta, magis note res sunt circulis. Cum aliquis 30 circulos metiri voluerit, non poterit eos mensurare nisi cum figuris rectilineis, ideo quod proportio unius circuli ad alterum est sicut proportio quadrati unius diametrorum ad aliud.

2. fecerunt] fuerunt. — figura. — 3. Nolunt] volunt. — 18. existimari. — 20. de formis. — 30. Post note *Mscpt. addit et c^{uto}*.

Dixit EUCLIDES: *Diameter circuli est linea recta, que transit per centrum circuli, cuius due extremitates perveniunt ad circonferentiam, et dividit circulum in duo media.*

5 Supra hoc SAMBELICHIVS: Diameter Greca lingua ideo vocatur diameter, quia transit per totum spatium circuli, ac si metiretur ipsum. Mensura enim est per totam rem transire. Et etiam ideo dicitur diameter Greca lingua, quia dividit circulum in duo media. Non
10 aliqua linearum, que in circulo cadunt, est diameter, neque nominatur hoc nomine. Sed quod diameter est, qui dividat circulum in duo media et non in duas diversas partes, probatur ab eis hoc modo¹⁾:

Ponam circulum $abgd$, cuius centrum sit punctum e , et
15 diameter ipsius linea bd : dico ergo, quod medietas circuli, que est bgd , est equalis medietate circuli, que est bad . Probatio huius, quoniam, si non fuerit equalis,
20 aut erit minor aut maior Ponamus igitur prius, si possibile est, ut sit maior. Protraham ergo a centro e lineam rectam ad arcum
25 bgd , quoquomodo accidit, sitque linea eg . Cum medietas circuli, que est bgd , superposita fuerit alie medietati, que est bad , excedit eam, quia fit maior ea,
30 et sit superatio similis protractioni bzd . Linea ergo ge posita est super lineam ez , et quia punctum e est centrum circuli $abgd$, ergo linea eg est equalis linea ea . Sed linea eg est equalis lineae ez , ergo linea ez est equa-

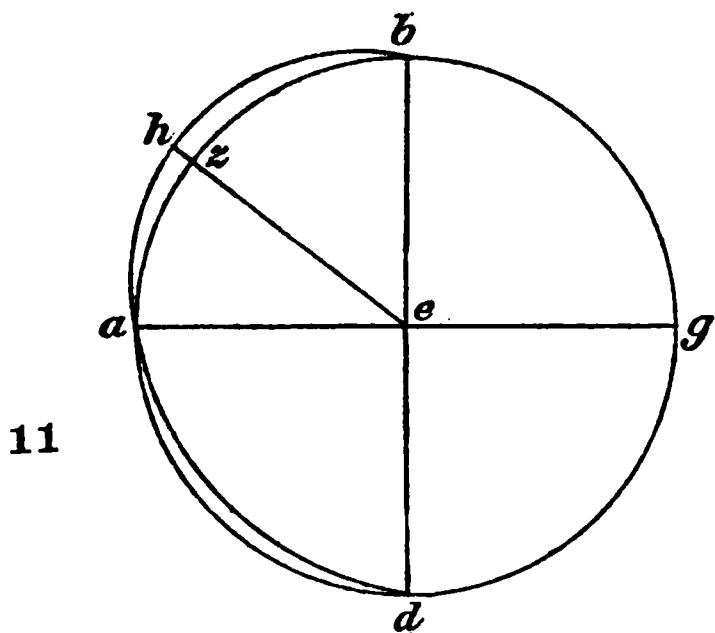


21. igitur] autem.

1) PROCLUS 157, 10—27.

lis linee ea , maior scilicet equalis minori, quod est impossibile. Ergo medietas circuli, que est bgd , non superat medietatem circuli, que est bad . Dico etiam, quod non est minor ea, neque cadit intra ipsum. Probatio eius, quoniam reducā formam figure, ut erat prius, et ponam 5 medietatem circuli, que est bgd , cum supraponitur, minorem medietati circuli, que est bzd , et reducitur eius situs super bad . Ergo fit etiam linea eg equalis linee ez et linee ea : ergo erit linea ea equalis linee ez , minor scilicet maiori equalis, quod est impossibile. Quod si 10 quis dixerit, quod medietas, que est bgd , cum supraponitur alie medietati circuli, que est bad , non cadit tota

intus, nec tota extra, sed secatur eam in puncto a , sicut in alia figura signa- 15 tum. Linea tamen eg supraponitur linee ea , et in hoc non erit diversitas aliqua; linea enim eg non egreditur arcum bad , ne- 20 que retrahitur | infra ipsum. Et protraham etiam a centro e lineam eh , et ponam, ut secet arcum bad in puncto z : ergo erit linea 25



11

ez equalis linee ea . Sed linea ea est equalis linee eh , ergo linea ez est equalis linee eh , quod est impossibile. Et quia medietas circuli, cum supraponatur alii medietati, non cadit extra neque intra, neque secatur eam, sed undique cooperit eam, ergo est ei equalis. 30

Dixit EUCLIDES: *Semicirculus est figura, que comprehenditur a diametro et medietate circumferentie; et portio circuli est, que continetur a recta linea et portione arcus circumferentie aut maiore semicirculo aut minore.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Quod hoc, quod dicitur, 35 semicirculus sit medietas circuli, vere <est>, manifestum est ex hiis, que prediximus; quod autem sit figura com-

prehensa a linea composita ex recta et circumflexa, verum est; sic enim diffinivit eam post simplices figuras.

Dixit EUCLIDES: *Figure rectarum linearum sunt, quas recte comprehendunt lineae. Sed trilatera figura est, quam*
 5 *tres comprehendunt lineae <recte>: et quadrilatera, quam quatuor comprehendunt lineae recte; et plura habens latera est, quam plures quam quatuor comprehendunt lineae.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Postquam EUCLIDES fuit locutus de simpliciori figura, quae est, quam una circum-
 10 flexa comprehendit linea, quae est simplex una, et de figura, quam comprehendunt linea recta et linea circumflexa, processit ad figuras rectilineas, et incipit a figura, quam tria continent latera. Id est, quod circum comprehendit una linea, et semicirculum comprehendunt duae lineae,
 15 figuram vero, cuius latera sunt recta, non comprehendit una linea tantum, neque duae tantum.¹⁾ Quomodo enim potest esse, ut una linea recta comprehendat ipsam, cum ipsa in rectitudine nullam <est> in se habens curvitatem, neque in suis partibus, neque comprehendat aliquid?
 20 Manifestum est ergo hoc in una recta linea. Sed quod duae recte lineae non comprehendunt superficiem, hoc est unum ex his, quae premittuntur, ideoque declarabo in loco, ubi EUCLIDES ipsum ponit. Prima figurarum rectilinearum est habens tria latera, secunda quatuor latera, tertia
 25 habens multa latera.

Dixit EUCLIDES: *Figurarum tria habentium latera alia est triangulus tria habens latera equalia, qui dicitur triangulus equilaterus; alia est triangulus duorum equalium late-*
 rum, qui est, cuius duo latera sunt equalia; alia est, cuius
 30 tria latera sunt diversa.

Supra hoc SAMBELICHIUS: Diversorum laterum triangulus²⁾ ideo vocatus est, quod eius motus est tortuosus. Sicut enim equalitas est causa, quare aliquid est stabile,

9. locutus] accutus. — 32. totuosus.

1) PROCLUS 163, 21 sq. — 2) *σαληνόν*. Male vertit GHERARDUS.

ita diversitas est causa motus; et ideo, si aliquis incedere voluerit, si fuerint ipsius duo crura diversa, necessario claudicabit.¹⁾

Dixit EUCLIDES: *Etiam figurarum trilaterarum alia est triangulus orthogonius, et est ille, qui habet unum rectum 5 angulum; alia est ambligonius, qui unum angulum habet obliquum; alia est oxigonius, cuius omnes anguli sunt acuti.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Quia figurarum rectilinearum essentia fuit ex rectis lineis et ex angulis, qui ab illis lineis comprehenduntur, ideo fuerunt earum differentie 10 duobus modis, et ideo, postquam dixit EUCLIDES differentiam, que provenit ex lateribus, rediit ad dicendum differentiam, que provenit ex angulis. Et quia ex geometria ostensum est, quod omnes tres anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis, manifestum est ex 15 hoc, quod possibile est, in triangulo unum rectum angulum esse, et quod sit in eo unus expansus, licet sit maior eo; et erunt in eo ex angulis acutis ad minus duo aut omnes tres. Ideoque dixit EUCLIDES, quod triangulus orthogonius est, cuius unus angulus est rectus, et etiam tunc unus- 20 quisque duorum reliquorum erit minor recto; et similiter dixit de triangulo ambligonio. De triangulo vero oxigonio dixit, quod omnes eius anguli sunt acuti. Et possibile est, ut iste tres differentie sint in illo, cuius latera sunt, diversa, et in illo, cuius latera duo sunt equalia. In illo 25 autem, cuius omnia latera sunt equalia, quia latera sunt equalia, sunt omnes eius anguli equales, ergo omnes sunt acuti necessario.

Dixit EUCLIDES: *Figurarum quadrilaterarum alia est quadratum, cuius omnia latera sunt equalia, et omnes eius 30 anguli recti, alia est tetragonus longus, cuius anguli sunt recti, sed latera non sunt equalia; alia est rhombus, cuius omnia latera sunt equalia, sed anguli non sunt recti; et alia est rhomboides, id est similis rhombo, cuius omnia*

7. exigonius. — 32 et 34. rombus et romboides.

1) PROCLUS 168, 22 sq.

latera ex adverso posita sunt equalia, et anguli similiter ex adverso constituti sunt equales, latera tamen omnia non sunt equalia, et anguli non sunt recti. Alie figure vero omnes quadrilatere dicuntur trapezie.

5 Supra hoc SAMBELICHUS: Figurarum quadrilaterarum est illa, cuius omnia latera et omnes anguli sunt equales, et est illa, qui proprie dicitur quadratum propter equalitatem, que est in ea; et illa, cuius anguli sunt equales et latera diversa, sicut figura, que vocatur tetragonus
10 longus. Ipsius enim longitudo a latitudine est diversa et augmentatur super ipsam, neque equatur ei, sicut fit in quadrato; et etiam vocatur hec figura, cuius longitudo est augmentata¹⁾, longitudo enim ipsius rei extense assimiliatur. Et earum sunt, quarum latera sunt equalia,
15 et anguli sunt non equales, sicut illa, que vocatur rhombus, que est sicut quadratum a duabus partibus compressum, ed ideo duo anguli ipsius facti sunt acuti et alii duo expansi, quorum expansio tanta fuit, quanta fuit acutorum contractio; et earum est illa, cuius latera
20 et anguli diversificantur. Non enim unumquodlibet laterum ipsius est cuilibet lateri inequale, neque unusquilibet angulus unicuique angulo inequalis, sed unumquodque laterum eius est inequale duobus lateribus, que ei sunt viciniore, et similiter unusquisque angulorum eius
25 est inequalis duobus angulis sibi vicinioribus, et vocatur similis rhombo, et est longior a duabus partibus compressus.

Et dixit EUCLIDES: *Si fuerint figure alie ab istis quadrilatere, vocantur trapezie.*

Supra hoc SAMBELICHUS: Figure iste vocantur trape-
30 zie, eo quod sunt inordinate, quas ASAMITHES similiter nominavit.²⁾ EUCLIDES tamen in *libro divisionum* invertitur,

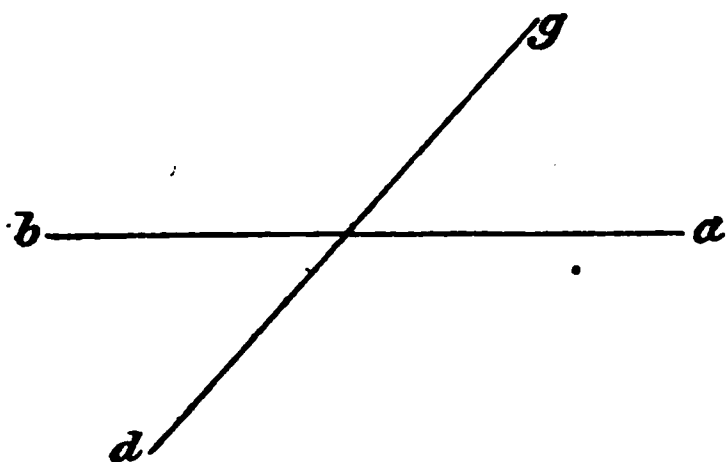
16. rombus. — 17. compressum] comprehensum. — 20. unum quod est laterum. — 21. lateri] latera. — 26. rombo. — compressus] comprehensus.

1) *Altera parte longior* apud Romanos. — 2) ARCHIMEDES ed. HEIBERG I, 40, 22 et alibi.

quod non nominamus figuras quadrilateras trapezias nisi illas, quarum duo latera, que sibi opponuntur, sunt equidistantes, et alia duo sibi equalia erunt. Alias vero vocamus similes trapezie.

Dixit EUCLIDES: *Linee recte equidistantes sunt, que, cum sint in una superficie, si utique etiam in infinitum protrahantur, non concurrunt in aliqua duarum partium.* 5

Supra hoc SAMBELICHIUS: Linee iste ideo vocate sunt equidistantes, quia spatium, quod est inter eas, custodiant, ac si semper forent in suo situ uno modo in dimensione, 10 non enim concurrunt donec sint una linea, neque dilatan-



tantur ab invicem in tantum, ut spatium sit maius. Neque intelligitur in his lineis solum, 15 quod non concurrunt. Possibile est enim, ut due linee non concurrant, quod contingit, cum earum una fuerit 20 in plano, ut linea *ab*,

et alia sit in superficie in alto, ut linea *gd*. Has enim duas lineas, etsi in infinitum protrahantur, possibile est non concurrere, cum superficies fuerint equidistantes.¹⁾ Iste tamen due linee non sunt equidistantes, eo quod 25 spatium, quod est inter eas, non est uno modo. Quia, si spatium, quod est inter eas, fuerit uno modo, erunt equidistantes, licet sint in duabus superficiebus. Iste autem licet non sint equidistantes, sequitur, quod, cum et in infinitum protracte fuerint, erit spatium, quod est 30 inter eas, vel perpendicularis, que ab unaquaque illarum protrahitur ad suam comparem, equale semper et non

3. sibi equalia] sicuti ea. — 9. cum custodiant. — 11. sint una] sicut vera.

1) Nunc dicuntur „sich kreuzende Gerade“. Cfr. etiam PROCLUM 175, 21 sq.

diversum. Hec autem due linee, quas prediximus, nominantur equidistantes in situ. Quod si quis dixerit, quod iste, qui diffinivit lineas equidistantes hac diffinitione, apposit diffinitioni, quod indiget probationi, scilicet quod
 5 spatium, quod est inter duas equidistantes lineas, est perpendicularis super eas, et quod EUCLIDES declaravit hoc in figura 28^a prime partis¹⁾: dicam, quod non indiget diffinitione, ut in ea ponatur perpendicularis, sed sufficit, ut dicam in ea, quod spatium, quod est inter eas, est
 10 equale, neque appositum fuit in diffinitione nisi pro expositione. Philosophus tamen AGANIS diffinivit lineas equidistantes dicens: Linee equidistantes sunt, que cum sint in una superficie, si utique in infinitum protrahantur, erit semper spatium, quod est inter
 15 eas, unum.²⁾ Qui tamen examinaverunt, quod equalitas spatii, quod est inter eas, sit causa, quare non concurrunt, si non fuerit in termino utriusque orationis „una“. Et fortasse hoc, quod appositum est in diffinitione, scilicet „in una superficie“ <non tantum est necessarium, quoniam,
 20 cum spatium, quod est inter eas, sit equale, et una in alteram omnino non inclinat, sequitur, quod sint in una superficie>, que protracta est inter eas, licet etiam una sit in plana superficie et altera in alta. Spatium autem, quod in diffinitione ponitur, est brevior linea, que con-
 25 iungit, quod est inter duas lineas, quod in precedentibus est dictum. Hoc quoque spatium, quod est inter duo opposita puncta, est linea recta, que coniungit, quod est inter ea. Linea enim recta est brevior lineis, quarum extremitates sunt extremitates eius, scilicet id, quod est
 30 inter duo puncta. Spatium autem, quod est inter punctum et lineam aut | inter punctum et superficiem, est 12

11. Aganiz.

1) Verba POSIDONII apud PROCLUM 176, 10 ab HEIBERGRO laudata ad hunc locum non pertinent. Interrogationis signum, quod ponit post „SIMPLICIUM“ delendum est. — 2) PROCLUS 175, 21 sq., cfr. etiam 177, 24.

perpendicularis, quae a puncto protrahitur ad eam, et est brevior linea, quae est inter punctum et lineam aut inter punctum et superficiem. Spatium vero, quod est inter lineam et lineam, si fuerint equidistantes, erit equale utique, et est brevior spatiis, quae sunt inter eas, et est perpendicularis super unamquamque earum. Videlicet quod, si non fuerint equidistantes, minores lineae, quae coniungunt, quod est inter eas, diversificantur secundum diversitatem punctorum in eis positorum. Hec quoque linea, quia protrahitur a puncto ad lineam, est perpendicularis super lineam, super quam protrahitur, et non est perpendicularis super lineam, super qua datum est punctum. Hec autem omnia necesse est geometricis probationibus probari.

Quod autem in diffinitione dicitur: „si protrahantur in duas partes“, ideo necessarium fuit, quia due recte lineae, quae ab una parte coniunguntur, ab alia parte immo magis separantur, et non sunt equidistantes. Quod autem dixit: „eas protrahi in infinitum“, non dixit <nisi> quantum ad imaginationem. Deberet enim utraque, quoniam earum protractio fieret in spatio, quod esset maius spatio, quod est inter nos et speram stellarum fixarum. Sed utrum sit, cum posuerimus earum protractionem in aliquo termino, ubi non coniunguntur, illud, quod est ultra, ubi non coniunguntur, et iudicemus, quod non coniunguntur. Hoc quoque fuit usus nunc in hoc, ut ad evitandum verborum multitudinem et comprehendendam brevitatem posuerunt hoc.

Et punctum est causa rerum continuarum, et unitas est causa rerum discretarum; et punctum est radix recte lineae et circumflexae, et sphaera et pyramis est radix corporum.¹⁾

8. coniunguntur.

1) Haec verba, quae glossam esse HEIBERGIIUS credidit, tamen a GHERARDO eodem loco legebantur, quare ab ipso auctore hic inserta esse videntur.

Dixit EUCLIDES¹⁾: *Ea, que premittuntur, sunt quinque. Primum est, ut linea recta a quolibet puncto ad quodlibet punctum protrahatur. Et quod linea protrahatur secundum coniunctionem et rectitudinem alterius lineae finite.*
 5 *Et ut supra quodlibet centrum quodlibet spatium occupando circulus circumducatur. Et omnes recti anguli sunt equales. Et si linea recta super duas rectas lineas ceciderit, et provenerint duo anguli, qui sunt ab una parte minores duobus rectis, lineae ille protracte coniungentur a*
 10 *parte, in qua sunt anguli minores duobus rectis.*

Supra hoc dixit SAMBELICHIUS: Postquam EUCLIDES dedit diffinitiones, <que> essentiam cuiuscumque rei diffinite significant, processit ad numerandum ea, que sunt premittenda. Sed ea, que premittuntur, sunt ea, que non
 15 sunt concessa; non tamen dimittetur discipulus, qui non cogatur concedere. Exempli gratia ut sit vis magisterii et quasi radix posita et concessa. Et hec radix aut erit impossibilis, sicut illud, quod ASAMITHES premisit et petiit, ut concederetur ei, scilicet, ut esset extra mundum
 20 (dixit enim, quod, si illud concederetur ei, ipse ostenderet, quod moveret terram, ubi dixit: „Puer concede mihi, quod sit possibile, me elevari et manere extra mundum, et ego faciam te videre, quod ego movebo terram.“²⁾) Et hoc fuit, cum iactavit se invenisse
 25 „virtutem geometricam“. Et petiit, ut premitteretur istud, et poneretur sic esse, licet sit impossibile. Quod tunc fecit, ut post auferret doctrinam.), aut erit possibilis. Ergo ea, que premittuntur, aut erunt impossibilia, sicut prediximus, aut eruntabilia, scita a magistro et disci-
 30 pulis ignota, que oportet premitte ab eis ante doctrinam

14. premittentia. — 17. quasi] cum.

1) EUCLIDES ed. CAMPANUS, f. a₂^r, 7: *Petitiones sunt quinque.*

2) PLUTARCHUS, *Marcellus* 14: *νεανιενσάμενος, ὥς φάσιν, δῶμη τῆς ἀποδείξεως εἶπεν, ὥς, εἰ γῆν εἶχεν ἑτέραν, ἐκίνησεν ἂν ταύτην μεταβάς εἰς ἐκείνην.* Cfr. etiam PAPPUS ed. HULTSCH III, 1060, 1—4.

in principio doctrine. Sed alia, que probantur, a magistro scita et discipulis ignota, que non tamen ponuntur pro rebus premittendis, quia non sunt principia, sed sunt probanda.

Ea autem, que premittuntur, non ob aliud querantur 5
premitti, nisi quia sunt sua principia. Ergo eorum sunt quedam, que ob hoc solum petuntur premitti, quia sunt necessaria in doctrina, sicut prime tres petitiones¹⁾; et eorum sunt quedam, que parum sunt declaranda, donec concedantur et recipiantur per se. Differentia autem inter 10
ea et inter per se nota est, quod per se nota ex quo concipiuntur, recipiuntur per se, sed petitiones sunt naturaliter medie inter per se nota et alia, quorum cause ignote sunt discipulis, sicut diffinitiones, que sunt medie inter probabilia, que ab omnibus recipiantur, et inter <per> se 15
nota, quoniam petitiones note sunt, sed non omnibus nisi magistris tantum in unoquoque magisterio. Quidam vero existimant, quod iste petitiones geometrie, que premittuntur, non ob aliud premittuntur, nisi ut conservetur et concedatur materia. Non enim omnia possunt in ea perfici, 20
que perficienda sunt, et habet animus, quod contradicet ex parte materie, et diceret: „impossibile est mihi, ut protraham lineam rectam super superficiem maris; et impossibile est mihi, ut protraham lineam rectam supra locum, in cuius medio est civitas aut flumen²⁾”; et impos- 25
sibile est <mihi>, ut protraham lineam rectam in infinitum: infinitum enim non reperitur.“ Sed qui ista dicunt, existimant, quod ista, que premittuntur, non sunt necessaria nisi ei, cuius geometria consistit in materia tantum, postea vero, qui dicet de equalitate rectorum angulorum, et quo- 30
modo reperit, quod premisit, hoc non facit nisi propter materiam, et similiter etiam in aliis petitionibus, que

2. ponetur. — 10. se per se.

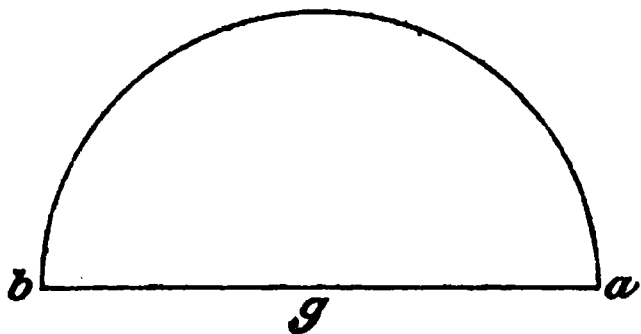
1) GEMINUS apud PROCLUM 185, 6sq. — 2) Haec verba apud BESTHORN-HEIBERG, p. 15 desunt.

sequuntur. Melius est ergo, ut dicatur, quod petitiones sunt ea, que recipiantur a discipulis, ex quo primum audit ea, quibus indigent probatione. Ergo quedam earum sunt impossibiles, quam ob rem gravis est earum receptio et
 5 non facilis, sicut trium primarum est facilis receptio, que tamen non ob aliud petuntur, nisi ut non concedatur, quatinus doctrina introducatur, sicut dixi. Quedam sunt, que sciuntur a magistris et recepta sunt ab eis, et discipulis sunt prius ignota et non manifesta, et ideo petunt
 10 a discipulis, ut concedat ea, sicut tria, que premittuntur. Utilitas autem trium primorum est, ut debilitas materie non prohibeat nobis probatione. Illa autem, que sunt post illa tria, sunt necessarie probationibus, que sequuntur.

Dixit EUCLIDES pro petitione: *Ut protraheretur linea*
 15 *recta a quolibet puncto ad quodlibet punctum.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Non dixit hoc EUCLIDES nisi, quia necessarium invenitur inter quolibet duo puncta, posita ipsius extremitates illa duo puncta, brevior dimensio inter ea, que cum protracta fuerit, erit linea recta, quia
 20 impossibile est, ut linea recta protrahatur transiens per tria puncta, <nisi> ut punctum, quod est in medio, fuerit cooperiens duo puncta, que sunt extrema, <hoc est>, quod illa tria puncta sint in rectitudine posita.

• Possibile quoque est, ut a quolibet puncto ad
 25 quodlibet punctum protrahatur arcus circuli. Cum enim protraximus lineam rectam, que coniungit, quod est inter duo puncta, sicut linea *bga*, et cir-
 30 cumduximus circulum secundum spatium, quod est inter *g* et *a*, transibit <circulus> per punctum *b*. Spatium enim, quod est inter *g* et *b*, est equale
 35 spatium, quod est inter *g* et *a*: ergo erit linea *ab* arcus



34. et est equale.

circuli.¹⁾ Et hoc necessario fuit premittendum, quod essentia materie geometrie consistit in imaginatione. Si enim fieret in corporibus habentibus materiam, superfluum esset, ut queretur premittenti, quod protrahat <lineam rectam> ab Ariete ad Libram.

5

Dixit EUCLIDES: *Ut protrahatur linea recta, que coniungatur alii lineae recte finite secundum rectitudinem.*²⁾

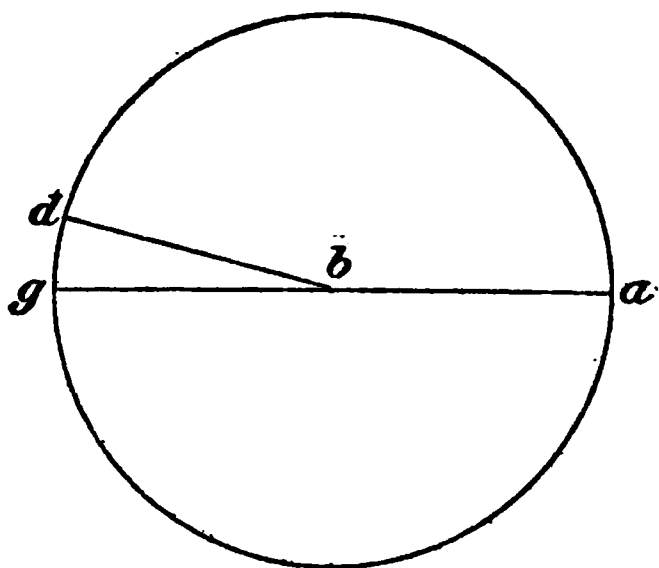
Supra hoc SAMBELICHIUS: Coniuncta sunt, quorum fines finis sunt idem; possibile est ergo, ut linea protrahatur ab extremitate alterius lineae secundum rectitudinem 10 ita, quod situs continue, et sit una recta linea; et etiam possibile est, ut sit linea protracta continue alii lineae, et tamen non fit continuatio secundum rectitudinem, et hoc est, cum comprehendunt angulum; et est etiam possibile, ut due lineae sint secundum rectitudinem, et non sint una 15 linea, quod contingit, cum non coniungantur. Quod autem in diffinitione apponitur, ut sit linea finita, bene dictum est, quoniam, si esset infinita, non posset protrahi. Lineam autem finitam possibile est in infinitum protrahi, si necesse fuerit, quod ideo fit, ne linearum brevitates in aliquibus 20 figuris nos impediat.

Quod vero linea recta, que alii lineae recte finite coniuncta secundum rectitudinem protrahitur, fit cum ea linea una, hanc probationem probare possumus, ea tamen 25 conditione, ut una ex petitionibus, que sequuntur, concedatur nobis, scilicet ut supra quodlibet centrum secundum magnitudinem cuiuslibet spatii describatur circulus. Dico igitur, quod, si ponam lineam rectam finitam, que sit *ab*, erit linea, que secundum illius continuitatem et rectitudinem protrahatur, una linea cum 30 ea. Probatio eius. Quoniam, si non fuerit una linea

3. superfluum] super filium. — 4. queretur] que retetur. — 9. finis finis. — 25—26. concedant.

1) Haec demonstratio longe alia est quam ea apud BESTHORN-HEIBERG p. 17. — 2) Interpretatio GHERARDI non est vituperanda ut textus, quem HEIBERG p. 17 dedit.

cum ea, que secundum continuitatem et rectitudinem protrahatur, protraham lineam ab in rectitudinem, et, si est possibile, sint lineae abg , et abd recte. Circumdu-
 5 cam ergo circulum supra centrum b secundum spatium, quod est inter b et a , qui sit circulus agd . Si ergo unaqueque duarum linearum abg et abd
 10 fuerit recta, unaqueque erit diameter, quoniam transit per centrum, et queque earum dividet circulum in
 15 duo media: ergo arcus agd est equalis arcui ag , maior scilicet minori, | quod est impossibile. Ergo linea, que 13
 protrahitur secundum continuitatem et rectitudinem lineae ab , est una linea cum ea.¹⁾



Dixit EUCLIDES: *Ut describatur circulus supra quodlibet punctum quodlibet occupando spatium.*

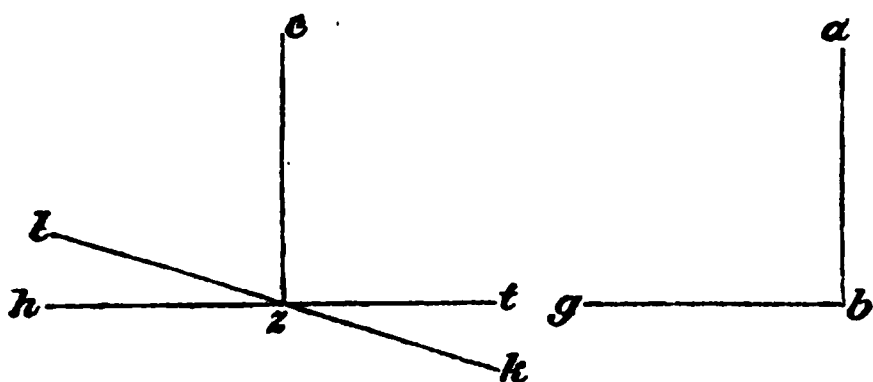
Supra hoc SAMBELICHUS: Spatium vult intelligi hic illud, supra quod circumducatur circulus, et est utrique finitum. Manifestum, quod, si est possibile, ut a quolibet puncto protrahatur linea recta ad quodlibet punctum, et
 25 circulus est, qui fit, cum figitur unum duorum punctorum recte lineae, quod est centrum circuli, et circumducitur aliud punctum, donec fiat circonferentia: ergo possibile, ut circumducatur supra quodlibet punctum quantumlibet occupando spatium circulus.²⁾

30 Dixit EUCLIDES: *Et ut omnes anguli recti sint equales.*

Supra hoc SAMBELICHUS: Qui hec verba secundum logicam perscrutatus fuerit, apparebit ei hec veritas manifesta, et hoc est, quod, si anguli recti sunt, qui proveniunt

1) Haec demonstratio non est Arabis, ut HEIBERGIIUS credit, sed iam apud PROCLUM 216, 1—9 legitur. Conferas etiam EUCLIDEM HEIBERGII vol. V, 598—599, scholium 17. — 2) HEIBERGIIUS p. 21 hic laudat PROCLUM 185, 19 sq.

ex linea ita erecta, ut non sit in ea inclinatio, et erectio, in qua non est inclinatio, neque augetur, neque minuitur, sed semper manet uno modo: ergo anguli recti sunt semper equales. Possibile quoque est, ut hoc ostendam per lineas geometricas hoc modo.¹⁾ Dico, quod est impossibile, 5 ut sit angulus rectus maior recto angulo. Quod si possibile est, sint duo anguli recti diversi, qui sint anguli abg , ezh , et sit angulus ezh maior angulo abg .



Manifestum est igitur, quod, cum 10 posuerimus angulum abg super angulum ezh , et posuerimus lineam ab super 15 lineam ez , cadet

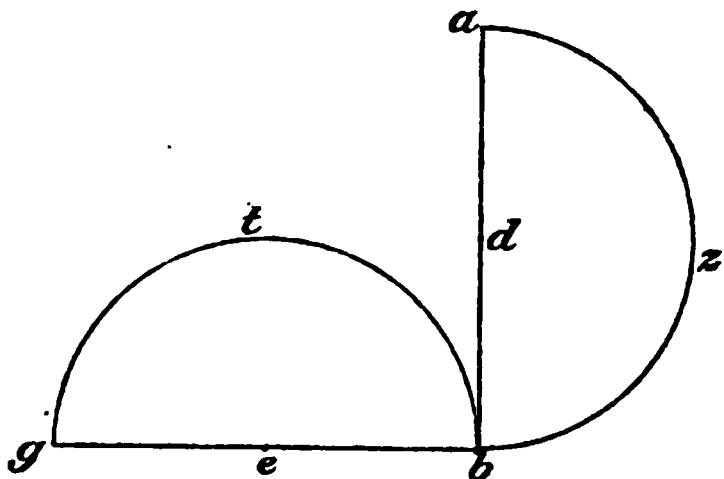
linea bg infra angulum ezh . Positum enim fuit, quod angulus ezh est maior angulo abg . Ponamus ergo, quod iam ceciderit intra ipsum, cuius situs est supra lineam zl . Erit ergo angulus ezh maior angulo $e zl$. 20 Producam ergo lineam zt secundum rectitudinem lineae zh : ergo erit angulus ezh equalis angulo $e z t$, quia sunt consequentes, quia linea ez cum fuerit erecta absque inclinatione, erunt duo anguli, qui sunt utrique, equales. Sed angulus ezh est maior angulo $e zl$, ergo angulus $e z t$ est 25 maior angulo $e zl$. Producam ergo lineam zk secundum rectitudinem lineae zl , ergo erit angulus ezk equalis angulo $e zl$, quia sunt consequentes et recti. Sed angulus $e z t$ est maior angulo $e zl$, et iam fuit ostensum, quod angulus $e zl$ est equalis angulo ezk , ergo angulus $e z t$ est maior angulo 30 ezk ; ergo minor est maior maiore, quod est impossibile. Impossibile est ergo, quod angulus rectus sit maior

11. posuerint. — 14. posuerint. — 32. sit bis.

1) PROCLUS 188, 20 sq. Figura ANARITHI bene consentit cum PROCLO; apud BESTHORN-HEIBERG p. 23 prorsus alia est.

recto angulo aut minor eo, ergo omnes anguli recti sunt
equales.

Nec tamen omnes anguli equales sunt recti, nisi
fuerint ad invicem se sequentes. Possibile enim equales
5 angulos esse expansos et acutos. Nec etiam necesse est,
ut omnes anguli, qui sunt equales rectis, sint recti, nisi
hoc modo rectus an-
gulus impositus fuerit
arcubus, quia provenient
10 anguli, quos arcus com-
prehendunt, recti trans-
sumptive.¹⁾ Exempli
causa²⁾ ponatur angu-
lus rectus, supra quem
15 sint a, b, g . Ponam
itaque duas notas super
duas lineas ab et bg , quarum spatia, que sint inter eas
et b , sint equalia, que sint puncta d et e , et circumducam
supra duo centra e et d secundum spatia que sunt inter
20 d, b et b, e , duos semicirculos, qui sint semicirculi axb
et btg . Erit ergo angulus abz equalis angulo gbt , cum
enim semicirculi fuerint equales, anguli eorum erunt
equales. Ponam ergo angulum abt communem: erit ergo
angulus totus $azbt$ equalis angulo abg . Sed angulus abg
25 est rectus: ergo angulus $azbt$, qui est lunaris³⁾, est
equalis angulo recto.



Dixit EUCLIDES: *Quod si recta linea ceciderit supra
duas rectas lineas, et fuerint duo anguli, qui sunt ab una
parte, minores duobus rectis, ille due linee protracte ex
30 parte, in qua sunt illi duo anguli, concurrent.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Hec petitio non valde est
manifesta, ideo necessarium fuit, ut lineis declaretur, quod

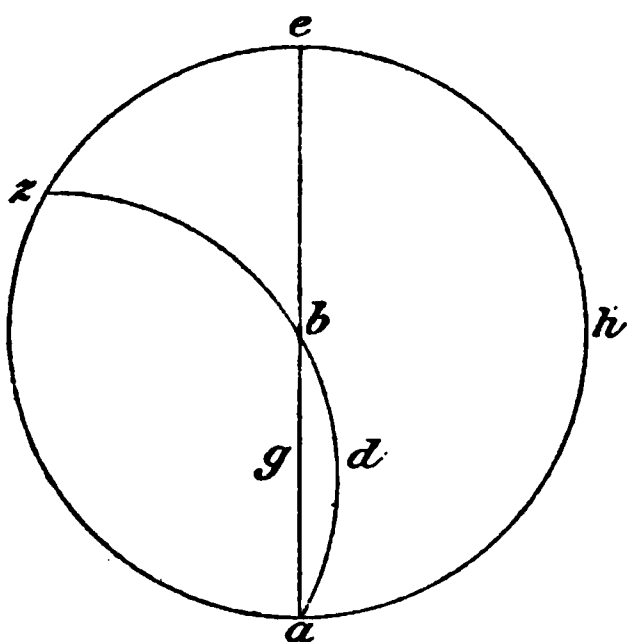
1) PAPPUS apud PROCLUM 189, 11 sq. — 2) PROCLUS
189, 21 sq., qui etiam descriptiones angulorum acutorum
et obtusorum demonstrat. — 3) *μονοειδής*. Cfr. PROCLUM
190, 8.

ABTHINIATUS et DIODORUS ostenderunt multis figuris et diversis.¹⁾

Dixit ANARITIUS: Hoc equidem exposuerimus et interponamus, quod AGANIS addidit, post probationem figure 29^o.²⁾

Dixit EUCLIDES: *Due recte linee non comprehendunt superficiem.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Hec petitio non invenitur in antiquis scriptis, que ideo fuit dimissa, quoniam est manifesta, et ideo dixerunt, quod petitiones sunt quinque.



Moderni vero probant eam hoc modo. Dixerunt, quod, si est possibile, ut sint due recte linee comprehendentes superficiem, faciamus ergo, ut due recte linee agb , adb 15 comprehendant superficiem, sicut apparet in figura. Producam itaque lineam agb et lineam adb secundum rectitudinem ad duo puncta 20 e , z , et circumducam supra centrum b cum spatio ba circulum $azeh$. Ergo quia

punctum b est centrum circuli $azeh$, erit unaqueque duarum linearum $agbe$, $adbz$ diametrus circuli, ergo arcus az est 25 equalis arcui aze , minor scilicet maiori, quod est impos-

1. Abthiniatus et Diodorus ostenderunt] Anaricius et d'unus ostenderit. *Veram lectionem ex editione Besthornii-Heibergii recepi.*

1) Hic nomina ex editione arabica-latina BESTHORNII-HEIBERGII in textum recepi, quales etiam GHERARDUS legisse videtur, ut sequitur ex alio loco ad propositionem 29^{am}, ubi repetuntur nomina. De DIODORO confer HULTSCHIVM in praefatione ad PAPVIVM III, IX—XII. Sed quis sit ABTHINIATIVS, prorsus latet.

2) Neque 26 debet legi, neque 28 ut dicunt BESTHORN-HEIBERG, sed, ut suo loco videbitur, ANARITIIVS theoriam GEMINI ad propositionem 29 addit.

sibile. Ergo due recte non comprehendunt superficiem. Quod si quis dixerit, arcus non est equalis arcui, sed quantitas $adbz$ est equalis quantitati $agbe$, necessario concedet, quod angulus had est equalis angulo hag , quod
 5 est impossibile. Et ideo est necessarium, ut hoc concedat, quoniam, <si> semicirculi superponuntur, cooperiunt se, et etiam quia portio $adbz$ est equalis portioni $agbe$, et punctum b est centrum, ergo unaqueque duarum portionum est semicirculus. Ergo erit pars $adbg$ extra circulum.¹⁾

10 Dixit EUCLIDES: *Propositiones per se note sunt: Res uni rei equales sunt equales. Et si equalibus equalia addantur, omnia erunt equalia. Et si de equalibus equalia demantur, que relinquuntur, erunt equalia. Et cum inequalibus equalia addita fuerint, omnia erunt <in>equalia. Et si*
 15 *de inequalibus demantur equalia, que relinquuntur, erunt <in>equalia. Et quecumque sunt dupla unius rei, sunt ad invicem equalia. Et que, cum superponuntur vicissim, se cooperiunt, sunt equalia. Et omne totum est maius sua parte. Et due recte linee non comprehendunt superficiem*
 20 *neque locum.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Iam diximus in precedentibus, per se nota esse, que necesse est per se <ab> omnibus recipi, et ut per se demonstrantur absque modo.

Dixit EUCLIDES: *Ea que sunt equalia uni re, sunt ad*
 25 *invicem equalia.*

Supra hoc SAMBELICHIVS: Si hec verba dicta fuerint <de> equalibus, essent vera et lucida ad intelligendum, sed si communiter dicta fuerint, non sint vera. Licet enim aliqua sint longiora aliqua re, non tamen necessario se-
 30 quitur, quod unum sit longius alio; neque illi, qui sunt fratres unius hominis, sunt fratres necessario, quoniam

17. eq^u q' autem superponuntur. — 27. lucina. — 29. longiora] longicam.

1) Demonstratio apud GHERARDUM melius quadrat, quam apud BESTHORN-HEIBERG. Sed confer etiam PROCLUM 238, 25 — 239, 15, cuius loci HEIBERGIUS non facit mentionem.

unus fuerit frater eius ex parte matris, et alter ex parte patris. Et ideo oportet, ut ratio in hoc sit simplex et ab una et eadem parte accepta, et non a multis partibus diversis, quemadmodum in exemplo fratrum ostendimus, et neque accipiatur a maiori neque a minori, sicut diximus 5 in his, que sunt longiora una re.

Dixit EUCLIDES: *Si equalibus equalia addantur, omnia fieri equalia.*

Supra hoc SAMBELICHIUS: Licet huius intentio declaratur ex numeris manifeste, tamen per se manifesta est 10 et recepta. Per se autem nota hec antiquitus non inveniuntur nisi tria.¹⁾ In modernis vero scriptis inveniuntur tria addita, que non indigent expositione, et similiter ea, que sequuntur, quoniam sunt manifesta. Hec autem ideo posita fuerunt, ut non essent in geometria 15 aliqua probata ex principiis non concessis.

QUIDAM²⁾ vero addidit pro per se noto, scilicet: Cum super equalia addita fuerint diversa, erit superfluitas summe super summam equalis superfluitati additi super additum, et probat hoc modo. Ponamus 20

$$\begin{array}{ccccccc}
 e & & h & & a & & b \\
 | & \text{---} & | & \text{---} & | & \text{---} & | \\
 & & z & & g & & d \\
 & & | & \text{---} & | & \text{---} & |
 \end{array}$$

duas quantitates equal-
les ab , gd , et addam
supra eas duas quan-
titates diversas ea , zg ,
et sit ea maior: dico 25

ergo, quod augmentum eab super zgd est equale augmento ae super zg . Probatio eius. Ut secam ex ae tantum, quantum est zg , sitque ah ; et quia augmentum eb super bh et super zd est eh , et est illud augmentum ae super ah et super gz : ergo propter hoc est augmentum be super 30 zd equale augmento ea super gz .

Et etiam, si augmenta fuerint super diversa equalia, erit superfluitas, que est inter ea post

1) HERO apud PROCLUM 196, 15 sq. — 2) PROCLUS 197, 6 sq. PAPPUM nominat, ut etiam in textu arabico legitur. Cfr. BESTHORN-HEIBERG p. 29.

augmentum equalis superfluitate, que erat inter ea ante augmentum. Exempli causa quoniam nos addimus super diversas quantitates ea , gz duas quantitates equales ab , gd , ergo erit superfluitas eb super zd equalis
 5 superfluitati ea super gz ; et hoc est illud, quod ante ostendimus.

Addidit etiam alia, scilicet quod superficies secat superficiem super lineam. Et, si superficies, que se secant fuerint plane, secabunt <se> superficies
 10 super rectam lineam. Et linea secat lineam super punctum (Huic enim indigemus in prima figura). Et possibile est, superficiem planam et lineam rectam, eo quod sint plane, in infinitum protrahi.¹⁾

Oportet nos preterea ante particularia premittere
 15 ista.²⁾ Dico igitur, quod intentio geometrie est, sicut precessit ex his, que diximus, scilicet declaratio quantitatum et figurarum, et situs et proportionum u|nius ad 14 aliud. Et intentio in unoquoque istorum aut est theorica³⁾ aut practica.⁴⁾ Quod si eius intentio fuerit in
 20 eo ad dandam scientiam, nominatur theorica; et si fuerit eius intentio in eo ad demonstrandam operationem, vocatur practica. Theorica ergo est, cuius finis est aliquid ostendere, sicut figuram 4^{am} primi tractatus, et que ei sunt similes. Et iste figure sunt ille, in quarum fine
 25 consuetudo est dicere: „Et hoc est illud, quod demonstrare volumus.“ Practica vero est, cuius finis est, secundum quod volumus aliquid operari. Et ille figure sunt, in quorum fine consuetudo <est> dicere: „Et istud est, quod facere volumus.“ Quod si quis dixerit:
 30 quare ergo dicitis, geometrie intensionem esse ad indicandum scientiam solum, cum videamus ipsam simul cum scientia indicare operationem? dicemus, quod illarum ope-

9. secabunt superficiem. — 12. plana. — recta.

1) Item PAPPUS. Cfr. PROCLUM 198, 6—10 et BESTHORN-HEIBERG p. 31. — 2) De eis, quae sequuntur, vide PROCLUM 200, 12—213, 11. — 3) Θεωρημα. — 4) πρόβλημα.

rationum finis non tribuit nobis nisi scientiam. Dico ergo, quod opus figure, que docet facere triangulum equilaterum, non docet nisi scientiam et non opus manuum. Invenimus enim quosdam hoc bene scientes, qui non possunt hoc perficere illi modo, neque ei attribuere hanc formam. Quo-
modo vero necessario fiunt, et ingenium perficiendi dicere poterint. Possibile tamen est, geometriam esse principium aliarum doctrinarum practice, que manibus exequentur. Opera¹⁾ enim, que sunt in geometria, sunt apud sapientes sicut ea, que premittuntur, ad declarationem aliorum. 10

Quidam quoque invenerunt in figuris²⁾ unam differentiam, quam vocaverunt inventum³⁾, sicut nostra intentio, quam habemus in prima figura tercie partis. Non enim intendimus ibi nisi invenire centrum circuli dati. Sed differentia, que est inter inventionem et operationem, 15 est, quod inventionis finis non est nisi invenire rem, que iam est inventa, et non invenire rem, que iam inventa nunquam fuit; et differentia, que est inter eam et scientiam, est illud, quod scientia est, quod illud, quod scientia nobis tribuit, utrum, priusquam probent, inventum sit an 20 non, ignoramus, sicut quod anguli trianguli sunt equales duobus rectis angulis: in inventionem autem scimus, quod circulus habet centrum, sed volumus locum eius scire. Nisi si aliquis dixerit, quod rem, quam aliquis vult invenire, ignorint, an sit inveniri possibile vel non; sicut 25 si aliquis vellet invenire quantitatem superficiei alicuius circuli dati.

1. fines. — tribuunt. — 7. poterit. — 8. exequantur] extra centur. — 17. est inventa est. — 18. ea. — 22. inventionem.

1) Dubito, an *opus* sint postulata et axiomata, ut HEIBERGIO videntur, nam *opus* apud ANARITUM, ut postea videbitur, constructiones auxiliares in demonstratione adhibitae definiuntur.

2) Figura apud Arabes quaeque paragraphus dicitur, quae figura ornata est. Tales e. c. figuras liber primus EUCLIDIS in traditione arabica 47 continet. *Scientia* idem valet, quod supra *theorica* nominatur, id est *theoremata*; *operatio* est illud, quod supra *practica* dicitur, id est *problema*.

3) *πρόσμοια*. Confer PROCLUM 301, 25 sq.

Nominantur autem omnes figure scientie aut operationes necessarie equivoce. Unumquodque autem istorum, scilicet scientia et operatio et inventio, et si qua sunt alia, dividuntur in sex partes, id est: propositio,
 5 exemplum, differentia, opus, probatio, conclusio.

Propositio est in hoc loco, quam dialectici dicunt esse id, quod ad demonstrandum ponitur, et ipsa et conclusio in intentione sunt idem. Exempli causa, ut dicamus, quod omnes tres anguli cuiuslibet trianguli sunt
 10 equales duobus rectis: hic equalis est propositio et conclusio. Et hoc est, cum diximus: „iam manifestum est, quod omnes anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis angulis.“ Hoc equalis proposito non est pars propositionis, cuius diffinitio est, oratio, que premitit nobis
 15 intentionem, qua volumus scire aut operare aut invenire. Et si fuerit in intentione aliquid datum aut aliquid quesitum, sicut est in prima figura, in qua datur linea recta, et queritur, ut faciamus triangulum equilaterum, oportet, ut in propositione dicatur utrumque, scilicet datum et
 20 quod quesitum est.

Exemplum vero est illud, quod subicit visui intentionem propositionis.

Differentia quoque est, que separat illud, quod quesitum est in propositione, et quod positum est in
 25 exemplo, scilicet quod queritur ad faciendum aut ad probandum, a suo communi genere.

Opus vero est, ut signet aliquis ea, que ad probationem sunt necessaria, cum lineis, ut faciat ea, que sibi imponuntur ad faciendum, sicut in figura prima ad
 30 protrahenda latera trianguli equilateri et ad circumducendos circulos, cum quibus opus trianguli et probatio ipsius completur.

Probatio autem est illud, quod congregat quesitum

5. operis. — 11. Et hoc est] Et est etiam. — 13—14. probationis. — 16—17. quesitum] $\bar{q}s^{\circ}at$ um. — 19. probatione. — 20. $\bar{q}s^{\circ}at$ um. — 31. circulus sunt.

ex eis, que premissa sunt et concessa, que quandoque erit ex eis, que primum intelliguntur in ratione, et sunt secundum naturam antiquiora, et tunc vocatur probatio veraciter, sicut probatio prime figure, quoniam circuli, quorum lineae, que protrahuntur a centrīs ipsorum ad 5 circumferentias ipsorum, equantur, sunt equales, et ex hac oratione demonstratur, quod quesitum in hac figura; et circulus est antiquior triangulo. Et in scientia erit probare ex eis, que non sunt per se nota, sicut cum probatur, quod omnes anguli trianguli duobus rectis sunt 10 equales, et postea, quod omnes anguli omnis quadrati sunt equales quatuor rectis. Quod non ob aliud probatur nisi, quod omne quadratum dividitur in duos triangulos. Quadratum enim necessarie est post triangulum.¹⁾

Conclusio est reversio propositionis, sicut si dicere- 15 tur: „Manifestum est, quod omnes tres anguli cuiuslibet trianguli sunt equales duobus rectis angulis.“ Diceretur ergo confirmative, quoniam probatum est, ideoque nihil additur ei nisi: „ergo figura vera“, id est completa.

Perfecti quedam complentur cum his sex, et alie cum 20 quinque, sicut figura quarta prime partis. Non enim fuit in ea necessarium opus. Et quedam sunt, que complentur cum quatuor, cum non fiunt in figura res, et tunc movebitur exemplum et differentia, sicut invenitur <in> septima <figura> primi tractatus. Sed propositio et probatio et 25 conclusio necessarie sunt in omnibus figuris.

Preterea oportet, ut ostendam ista, scilicet quid sit theorema²⁾, et quid corollarium, et quid est diversitas positionis, et quid alaynedi³⁾, et quid est convertere intentionem ad impossibile. 30

20. completur. — 24. septimi. — 28. corollarium. — 29. nedi altg7 fiedi(!).

1) HEIBERGIIUS textum arabicum non recte comprehendisse videtur. Translatio GHERARDI optime cum sensu EUCLIDIS congruit. — 2) λήμματα. — 3) ἐνστάσις = *disceptatio*.

Dico ergo, quod theorema est, quod sumitur a demonstratione alterius, licet in se sit scientia aut figura, sicut accepimus in figura secunda latera duorum triangulorum.¹⁾ Illud ergo aliud facile ostenditur per ipsum, 5 ideoque oportet, ut premittatur aut ponatur post, sed tamen concedatur in probatione cito.

Corollarium vero est illud, quod cum probatione eius, quod probandum premittatur, declaratur. Ex probatione ergo illa adipiscitur corollarium.

10 Diversitas autem propositionis est, ut forma intentionis ponitur super multos modos, in quibus probatio diversificatur.

Alaynedi est oratio probationi opposita sequens probationem, quousque ad finem perveniat.

15 Intentionem vero convertere ad impossibile est, ut poneretur contradictoria intentionis, et ostendatur, quod ex eis accidit, quod est impossibile, sicut accepimus in figura supra latus maius, ut ostendamus cum eo falsitatem contradictorie intentionis et veritatem intentionis.

20 **EXPLICIT EXPOSITIO PROLOGI. INCIPIT EXPOSITIO PRIME PARTIS LIBRI EUCLIDIS SECUNDUM ANARITIUM.**

In primo theoremate²⁾ quinque figure, una EUCLIDIS et quatuor YRINI.

Dixit YRINUS: Si quis quesierit a nobis, quare 25 EUCLIDES voluit ostendere, quomodo fieret triangulus equilateralis, et non ostendit, quomodo alii trianguli fierent, cum sufficeret ei in suis operibus triangulus duorum equalium laterum absque illo, dicemus, quod non ideo fecit, quin ipse sciret facere triangulum duorum equalium 30 laterum, sed quia opus equilateri est discipulo ad discendum facilius, et etiam, quia ipso habito habetur alius,

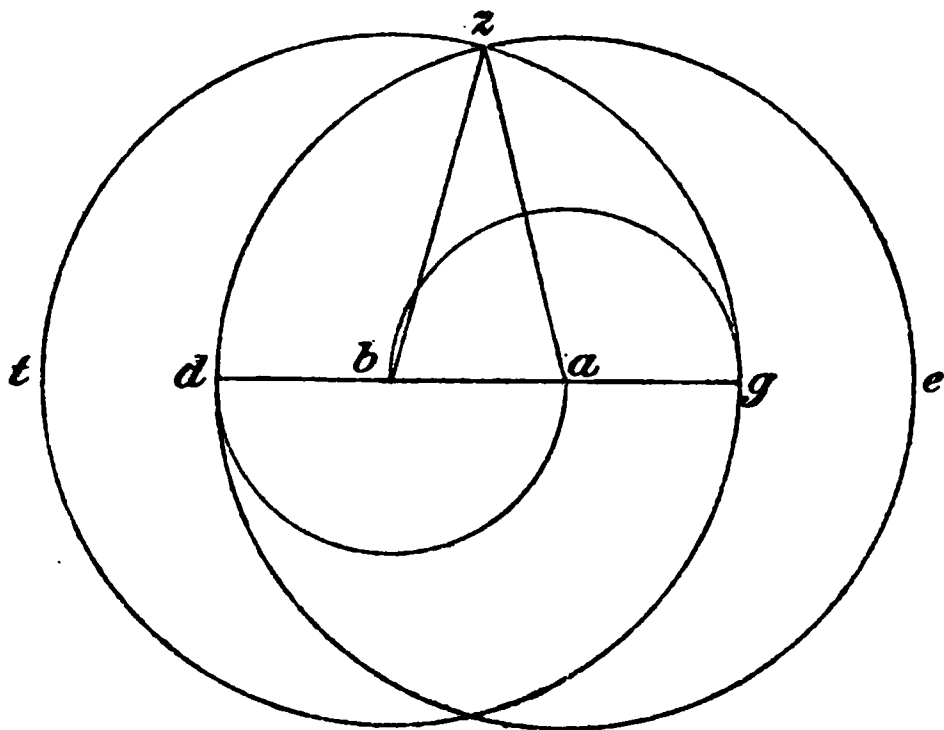
7 et 9. corollarium. — 13. oppositiones.

1) Intelligit, latera trianguli equilateri esse equales, qua proprietate in secundo theoremati utitur.

2) EUCLIDES I, 1: *Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.* — YRINUS = HERO.

sed, licet alius habeatur, non tamen habetur iste. Possibile tamen est, ut triangulus duorum equalium laterum super datam rectam lineam semper hoc modo constituatur.¹⁾

Sit linea data ab . Ponam itaque a centrum circuli, et cum spatio, quod est inter a et b , describam arcum bg .⁵ Postea ponam b centrum, et cum spatio, quod est inter b



et a , describam arcum ad , et protraham lineam ab secundum rectitudinem in duas partes ad duos arcus bg et ad . Et quia ga est equalis ab , et ab est equalis bd , ergo ag est equalis bd . Posita ergo ab communi erit gb ¹⁰ equalis ad . Post hoc ponam a centrum, et cum spatio, quod est inter a et d describam circulum, qui sit circulus dze . Deinde ponam b centrum, et secundum spatium, quod est inter b et g , describam circulum, <qui sit circulus> gzt , et protraham a puncto z , quod est sectio¹⁵ duorum circulorum, duas lineas za et zb . Et quia punctum a est centrum circuli dze , et iam protracta sunt ab eo ad circonferentiam ipsius due recte lineae, que sunt ad

2. ita. — 14. bg . — 18. ab eo ad] ab egcidi.

1) Haec propositio etiam apud PROCLUM 218, 12sq. legitur, sed HERONIS mentio non fit. Invenitur etiam apud CAMPANUM.

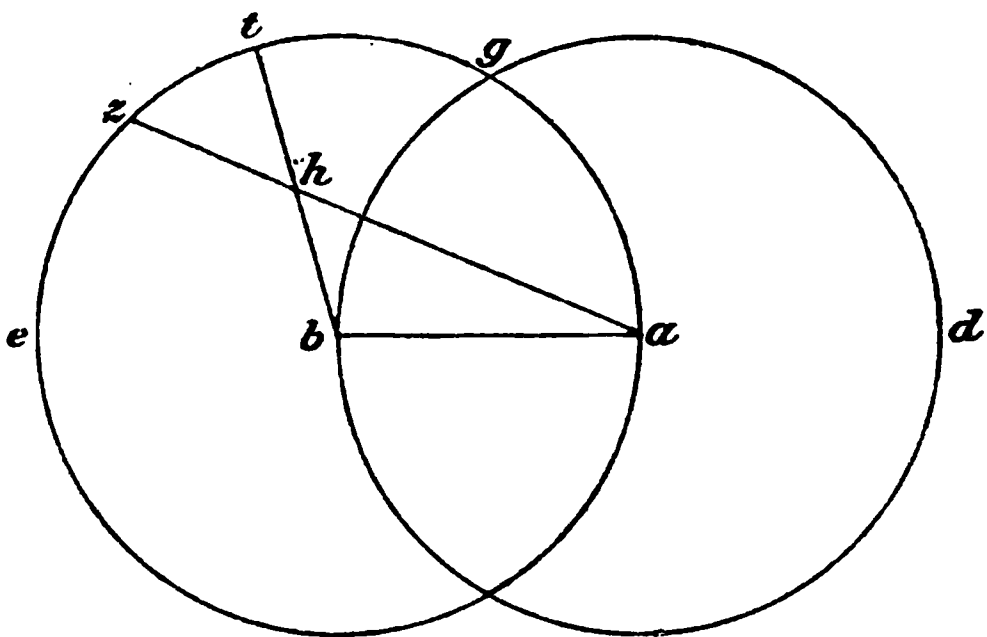
et az , ergo ipse erunt equales, ergo linea az est equalis lineae ad . Sed linea ad fuit equalis lineae bg , ergo linea az est equalis lineae bg . Et quia etiam b est centrum circuli gzt , et ab eo ad circumferentiam iam protracte sunt
 5 due lineae bz et bg , ergo ipse sunt equales, ergo linea bz est equalis lineae bg . Sed linea bg fuit equalis lineae az : ergo linea az est equalis lineae bz ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Post hoc planius loquens, est ostendens, quomodo
 10 super rectam lineam constituatur triangulus omnia latera habens diversa, et hoc tribus modis, quorum primus est, ut sit linea data brevior una duarum reliquarum et longior altera.

Secundus vero est, ut sit linea data brevior quaque duarum reliquarum.

15 Tertius quoque est, ut sit linea data longior quaque duarum reliquarum linearum.

Primus autem modus¹⁾, quo ostenditur, quod linea data sit brevior una duarum reliquarum et longior

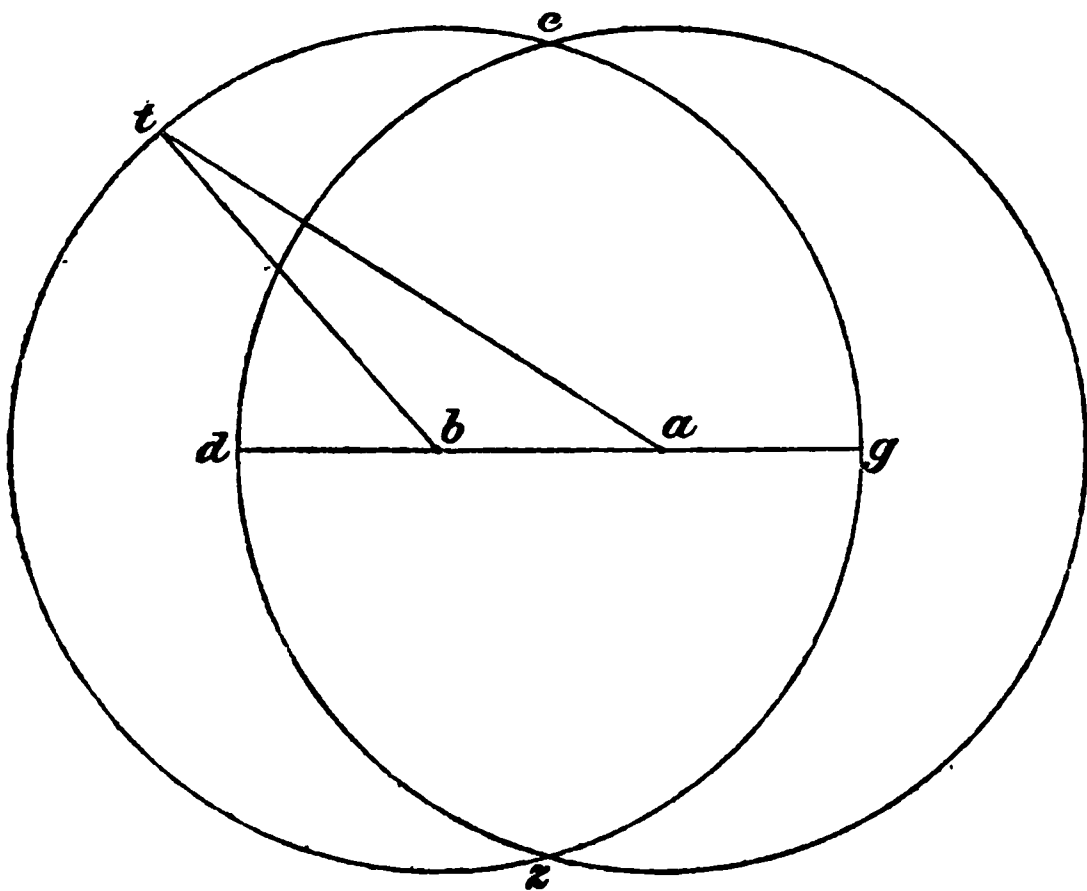


altera, est huiusmodi. Sit linea data ab , et ponam, ut a
 20 sit centrum, supra quod cum spatio, quod est inter a et b , circumducam circulum, qui sit circulus bgd . Ponam

1) Hanc quoque propositionem habet PROCLUS 219, 4 sq., sed HERONIS non mentionem facit.

etiam punctum b centrum, supra quod cum spatio, quod
 15 est | inter b et a , describam circulum age . Deinde signabo
 in arcu ge punctum, qualecumque contingat, quod sit
 punctum z , et coniungam a cum z . Punctum quoque se-
 cundum signabo in linea, que est inter punctum z et 5
 circumferentiam circuli bgd , quod sit punctum h , et con-
 iungam b cum h , et protraham ipsam lineam secundum
 rectitudinem usque ad punctum t . Manifestum est ergo,
 quod linea ah est longior linea ab , et linea ab est longior
 linea bh ; et illud est, quod demonstrare volumus. 10

Secundus modus¹⁾, quo ostenditur, quod linea
 data sit brevior quacumque duarum linearum, in hoc de-



claratur exemplo. Sit linea data ab , quam secundum
 rectitudinem in duas protraham partes, donec bd sit equalis ab
 et similiter ag equalis ab , secundum quod fecimus in 15

1. quod cum spatio] quod spatium. — 12. quarum duarum.

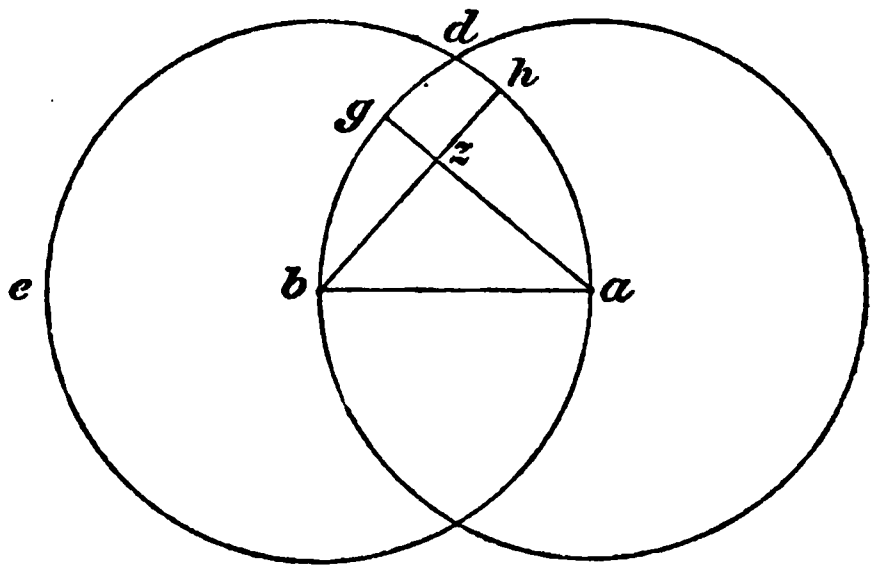
1) Hunc casum etiam apud CAMPANUM legimus.

triangulo duorum equalium laterum. Deinde ponam punctum a centrum, et cum spatio, quod est inter a et d , describam circulum dez . Ponam etiam punctum b centrum, et secundum spatium, quod est inter b et g ,
 5 circumducam circulum gez . In circonferentia igitur gez a parte exteriori circuli dez signabo punctum, qualitercumque cadat, quod sit punctum t , et coniungam a cum t et b cum t . Linea ergo at longior est linea ad , sed linea ad est equalis lineae bg : <ergo
 10 linea at est longior bg . Sed linea bg est equalis lineae bt :> ergo linea at est longior linea bt . Sed linea bt est longior linea ba , quoniam ipsa est equalis lineae bg : manifestum est ergo, quod linea at est longior linea bt , et linea bt est longior linea ba ; et illud est, quod demon-
 15 strare volumus.

Tertius quoque modus, quo monstratur, quod linea data sit longior qualibet duarum reliquarum linearum, tali declaratur exemplo. Sit
 20 linea data ab .

Ponam itaque punctum a centrum, et cum spatio, quod est
 25 inter a et b , describam circulum bgd . Post hoc ponam punctum b centrum, et se-

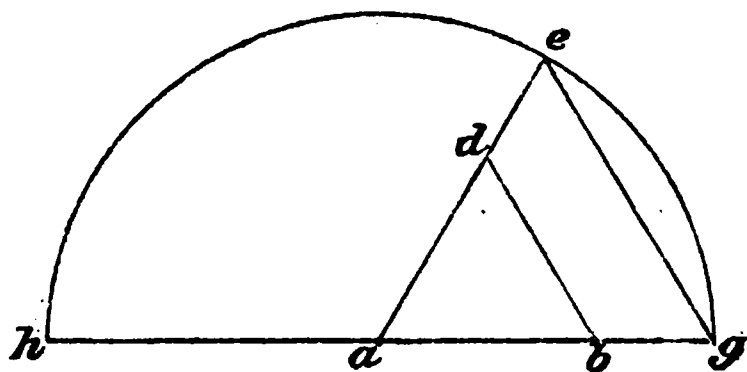
30 cundum spatium ab circumducam circulum ade , et producam duas lineas ag , bh , donec se supra punctum z secent. Manifestum est itaque, quod linea ab est longior unaquaque linearum az et bz ; et illud est, quod demonstrare volumus.



<Hoc quod sequitur, secundo theoremati ad-
ditum>. ¹⁾

linea dz est equalis lineae dh . Cum ergo minuerimus duas lineas equales da et db ex duabus lineis equalibus zd et dh , remanebit linea bz equalis lineae ah . Sed iam ostendimus, quod linea bz est equalis bg , et ea, que uni
 5 rei sunt equalia, equalia sunt, ergo linea ah est equalis lineae bg . Jam adiunximus puncto a lineam ah equalem lineae bg , cuius extremitas est punctum a ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Est quoque alius modus¹⁾, quo docetur, qualiter
 10 protrahatur linea equalis lineae date, qui est huiusmodi. Ponatur, ut non sit punctum a supra lineam gb , et punctum a sit extremitas lineae quesite, sed sit linea gb , cum se-
 15 cundum rectitudinem protrahatur, transiens super ipsum. Producam ergo lineam bg , secundum rectitudinem:



20 transibit ergo super punctum a . Deinde constituam super lineam ba triangulum equilaterum, qui sit triangulus adb , et protraham lineam da secundum rectitudinem usque ad punctum e . Deinde ponam punctum a centrum, et \langle cum \rangle spatio ag
 25 describam arcum geh . Manifestum est ergo, quod linea ag est equalis lineae ae ; sed linea ba est equalis lineae da , ergo linea bg est equalis lineae de ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

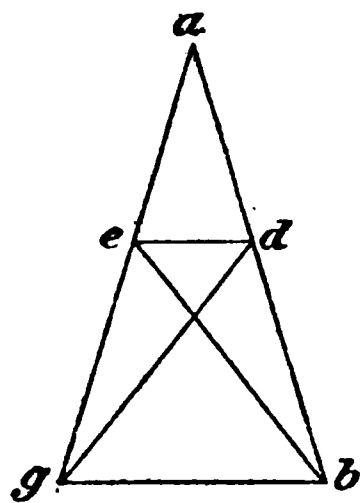
Hoc quod sequitur, quinto theoremati²⁾ additum.

1. minuerimus] invenerimus.

1) Et figura et constructio prorsus est aliena ab illa apud BESTHORN-HEIBERG. Vituperatio HEIBERGHII falsa esse mihi videtur.

2) EUCLIDES I, 5: *Omni trianguli duorum equalium laterum angulos, qui supra basim sunt, equales esse necesse est; quod si eius duo equalia latera directe protrahuntur, fient quoque sub basi duo anguli invicem equales.*

Si quis nobis dixerit, quare EUCLIDES probavit in hoc theoremate, quod duo anguli, qui sunt sub basi, sint equales, cum in libro suo non inveniatur per hos aliquid fecisse, respondebimus, quod ipse scivit illud, in quo dubitatur in 7^o theoremate et in 9^o. Premisit itaque 5 declarationem, ut per eam solveret dubitationem, quemadmodum ostendetur in eis.¹⁾ Possibile tamen est, ut monstretur, quod duo anguli, qui sunt supra basim, sint equales, absque ostentatione equalitatis duorum angulorum, qui sunt sub basi, secundum hunc modum.²⁾ Sint duo 10



latera ab et ag trianguli abg equalia: dico igitur, quod angulus abg est equalis angulo agb . Probatio eius, quoniam signabo in linea ab punctum d , et secabo ex linea ag lineam ae equalem 15 lineae ad , et protraham lineas de , dg , eb . Et quia ba est equalis ag , et linea ad est equalis lineae ae , ergo duo latera $\langle ab$ et $ae \rangle$ trianguli abe sunt equales duobus lateribus ag et ad trianguli agd , 20 quodcumque videlicet latus suo relativo

est equale, et angulus $\langle a$ est communis utrique: ex probatione ergo figure quarte huius partis erit basis be equalis basi dg , et angulus $ae b$ equalis angulo adg , et angulus $\rangle abe$ equalis angulo agd . Si ergo due linee equales ad , ae 25 minuantur ex duabus lineis equalibus ab et ag , remanebit linea db equalis lineae eg . Sed iam fuit ostensum, quod linea be equalis lineae gd , \langle et basis de communis est utrique: ex probatione ergo figure quarte \rangle erit angulus $ed b$ equalis angulo deg , et angulus bed equalis angulo 30 gde . Cum ergo minuerimus eos ex duobus equalibus angulis bde , ged , remanebit angulus bdg equalis angulo beg . Latera quoque ipsos continentia equalia, quodque videlicet suo relativo equale, et basis bg est communis

1) PROCLUS 247, 6 sq. et 248, 8—11.

2) PROCLUS 248, 16—249, 19.

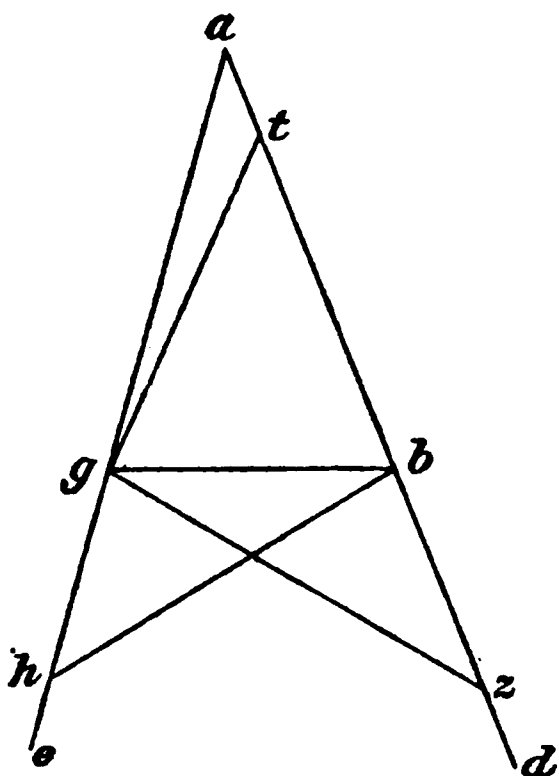
eis: ex probatione igitur figure quarte erit angulus abg equalis angulo agb ; et istud est, quod demonstrare volumus.

Sexti theorematis propositio¹⁾ potest sic enuntiari: Omnis trianguli, cuius duo anguli, qui sunt supra basim, sunt equales, duo latera sunt equalia; et sic: Si equantur duo anguli trianguli, latera ipsis subtensa sunt equalia.

Ex eis quoque, que huic theoremati adduntur, est istud, quod sequitur.

„Omnis triangulus, cuius duo anguli, qui sunt sub basi, sunt equales, est duorum equalium laterum.²⁾

Exempli causa sit triangulus abg , cuius duo latera ab et ag cum protrahuntur usque ad duo puncta d et e , sit angulus gbd equalis angulo bge : dico ergo, quod latus ba est equale latere ag . Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si possibile fuerit, ut non sit ei equale, ponam ergo, quod ba sit maius ag , et secabo bt equale ag , quemadmodum manifestum est ex probatione figure tercię, et protraham gt , et signabo in linea ad punctum z , et abscindam gh equalem bz , sicut manifestum est ex probatione figure tercię, et producam duas lineas bh , gz . Et quia divisimus lineam gh equalem bz , ergo si accepimus bg , communem, erunt due linee hg ,



11. trianguli.

1) EUCLIDES I, 6: *Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint, duo quoque latera angulos respicientia equalia erunt.*

2) PROCLUS 257, 9 sq., sed alia demonstratione.

gb equales duabus lineis *zb*, *bg*, et angulus *bgh* est equalis angulo *gbz*. Manifestum est ergo ex probatione figure quarte, quod basis *zg* est equalis basi *bh*, et triangulus *bgz* est equalis triangulo *gbh*, et angulus *bzg* est equalis angulo *bhg*. Cum ergo equalibus equalia addimus, erit linea *zt* equalis lineae *ah* totaliter. Sed iam ostendimus, quod *bh* est equalis *gz*, et quia angulus *ahb* est equalis angulo *azg*, ergo duo latera *bh*, *ha* sunt equalia duobus lateribus *tz*, *zg*, quodque latus suo relativo equale, et angulus *h* est equalis angulo *z*: ergo secundum probationem figure quarte triangulus *hab* est equalis triangulo *zgt*. Sed iam ostendimus, quod triangulus *hgb* est equalis triangulo *gbz*: cum ergo ex equalibus minui-
mus equalia, remanent equalia. Remanet ergo triangulus *abg* equalis \langle tri \rangle angulo *btg*, maior scilicet minori, quod est contrarium et impossibile. Non est ergo possibile, ut sit latus *ab* maius latere *bg*, neque minus eo est, igitur ei equale; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Hoc est additum
septime.¹⁾ 20

Si quis dixerit²⁾, possibile est, ut a duabus extremitatibus lineae ab duae lineae ag et bg protrahantur equales lineis ad et bd protractis, 25 donec ag sit equalis ad , et bg sit equalis bd : dico, illud fore impossibile. Probatio eius,

quoniam producam lineam gd , et protraham duas lineas ag
et ad secundum rectitudinem usque ad duo puncta e et z . 30

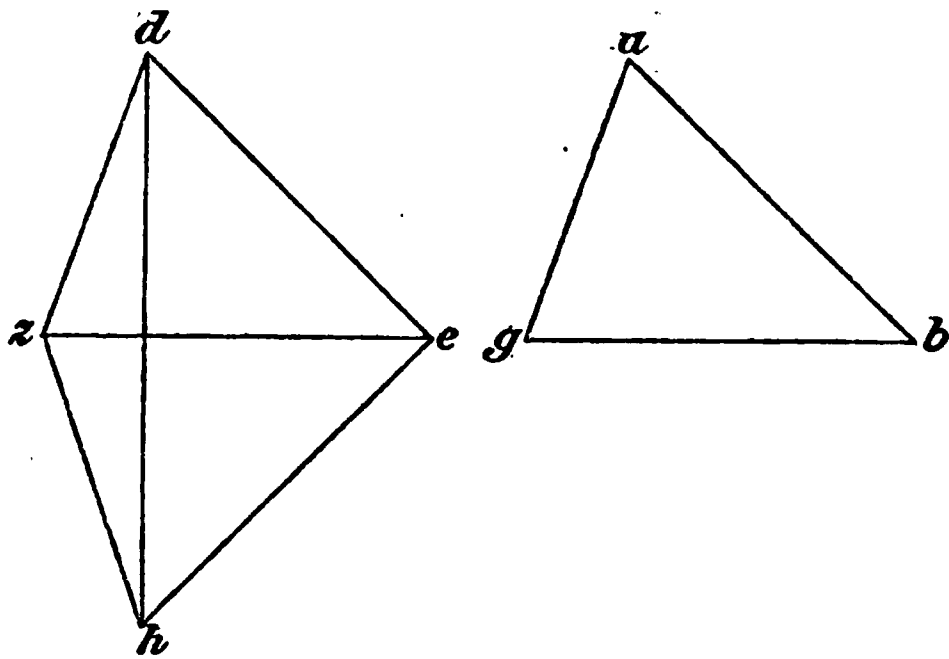
20. deçime septime. — 27. de eö dico.

1) EUCLIDES I, 7: *Si a duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum unum concurrentes exierint, ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales, que ad alium concurrant, in eandem partem duci est impossibile.*

2) PROCLUS 262, 3 sq.

Quia ergo triangulus agd est equalium duorum laterum, videlicet ag existente equali lateri ad , erunt ex probatione 16 quinte figure duo anguli, qui sunt sub basi, equales. Angulus igitur edg est equalis angulo $\angle zgd$. Sed angulus edg 5 est maior angulo gdb , ergo angulus zgd est maior angulo bdg . Sed angulus bgd est maior angulo zgd , ergo angulus bgd est multo maior angulo bdg . Et etiam, quia triangulus bdg est duorum equalium laterum, ergo secundum probationem figure quinte duo sunt anguli, qui sunt supra basim, 10 equales. Ergo angulus bgd est equalis bdg . Sed iam ostendimus, quod angulus bgd est multo maior angulo bdg , et hic est ei equalis, quod est contrarium et impossibile. Manifestum itaque est ex hoc, quod hic probatur, quemadmodum proveniat ex eo, quod in quinta figura probatur, 15 quod duo anguli, qui sunt sub basi, equales existunt.¹⁾

Additum octavo theoremati²⁾ relatum ad probationem secundum modum contrarietatis.

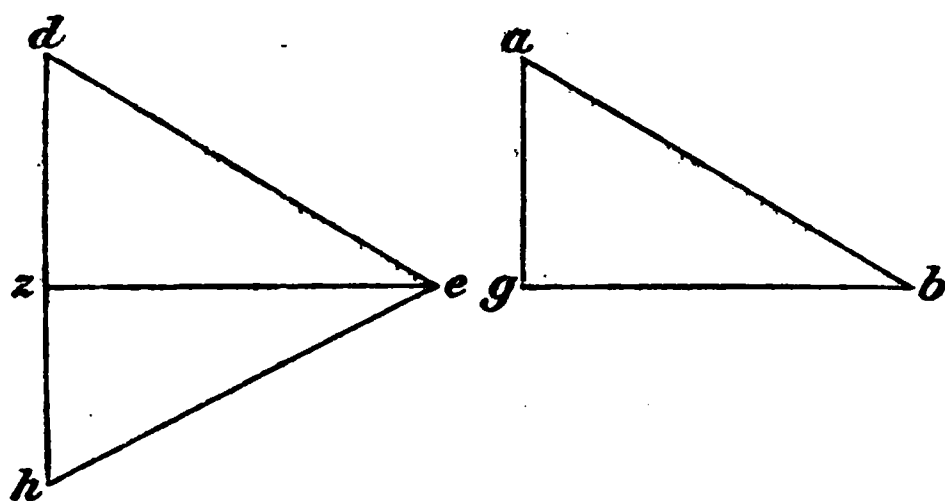


Basis trianguli abg , que est bg , superponatur basi ez , que est trianguli dex , et cadant linee eh , hz , et con-

3. Angulo.

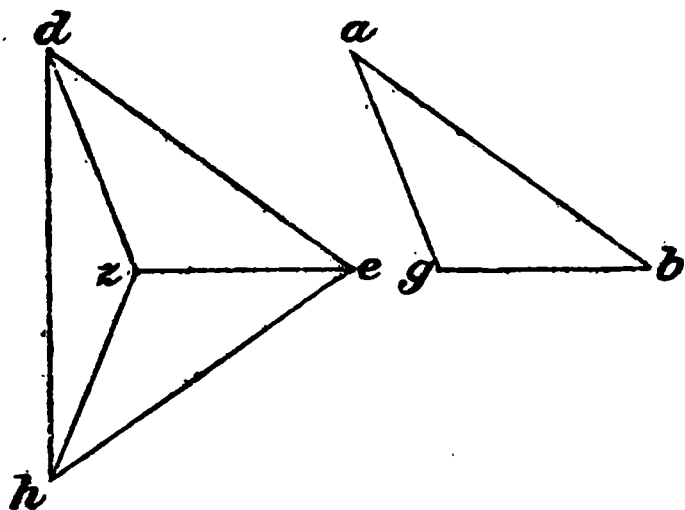
1) PROCLUS 263, 4 sq. — 2) EUCLIDES I, 8: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia, basisque unius basi alterius equalis, duos angulos equis lateribus contentos equales esse necesse est.*

iungam puncta d et h cum linea dh . Et quia linea de est equalis lineae eh , ergo ex probatione quinte figure sunt duo anguli, qui sunt supra basim, equales. Angulus ergo dhe est equalis angulo hde . Ex hac probatione monstratur, quod angulus $dhez$ est equalis angulo hdz : angulus 5 ergo edz totus est equalis toti angulo ehz : et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾



Preterea possibile est²⁾, ut linea ag secundum rectitudinem coniungatur lineae dz , sicut linea dzh . Quia igitur tri- 15 angulus deh duo latera habet <equalia>, sci-

licet latus de , quod est equale lateri he , et angulus edh est equalis angulo ehz ; et illud est, quod demonstrare voluimus. 20



Positum <enim> est, quod linea ag sit quasi coniuncta secundum rectitudinem lineae dz . Possibile quoque est³⁾, ut 25 linea ag lineae dz taliter coniungatur, quod ipsa cum linea dz ex altera parte contineat angulum. Sit ergo ita, sicut lineae 30 dz , zh , et producam li-

neam dh . Et quia triangulus deh est duorum equalium laterum, ergo secundum probationem figure quinte angulus < edh

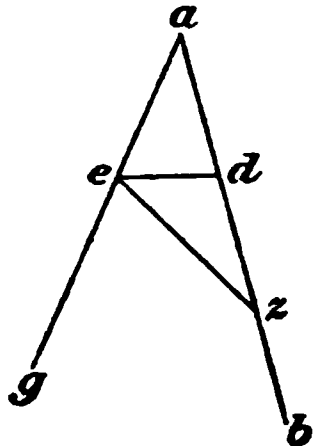
27. quod ipsa] quantitas ipsa.

1) PROCLUS 267, 5 sq. — 2) PROCLUS 266, 15 sq. — 3) PROCLUS 268, 1 sq., qui tres demonstrationes PHILONIS esse dicit.

est equalis ehd . Et quia triangulus zdh est duorum equalium laterum, ergo secundum probationem figure quinte angulus zdh est equalis angulo zhd . Sed cum de equalibus equalia demuntur, que relinquuntur sunt equalia; renanet
 5 ergo angulus edz angulo ehz equalis; et illud est, quod demonstrare volumus. Figure tamen iste probationibus non sunt necessarie, quoniam cum basis superponatur basi, non scitur certitudo duorum angulorum a , d ; [et illud est, quod demonstrare volumus].

10 Additio noni theorematis.¹⁾

Si quis dixerit²⁾, quod triangulus equilaterus, qui fit super lineam trianguli aed , que est linea ed , cadit super lineam ab ad similitudinem z , erit ergo latus de equalis unicuique duarum linearum dz ,
 15 ze . Et quia triangulus ade est duorum equalium laterum, ergo ex eo, quod est manifestum ex probatione figure quinte, angulus deg est equalis angulo edb , quia ipsi sunt anguli, qui sunt sub basi, et
 20 etiam, quia triangulus dze est duorum equalium laterum, ergo ex eo, quod processit ex probatione figure quinte, etiam erunt anguli, qui sunt supra basim, equales. Ergo angulus zde est equalis angulo zed , maior
 25 videlicet minori, quod est contrarium et impossibile. Quod si dixerit, quod egreditur aliam azb , erit magisterium eius turpius.³⁾ Et illud est, quod demonstrare volumus.



Hoc, quod sequitur YRINUS vero undecimo theoremati⁴⁾ addidit.

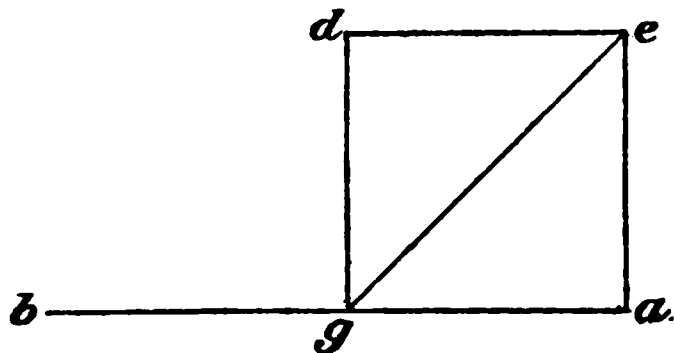
28. Yrinus] ann⁹.

1) EUCLIDES I, 9: *Datum angulum per equalia secare.*

2) PROCLUS 273, 11sq. — 3) Apud PROCLUM 274, 10sq. etiam secundus casus demonstratur.

4) EUCLIDES I, 11: *Data linea recta a puncto in ea signato perpendiculararem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis utrimque subnixam.*

Si quis dixerit: Volo, ut a puncto a , quod est lineae extremitas, linea recta protrahatur, quae sit perpendicularis super lineam ab . Signabo ergo in linea ab punctum g , cum quo producam perpendicularem, quae sit gd , sicut ostensum est ex probatione precedentis 5 figure. Sit itaque protractio gd in infinitum. Secabo



autem ex gd , quod sit equale lineae ag , sitque linea gd , et producam perpendicularem de , quemadmodum 10 protraxi aliam, in infinitum, et dividam angulum agd in duo media cum linea recta, <quemadmodum manifes-

tum est> ex probatione figure none, et producam eam 15 donec concurrat lineae de , et ponam, ut ipsa concurrat ei in puncto e . Deinde coniungam, quod est inter duo puncta a et e , producendo ae lineam: dico ergo, quod linea ae est perpendicularis super lineam ab supra punctum a . Probatio eius. Quoniam secuimus lineam gd ad equalitatem 20 lineae ga , et fecimus angulum age equalem angulo dge , ergo ge communi, ex eo, quod manifestum est ex probatione figure quarte, erit angulus gae equalis angulo gde . Angulus autem gde est rectus, ergo angulus eag est rectus, ergo linea ae est perpendicularis supra punctum a 25 lineae ab ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

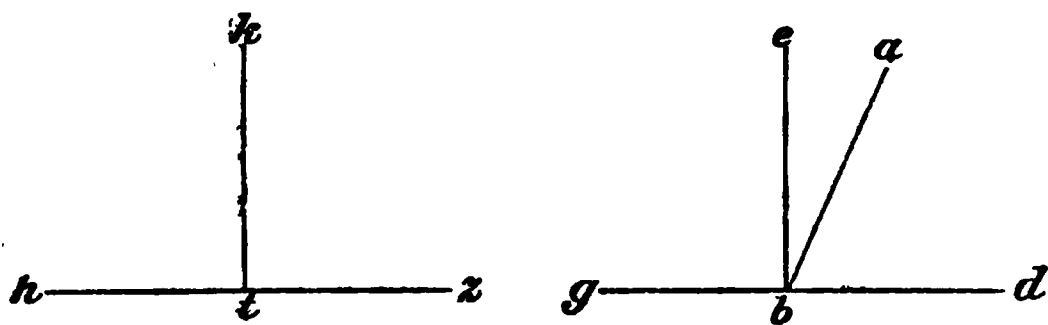
Quod sequitur, additum est decimo quarto theoremati.²⁾ Hoc autem alio modo probatur secundum viam plenitudinis et usus. Ponam itaque, ut a puncto b lineae ab due lineae bg et bd sint protracte, et provenient 30

30. sint] sic.

1) PROCLUS 281, 6 sq. sine mentione HERONIS.

2) EUCLIDES I, 14: *Si due linee a puncto unius lineae in diversas partes exierint, duosque circa se angulos rectos aut duobus rectis equales fecerint, ille due linee sibi directe coniuncte sunt et linea una.*

duo anguli abd , $\langle abg \rangle$ duobus rectis angulis equales: dico ergo, \langle quod \rangle ipse secundum rectitudinem coniungantur, et fuerit linea una. Probatio eius. Quoniam possibile est, ut a b , quod est communis extremitas linearum
 5 bg et bd , protrahatur linea, que supra earum extremitate sit perpendicularis, quia, si fuerit perpendicularis supra lineam bg , et non fuerit perpendicularis super lineam bd ,



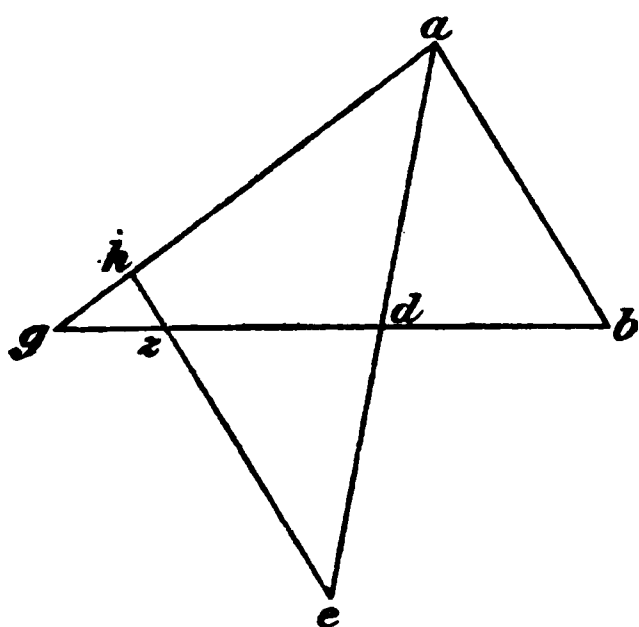
tunc duo anguli abg et abd non sunt equales duobus rectis angulis; sitque linea illa be . Ponam itaque lineam
 10 aliam, supra qua sint z , h , in qua signabo notam t . Deinde protraham a puncto t perpendicularem super lineam zh , que sit linea tk . Manifestum est itaque, quod angulus ztk est equalis angulo dbe , et angulus hth angulo gbe equalis. Cum ergo superponamus angulum ztk angulo
 15 dbe , ponetur punctum t supra punctum b , et superponatur linea tz linee bd , et linea tk cadet supra lineam be ; angulus quoque kth localiter supra angulum ebg , quoniam ipsi sunt equales, et ponetur linea th supra lineam bg , et ponetur tota linea zth super lineam dbg . Sed linea
 20 zth est una linea recta, ergo linea dbg est una recta linea; et illud est, quod demonstrare volumus.

Quod sequitur, decimo nono additum est theoremati¹⁾ secundum modum contrarietatis, quod YRINUS addidit.

24. Yrinus] Int^o.

1) EUCLIDES I, 19: *Omnis trianguli maiori angulo longius latus oppositum est.*

Ad illud probandum hoc antecedens exponetur.¹⁾ Cum angulus bag , qui est trianguli abg , in duo media linea $\langle ad \rangle$ dividatur, sicut ostensum est ex probatione figure none, eritque gd longior db : dico ergo, quod linea



ga est longior linea ab . Pro- 5
traham itaque de secundum
rectitudinem ad et $\langle ad \rangle$ eius
equalitatem, et secabo dz ad
equalitatem bd , quemadmo-
dum ostensum est ex pro- 10
batione figure tercie, et pro-
traham ez , quam producam
usque ad h [et protraham].
Due ergo linee ad et db
sunt equales duabus lineis ed 15
et dz , et duo anguli adb ,

edz oppositi sunt equales, secundum probationem igitur
figure quarte erit basis ab equalis basi ez , et angulus
 bae equalis angulo dez . Sed angulus bae est equalis
angulo gad , quoniam angulus gab fuit divisus in duo 20
media linea ad , et iam fuit ostensum, quod angulus bad
est equalis angulo hed : necesse est ergo, ut angulus hae
sit equalis angulo hed , ergo secundum probationem figure
sexte erit linea ah equalis \langle linee \rangle he : ergo linea ag est
longior linea he . Sed linea he est longior linea ez , et 25
linea ze est equalis linee ab : ergo linea he est longior
linea ab . Sed linea ag est longior \langle linea \rangle he , ergo linea
 ag est multo longior linea ab .

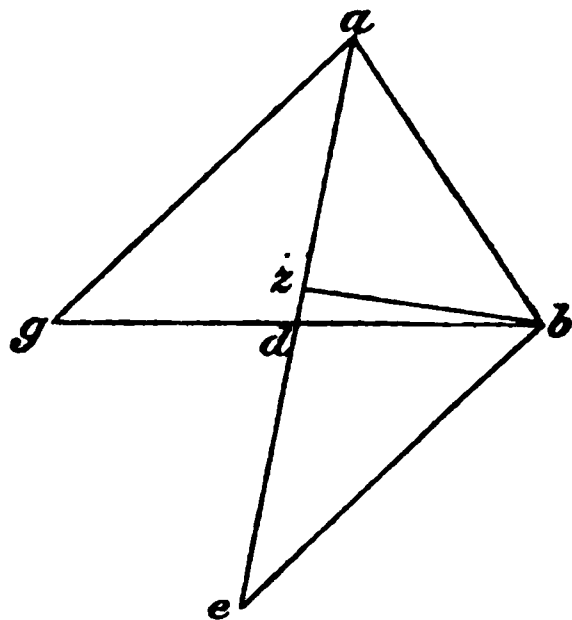
Post hoc dico²⁾ quod, si fuerit angulus abg , qui
est trianguli abg , maior angulo, qui est agd , erit latus 30
 ag maius latere ab . Dividam itaque latus bg in duo
media supra punctum d , quemadmodum manifestum est

7. ad et] et supra lineam. — 31. minus latere.

1) PROCLUS 319, 5 sq., sed HERONEM non nominat.

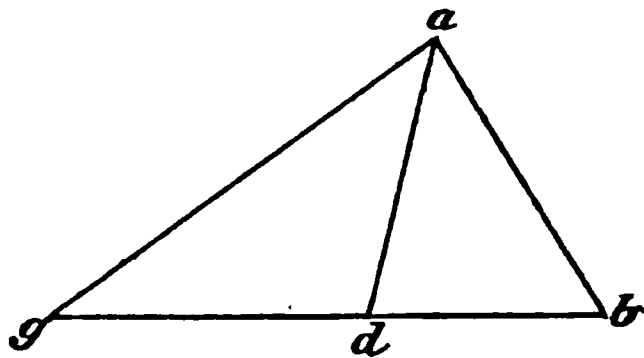
2) PROCLUS 320, 6 sq. sine mentione HERONIS.

ex probatione figure decime, et protraham lineam ad ,
 quam producam usque ad e , et ponam, ut de sit equalis
 ad , et producam lineam be . Duo ergo latera bd et de
 sunt equalia duobus lateribus
 5 gd et da , et angulus adg est
 equalis angulo bde . Triangu-
 lus quoque bde est equalis
 triangulo adg , ergo angulus
 dbe est equalis angulo agd ,
 10 ergo angulus abg est maior
 angulo dbe . Dividam itaque
 angulum abe in duo media
 cum linea bz , sicut manifestum
 est ex probatione figure none.
 15 Linea ergo ez est maior linea
 za , secundum probationem ergo
 figure, que ante hanc est exposita, erit latus be maius
 latere ab . Sed latus be est equale lateri ag , ergo ag est
 longius ab ; et illud est, quod demonstrare volumus.



20 Quod sequitur, theoremati vicesimo additum
 est.¹⁾

Sit itaque triangulus
 abg .²⁾ Dico igitur, quod
 coniunctio duorum laterum
 25 ab et ag est maior latere bg ,
 posito, quod latus bg sit
 maius unoquoque duorum
 laterum ab et ag . Probatio



eius. Quoniam dividam angulum bag in duo media,
 30 quemadmodum ostensum est ex probatione figure none.
 Extrinsecus itaque angulus trianguli abd , scilicet an-

2. ut de sit] si de sit.

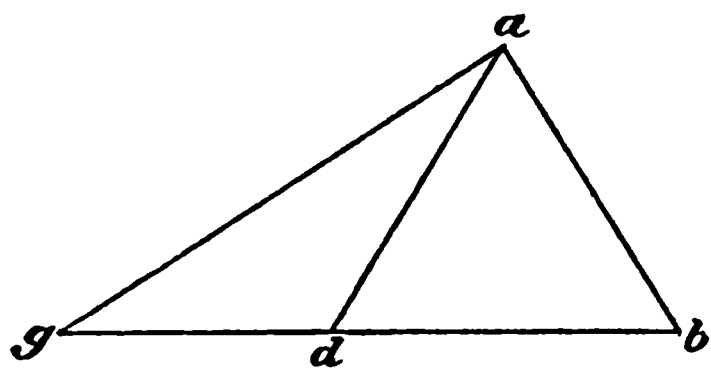
1) EUCLIDES I, 20: *Omnis trianguli duo quolibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.*

2) PROCLUS 323, 6 sq., qui demonstrationem HERONI et PORPHYRIO adtribuit.

gulus adg maior existit angulo bad , qui est equalis angulo gad . Manifestum est igitur per probationem figure decime octave, quod angulus trianguli adg maior existit angulo gad . Secundum probationem <ergo> figure decime none latus ag est longius latere dg ; et secundum similitudinem huius probationis ostenditur, quod latus ab est maius latere bd : ergo coniunctio laterum ab et ag est maior latere bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Alia figura vicesimo addita theoremati.¹⁾

Sit igitur triangulus abg , et sit latus bg longius lateribus ipsius. Secabo ergo ex latere bg , quod sit equale ab , sitque bd , sicut manifestum est ex probatione figure tercie, <et protraham lineam ad >. Secundum ergo probationem figure quinte angulus bad est equale bda . Sed secundum probationem figure sexte decime angulus bda est maior angulo dag , et similiter angulus



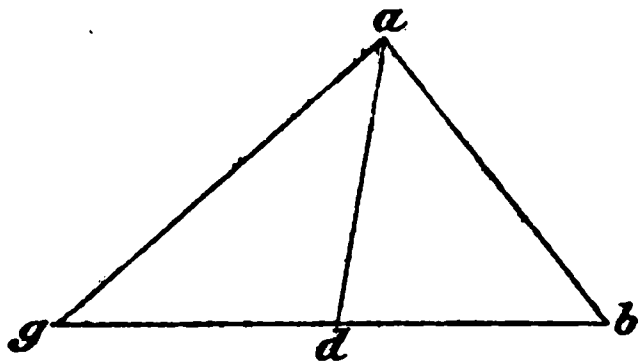
gda est maior angulo dab : ergo duo anguli, qui sunt ab utraque parte lineae ad , cum coniunguntur, erunt maius angulo bag toto. Sed angulus bad <equalis est angulo adb >, quoniam linea ab est equalis lineae bd , remanet ergo angulus adg maior angulo gad : ergo latus ga est maius latere gd . Sed bd est equale ab , ergo coniunctio laterum ab , ag est maior latere bg ; et istud est, quod demonstrare volumus.

Illud, quod <sequitur>, etiam additum est vicesimo <theoremati>.²⁾

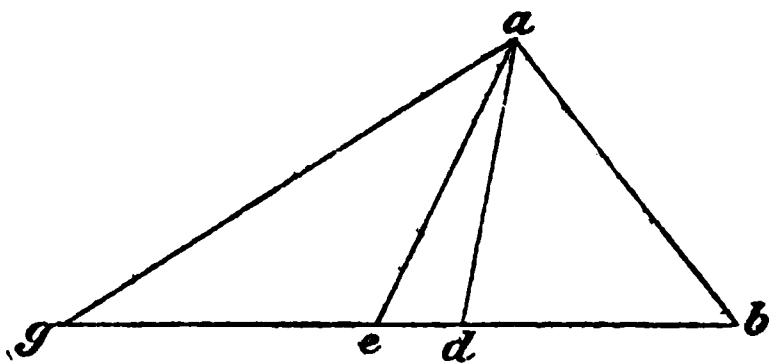
2. quod equalis. Manifestum. — 23. anguli] angulis. — 25. toto] solo. — 31. Illud quo additum est 20.

1) PROCLUS 324, 3 sq. — 2) PROCLUS 325, 1 sq.

Si quis dixerit, quod possibile est, ut sit triangulus, cuius duo latera <coniuncta> sunt equalia reliquo tertio lateri. Ponam autem triangulum abg , et ponam, ut coniunctum ex lateribus ab , ag sit equale lateri bg . Secabo igitur bd ad equalitatem ab , quemadmodum manifestum est ex probatione figure tercie; remanebit ergo dg equale ga ; et protraham lineam ad . Et quia latus bd est equale lateri ba , ergo angulus adb est equale angulo bad ex probatione figure quinte. Secundum similitudinem quoque huius probationis est manifestum, quod angulus dag est equalis angulo gda . Sed duo anguli, qui sunt in puncto d ab utraque parte lineae ad , equantur duobus rectis, quod ex probatione figure tercie decime patet, et ipsi sunt equales angulo bag ; hoc est contrarium et impossibile propter hoc, quod linea da in puncto a erigitur supra coniunctionem duarum linearum ba , ga , et fiunt duo anguli bad , dag equales duobus rectis. Secundum probationem ergo figure quarte decime sequitur, ut sint due lineae ab , ag secundum rectitudinem coniuncte et fiant una recta. Due ergo <lineae> ba , ag una recta linea sunt, ergo triangulus a duobus rectis lineis continetur, quod est contrarium et impossibile; et illud est, quod demonstrare volumus.



Hoc quoque, quod sequitur, est additum <vicesimo theoremati>¹⁾, sed ponam, ut duo latera ab , ag coniuncta sint minus latere bg . Dividatur itaque bd ad equalitatem ba , et ge ad equalitatem ga . Secundum

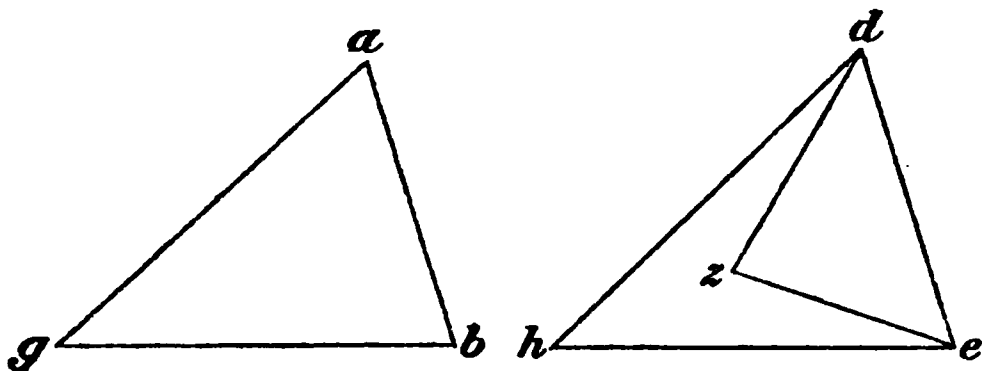


1) PROCLUS 325, 11 sq.

probationem igitur figure quinte erunt duo anguli bda et bad equales, et similiter duo anguli gea , gae equales. Sed angulus adb est maior angulo dag , ergo angulus adb multo maior angulo gae . Et similiter ostenditur, quod angulus aeg est maior angulo bad . Multo ergo coniunctio 5 duorum angulorum adb , aeg est maior coniunctione duorum angulorum bad , gae . Sed iam fuit ostensum, quod ipsi sunt eis equales, quod est contrarium et impossibile; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Additio figure vicesime quarte.¹⁾ 10

Si linea dh protrahatur, donec sit equalis lateri ag , et postea producat eh equalis lineae bg , ergo separabitur punctum z , et proveniet triangulus dhe . Sed iam protracte sunt a duabus extremitatibus unius laterum ipsius,



quod est de , due lineae, quae sunt dz , ez , quarum extremitates in puncto z infra triangulum concurrunt. Secundum probationem igitur figure vicesime prime erit coniunctio duorum laterum ez , dz minor coniunctione duarum linearum dh , he in linea una positarum, quasi linea una. Sed latus dh est equale lateri dz , remanet ergo latus eh 20 maius lateri ez . Manifestum est autem ex probatione figure quarte, quod basis eh est equalis basi bg : basis

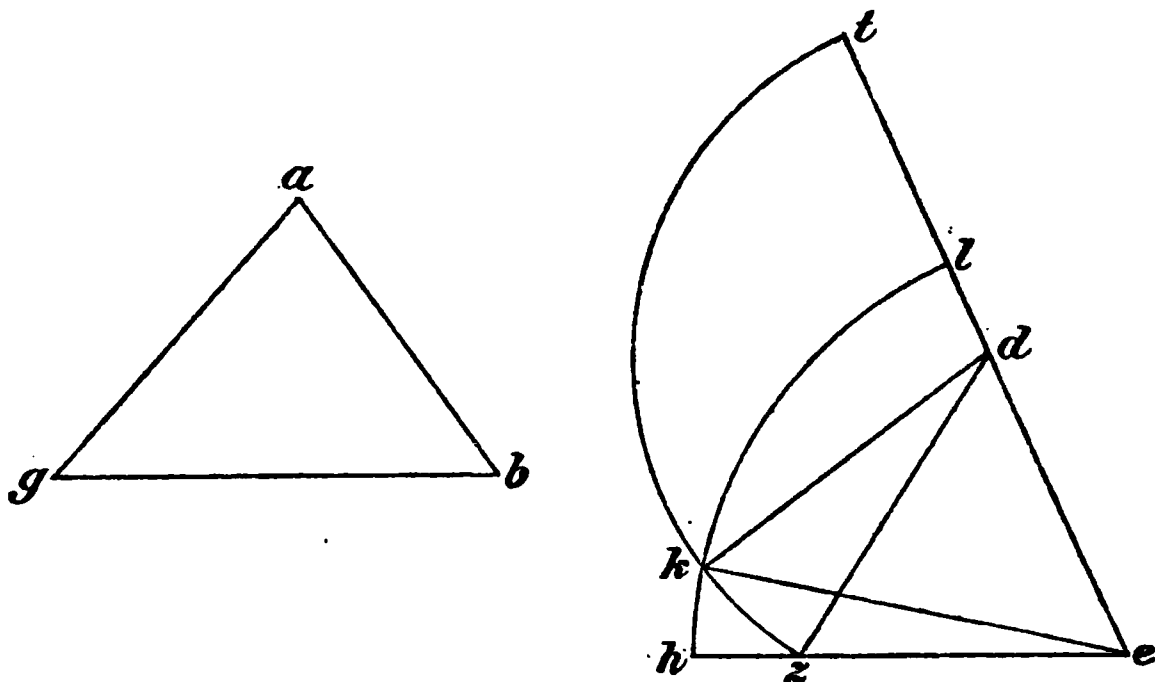
19. quasi] quia.

1) EUCLIDES I, 24: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia, si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter alteri maior, basis quoque basi alterius maior erit.*

ergo bg est maior basi ez ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Hoc, quod sequitur, figure vicesime quinte²⁾ additum est absque via contrarietatis, quod equalis
5 operi, sed eius inventorem minime inveni.³⁾

Ponam itaque, ut duorum triangulorum abg , dez latus ab sit equalis lateri de , et latus ag sit equalis lateri dz , sed reliquum latus bg sit maius latere reliquo ez : dico



ergo, quod angulus bag est maior angulo ezd . Probatio
10 eius, quoniam protraham lineam ez usque ad h secundum
rectitudinem, et ponam, ut eh sit equalis bg , et producam
lineam ed secundum rectitudinem usque ad punctum t ,
et ponam dt equalem ag , et ponam punctum d centrum,
et cum spatio dt describam arcum tkz . Et quia td est
15 equalis dz , et duo latera ab et ag posita quasi linea

15. quasi] quia.

1) PROCLUS 339, 2 sq.

2) EUCLIDES I, 25: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia, basis vero unius basi alterius fuerit maior, erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentus angulo alterius se respiciente maior.*

3) PROCLUS 346, 12 sq., qui HERONIS esse demonstrationem dicit.

una sunt maius latere bg , quemadmodum ex probatione figure vicesime est manifestum, et latus bg est equale lateri eh , et coniunctio duorum laterum ab , ag positorum quasi linea una est et : ergo linea et est maior linea eh . Ponam itaque punctum e centrum, et cum spatio eh de- 5 scribam arcum hl , et protraham ek et dk . Linea ergo dk est equalis lineae dt ; sed dt est equalis ag : ergo linea dk est equalis lineae ag ; et etiam, quia ek posita fuit equalis he , est linea ek equalis lineae bg . Duo ergo latera ed , dk sunt equalia duobus lateribus ba , ag , quodque 10 suo relativo, scilicet ab est equale de , et ag equale dk , et basis bg est equalis basi ek : ergo angulus edk est equalis angulo bag , quod quidem ex probatione figure <octave> est manifestum. Sed angulus edk est maior angulo edz ; et illud est, quod demonstrare volumus. 15

Quod sequitur figure vicesime sexte¹⁾ additum est secundum copiositatis modum, quod quidem reperi, sed inventorem eius minime inveni.²⁾

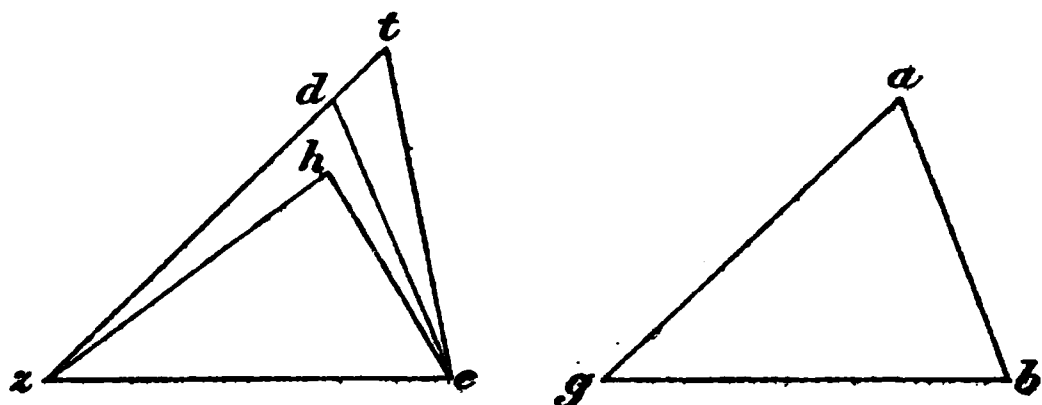
Cum angulus b fuerit equalis angulo $\langle e$, et angulus g equalis angulo $\rangle z$, et latus bg equale lateri ez , ergo si 20 latus bg supraponatur lateri ez , et punctum b ponatur super punctum e , et punctum g super punctum z , superponatur linea bg lineae ez , quoniam ipse sunt equales, et locabitur angulus b super angulum e , et angulus g super

4. quasi] quia.

1) EUCLIDES I, 26: *Omnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius, et uterque se respicienti equales fuerint, latus quoque unius lateri alterius equale, fueritque latus illud inter duos angulos equales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus unumquodque se respicienti equalia, angulusque reliquus unius angulo reliquo alterius equalis.*

2) HEIBERGIIUS p. 113 in nota dicit: „Apud PROCLUM non exstat, nec multum valet.“ Tamen advertendum est, illum locum: „Sed in huius figure . . . et triangulus cooperit triangulum“ (conf. pag. sequ.) prorsus congruere cum demonstratione, quae hodie in scholis disci solet.

angulum z . Manifestum est igitur, quod duo latera ab , ag cooperiunt duo latera de , ez . Si enim ceciderit punctum a <exterius> ad similitudinem puncti t , erit



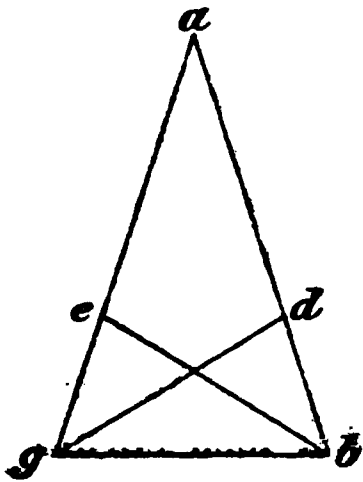
angulus zet , scilicet angulus abg , maior angulo zed .

5 Sed iam fuit ei equalis, quod est contrarium et impossibile. Et si ceciderit intra triangulum, quemadmodum lineae eh , hz , erit angulus zed maior angulo hez , scilicet angulo abg . Sed iam fuit ei equalis, quod est contrarium et impossibile.

10 Sed si huius figure addite figura vicesime sexte opus fuerit sicut opus figure quarte, absque dubio contrarietatis tum manifestum erit, quod angulus b cooperit angulum e , et angulus g cooperit angulum z , et cum isti duo anguli cooperiunt duos angulos e , z , et latus bg suprapositum
15 lateri ez cooperit ipsum: ergo duo reliqua latera superposita duobus reliquis lateribus cooperiunt ipsa, quodque scilicet suum relativum, et angulus a cooperit angulum d , et triangulus cooperit triangulum; et illud est, quod demonstrare volumus.

20 Postquam ergo hoc theorema scitum fuerit, sciatur probatio figure sexte absque <angulis sub basi positis,> quia omnis erit huiusmodi. Cum duo anguli alicuius trianguli sunt equales, tunc ipse est duorum equalium laterum. Exempli causa sit trian-
25 gulus abg , <et sit> trianguli <angulus> abg equalis angulo agb . dico, quod latus ab est equale lateri ag . Probatio eius, quoniam dividam duo latera bd , eg , et ponam, ut sint equalia, et protraham duas lineas be , gd . Duo ergo

latera db , bg sunt equalia duobus lateribus eg , gb , et angulus dbg est equalis angulo bge , ergo secundum probationem figure quarte erit basis dg equalis basi eb , et



angulus gbe equalis angulo bgd , et angulus bdg equalis angulo beg . Ex 5 probatione igitur figure tercie decime erit reliquus angulus aeb equalis reliquo angulo adg , et etiam, quia reliquus angulus abe est equalis reliquo angulo agd , ergo secundum probatio- 10 nem figure antecedentis addite vicesime sexte erit latus ad equale lateri ae .

Sed iam fuit ostensum, quod bd est equalis ge , ergo tota linea ba est equalis toti linea ga . Ergo latus ab est equalis lateri ag ; et illud est, quod 15 demonstrare voluimus.¹⁾

Postulatum, quo probatur figura vicesima nona²⁾, quod scilicet est, quod omnes due linee, quae protrahuntur super duos angulos minores duobus rectis, coniunguntur, non est probatio recepta. 20

Dixit SAMBELICHUS supra hanc: Quia hec petitio non satis est manifesta, oportuit, ut lineis declaretur, ideoque ABTHINIATUS et DIODORUS declaraverunt eam multis figuris diversis. PTOLOMEUS³⁾ quoque supra hanc suam attulit

19. non coniunguntur. — 23. Abthiniatus et Diodorus] autates est et deinde.

1) Conferas demonstrationem alteram supra pag. 49.

2) EUCLIDES I, 29: *Si duabus lineis equidistantibus linea supervenit, duo anguli coalterni equales erunt, angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis, itemque duo intrinseci ex altera parte constituti duobus rectis angulis equales.* Cum solum in demonstratione huius theorematIS EUCLIDES petitione quinta usus sit, non ad alium locum nisi ad hunc ANARITIUS theoriam SIMPLICII-GEMINI addere potuit. Confer etiam supra notam 2, pag. 35.

3) Quid PTOLEMAEUS de hac re disseruerit vide apud PROCLUM 365, 5 — 369, 20.

probationem, et usus est in probatione eius figura 13^a et 15^a et 18^a primi tractatus de elementis. Et hoc non est extraneum, quoniam EUCLIDES non usus est ea in probatione alicuius nisi in probatione 29^e figure istius tractatus. Hec quoque petitio ad sui ipsius demonstrationem indiget aliqua consideratione, ut demonstretur, quod, quemadmodum due linee, que protrahuntur super duos angulos rectos, non concurrant, sed equidistant, ita due linee, que protrahuntur super duos angulos minores duobus rectis, coniunguntur.

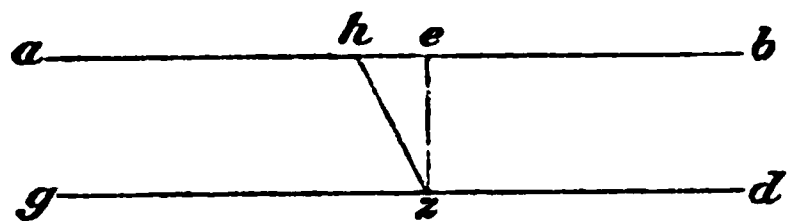
Socio vero nostro AGANI non est visum, ut poneret hanc petitionem, quoniam eget probationi, sed loco eorum, que sunt in elementis, usus est aliis ita, ut probaret figuram 29^{am} absque hac petitione. Deinde vero probavit hanc petitionem secundum sententias et vias geometricas, cuius verba sunt hec:

Dixit AGANIS: Quia promisi me ostensurum huius petitionis declarationem, que est, quod due linee, cum protrahuntur super duos angulos duobus rectis minores, concurrent, cum probationibus geometricis, eo quod possibile est, aliquem reprehendere geometras in hoc, et dicere: Quare petitis nobis concedi, quod non satis est manifestum, et uti eo in probatione alterius? Faciam ergo illud, et fortasse hec intentio est valde magna, nec tamen indiget, ut <faciam> longam sermocinationem. Dico ergo, quod nos diffinimus lineas equidistantes dicentes: eas esse, que cum sint in una superficie, fuerintque in infinitum protracte, erit spatium, quod est inter eas, unum, <et> est minor linea, que est inter eas, sicut dictum est in spatiis. Oportet ergo, ut iste <quatuor> figure primo addantur libro elementorum post figuram 26^{am} ad hoc, ut hec figura reducatur ad hoc, ut sit 27^a.

Si fuerint due recte equidistantes, spatium,

11. Aganiz. — 23. uti cum eo. — 28. protrahuntur. — 31. Loco vocis quatuor *Mscpt.* lacunam habet.

quod est inter eas, est perpendiculare super unamquamque illarum linearum. Exempli causa ponam, ut sint due linee equidistantes, que sint ab , gd , et sit

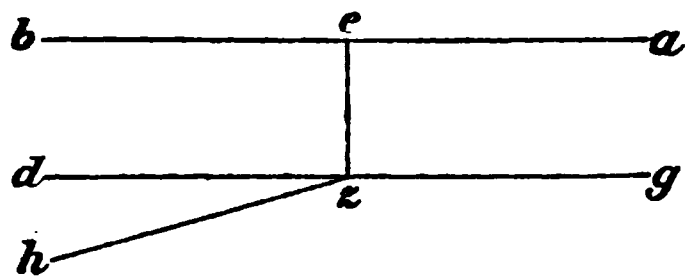


spatium inter eas ez : dico igitur, quod linea ez est perpendicularis super unamquamque duarum linearum ab , gd . Pro-

batio eius. Quoniam, si non fuerit linea ez perpendicularis super unamquamque duarum linearum ab , gd , anguli, qui sunt in puncto e , non sunt recti; sit ergo, quod ex eis est acutus angulus aez . Protraham itaque a puncto z perpendicularem super lineam ab , que sit zh , et illud est, ut cadat in parte a . Ex probatione igitur figure 15 decime erit ze longior zh . Sed iam fuit ostensum, ut minor recta, que coniungit inter duas lineas ab et gd , sit ez , quod est contrarium et impossibile. Linea ergo ez <est> perpendicularis super unamquamque duarum linearum ab , gd ; et illud est, quod demonstrare volumus. 20

Hunc sequitur alia: Si recta linea super duas lineas ceciderit, et fiat super unamquamque earum perpendicularis, ille due linee erunt equidistantes, et perpendicularis est spatium inter eas.

Exempli causa ponam, ut due linee recte sint ab , gd , 25 super quas cadat linea ez , que cum unaquaque illarum



contineat duos rectos angulos: dico igitur, quod due recte linee ab , gd sunt equidistantes. Probatio 30 eius. Quoniam, si non fuerint equidistantes, faciam ergo transire super

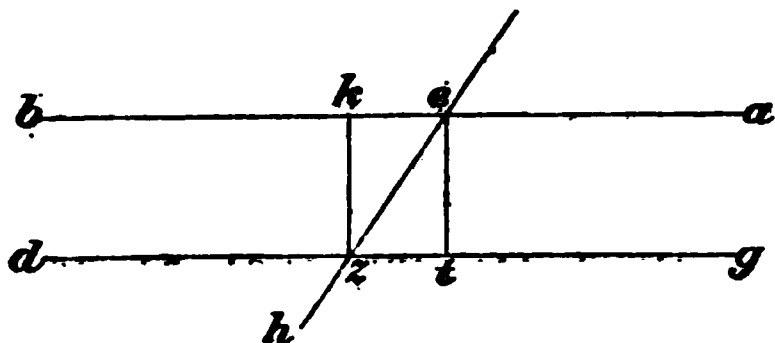
punctum z lineam equidistantem linee ab , que sit, si possibile est, zh . Ponam, ut linea equidistans linee ab 35 sit zh , sequitur igitur, ut linea ez sit spatium, quod est inter lineam ab et lineam zh , quoniam ipsa est brevior

lineis, que protrahuntur a puncto z ad lineam ab . Ergo
 angulus hze est rectus, quod ex probatione antecedentis
 figure sequitur. Sed positum est, quod angulus ezd est
 rectus, quod est contrarium et impossibile: ergo due linee
 5 ab , gd sunt equidistantes, et ez est spatium inter eas;
 et illud est, quod demonstrare volumus.

Alia tertia: Si linea recta protrahitur supra
 equidistantes lineas, proveniunt duo anguli coal-
 terni equales, et fit angulus extrinsecus intrin-
 10 seco angulo sibi opposito equalis, et fuerint duo
 anguli intrinseci, qui sunt in parte una, equales
 coniunctioni duorum rectorum angulorum.

Exempli causa supra duas rectas lineas equidistantes
 ab , gd recta linea ez protrahatur: dico igitur, quod anguli,
 15 qui proveniunt, sunt, secundum quod prediximus. Probatio

eius. Quoniam pro-
 traham ab unoquo-
 que duorum puncto-
 rum e et z spatium,
 20 quod est inter duas
 lineas ab , gd , qui sint
 linee et et zk . Sunt
 ergo quatuor anguli,



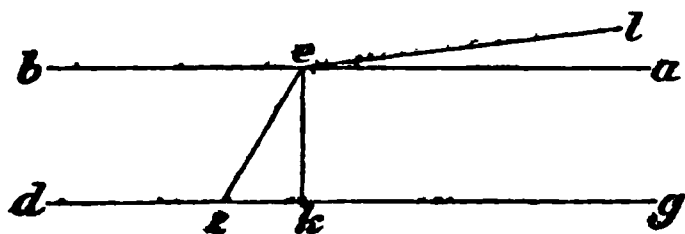
qui proveniunt ex eis <recti>. Linea igitur et equidistat
 25 linea kz , quod sequitur secundum probationem anteceden-
 tis figure, et linea ek equidistat lineae tz . Sed due linee
 ek et tz sunt spatium, quod est inter eas: ergo ipse sunt
 equales. Et quia linea tz est equalis lineae ek , et linea
 et est equalis lineae zk , et linee iste equales continent
 30 angulos: ergo duo trianguli sunt equales, et reliqui anguli
 sunt equales reliquis angulis. Ergo angulus tze est equalis
 angulo zek , qui sunt coalterni. Sed angulus tze est equalis
 angulo hzd , quoniam ipsi sunt supra sectionem, <quem-
 admodum manifestum est> secundum probationem figure 15^e:
 35 sequitur ergo angulus zek equalis angulo hzd , intrinsecus

5. et ez est] et ee est. — 9. et fit] ut sit.

scilicet extrinseco sibi opposito; et etiam, quia manifestum est, quod anguli coalterni sunt equales, addam ergo angulum dze communem; ergo duo anguli dze , ext , qui duobus rectis equantur, sunt equales duobus angulis kez , dze : ergo duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, sunt 5 equales duobus rectis; et illud est, quod demonstrare volumus.

Alia quarta: Si linea recta inter duas rectas lineas protrahatur, et fuerint duo anguli coalterni, quos ipsa cum duabus lineis comprehendit, equales, 10 aut fuerit angulus extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis, aut fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt in parte una, duobus rectis equales, due linee erunt equidistantes.

Exempli causa sint due linee ab , gd , super quas cadat 15 linea ez , que cum eis contineat angulos, secundum quod narravimus: dico igitur, <quod> due linee ab , gd sunt



equidistantes. Probatio eius. Quoniam, si ez linea fuerit perpendicularis, ma- 20 nifestum est, quod due linee ab , gd sunt equidistantes propter hoc, quod

precessit in secunda figurarum, que sunt addite. Quod si linea ez non fuerit perpendicularis, ergo protraham a puncto e 25 ad lineam gd perpendicularem, que sit ek . Si ergo angulus e fuerit rectus, tunc manifestum est etiam, quod due linee ab , gd sunt equidistantes propter hoc, quod precessit in figura tertia harum figurarum, que adduntur. Sed si angulus e non fuerit rectus tunc producam a puncto e 30 perpendicularem super ek , quemadmodum manifestum est ex undecima figura, sitque linea el . Ergo due linee el , gd sunt equidistantes, ergo anguli eorum coalterni sunt equales, quod „equalis“ constat ex probatione figure harum figurarum tercie. Ergo unusquisque duorum angulorum 35

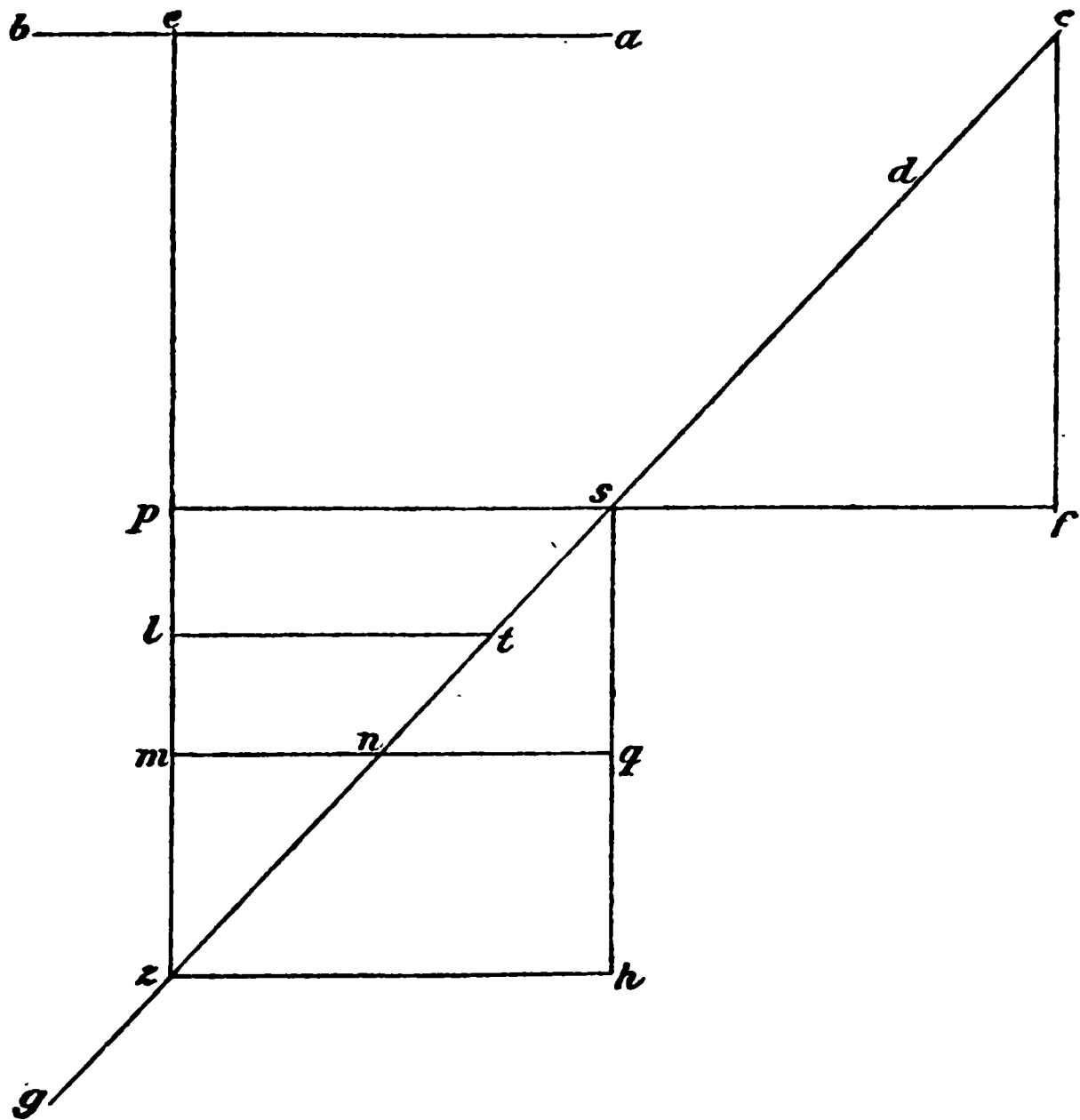
zea , zel est equalis angulo dze , quod est impossibile: ergo due linee ab , gd sunt equidistantes; et illud est, quod demonstrare volumus.

AGANIS vero, secundum probationem, inquit, reducatur
 5 figura 31^a, que sic incipit: Volo protrahere a puncto
 dato lineae recte lineam equidistantem, cuius pro-
 batio sit secundum probationem EUCLIDIS, et similiter
 alie figure, quas nominabo post istam. Ex operibus est
 figura 32^a sic incipiens: Superficierum equidistantium
 10 laterum latera opposita et anguli oppositi sunt
 equales; et 33^a: Linee uni lineae equidistantes
 sunt equidistantes; et 34^a: Linee recte, que con-
 iungunt spatium, quod est inter duas lineas equa-
 les et equidistantes, sunt etiam equales et equi-
 15 distantes; et 35^a: Si linea recta super duas rectas
 ceciderit, et fuerint duo anguli intrinseci, qui
 sunt in parte una, minores duobus rectis, con-
 currunt, quod hoc modo declaratur:

Exempli causa sint due recte lineae ab , gd , super quas
 20 cadat linea recta ez , et proveniant duo anguli, qui sunt
 in parte una minores duobus rectis: dico ergo, quod due
 lineae ab , gd concurrunt in parte illa. Probatio eius.
 Quoniam supra punctum z faciam transire lineam equi-
 distantem lineae ab , quemadmodum posse protrahi ex
 25 probatione EUCLIDIS in figura 31^a manifestum, sitque
 linea zh . Et protraham spatium inter eas secundum
 figuram undecimam huius partis, que est linea ez , et
 ponam super lineam zd punctum, quoquomodo cadat, a
 quo producam perpendicularem super lineam ze , sicut
 30 manifestum est posse fieri ex hac figura undecima, sitque
 linea tl ; et dividam lineam ze in duo media, sicut osten-
 sum est ex probatione figure decime, et medietatem eius
 in duo media, neque cessabo, quin hoc faciam, donec cadat
 sectio eius citra punctum l . Cadat ergo sectio eius supra
 35 punctum m : manifestum est ergo, quod punctum m <est>

35. Pro priore m Mscpt. ba praebebet.

supra partem lineae ez , cum quo ratiocinatur. Ponam itaque, ut sectio eius, qui cadit citra punctum l , sit sectionis secunde, et producam supra punctum m lineam equidistantem duabus lineis zh , ab , que sit linea mn , sicut manifestum est ex probatione figure, que secundum ordi- 5



nem AGANIS est 31^a, et protraham lineam zh in infinitum, et ponam, ut in zc sint ex multiplicibus zn , sicut sunt multiplicia, que sunt in ez quantitatis zm : dico ergo, quod due lineae ab , gd concurrunt super punctum c . Probatio eius. Quoniam secabo ex linea zc lineam equa- 10
 19 lem zn , sicut manifestum est ex probatione figure tercie, que sit linea ns , et protraham supra punctum s | lineam equidistantem lineae ze , que sit linea sq , et producam

lineam mn ad punctum q . Sunt ergo duo latera duorum
 triangulorum zmn , nsq equalia, scilicet latus zn est
 equale lateri ns , et angulus znm est equalis angulo qns ,
 quod sequitur ex probatione figure 15°. Sed secundum
 5 probationem figure posite secundum petitionem AGANIS
 erit angulus mzn equalis angulo nsq , quoniam ipsi sunt
 coalterni. Secundum ergo probationem figure 26° erunt
 reliqua latera equalia reliquis lateribus, quodque videlicet
 suo relativo equale, et reliquus angulus erit equalis reli-
 10 quo angulo: ergo latus zm est equale lateri sq , et latus
 mn est equale lateri nq , <et angulus zmn est equale
 angulo nqs . Et si producam lineam sq usque ad sectio-
 nem lineae zh , erit latus qh equale lateri mz >, quoniam
 est ei oppositum in superficie equidistantium laterum:
 15 ergo linea sh est dupla lineae zm . Si ergo protrahatur
 a puncto c linea equidistans lineis ez et hs , et produca-
 tur supra punctum p linea ps secundum rectitudinem
 equidistans ab , et concurrat lineae protracte a puncto c
 equidistanti lineae ez , manifestum est, quod ipsa secat ex
 20 ea lineam equalem lineae zp . Protraham ergo ipsam, que
 sit linea cf : ergo linea fc est equalis lineae pz , quoniam
 cs est equalis sz , et angulus partialis s est equalis angulo
 csf , et angulus fcs est equalis angulo pzs , quia sunt
 coalterni. Ergo secundum probationem figure vicesime
 25 octave sunt latera fc , zp equalia. Sed zp est equalis pe ,
 ergo linea fc est equalis pe , ergo linea ab concurrit lineae
 ze in puncto c , quod sequitur, secundum quod ordinavit
 AGANIS in probatione figure, que est: „Linee, que con-
 iunguntur, quod est inter extremitates linearum equalium
 30 et equidistantium, sunt equalia set equidistantes.“ Ergo
 ostensum est, quod si linea recta cadat super duas rectas
 lineas, et fuerint duo anguli intrinseci, qui sunt in parte
 una, minores duobus rectis angulis, concurrant <in parte
 duorum angulorum>; et illud est, quod demonstrare volui-
 35 mus. Queque dicta sunt in hac figura et in eis, que

antecedunt, <sunt> pro necessariis secundum petitionem huius partis libri EUCLIDIS, et secundum figuras, quas ordinavit AGANIS, quas ipse addidit figuris EUCLIDIS, et non est in hiis omnibus aliquid dignum reprehensione.

Dixit SAMBELICHIUS: Hec sunt verba AGANIS, et for- 5
tasse EUCLIDES non posuit hanc intentionem in petitioni-
bus, nisi ut via facilior hac via ad hoc pararetur, et illud
est, quia, si diffinitio linearum equidistantium est scilicet:
Linee equidistantes sunt, quarum spatium, quod est inter
eis, etiamsi in infinitum utrinque protrahantur, semper 10
erit equale, ergo cum conversa fuerit, erit eius conversio
vera, que est, cum non fuerit spatium, quod est inter
eas lineas, que sunt in una superficie, equale, non erunt
linee equidistantes, ergo, si non fuerint equidistantes, con-
current, quod EUCLIDES posuit in figura 29^a, ac si esset 15
necessario recipiendum, et linee, que protrahuntur super
duos angulos maiores duobus rectis, non semper servant
unum spatium, ergo concurrunt. Manifestum est, quod
concursus erit a parte, in qua est earum inclinatio,
quoniam ab altera parte dilatantur, et augmentatur spatium; 20
quod est inter eas. Sed quia locutio hec, scilicet cum
due linee non fuerint equidistantes, concurrent, indiguit
explicatione, et etiam, quia sectiones pyramidum non sunt
equidistantes neque concurrunt linee, AGANIS¹⁾ aborruit
hanc petitionem et posuit figuras has; et etiam, quia hec 25
intentio est conversa figure, que est: „Cum super duas
lineas rectas ceciderit una recta linea, et fuerint duo
anguli intrinseci, qui sunt ab una parte, equales duobus
rectis, linee erunt equidistantes“, que fuit probata, ergo
hec similiter indiguit probatione. Iam ergo diximus omnia, 30
que possunt dici de lineis equidistantibus.

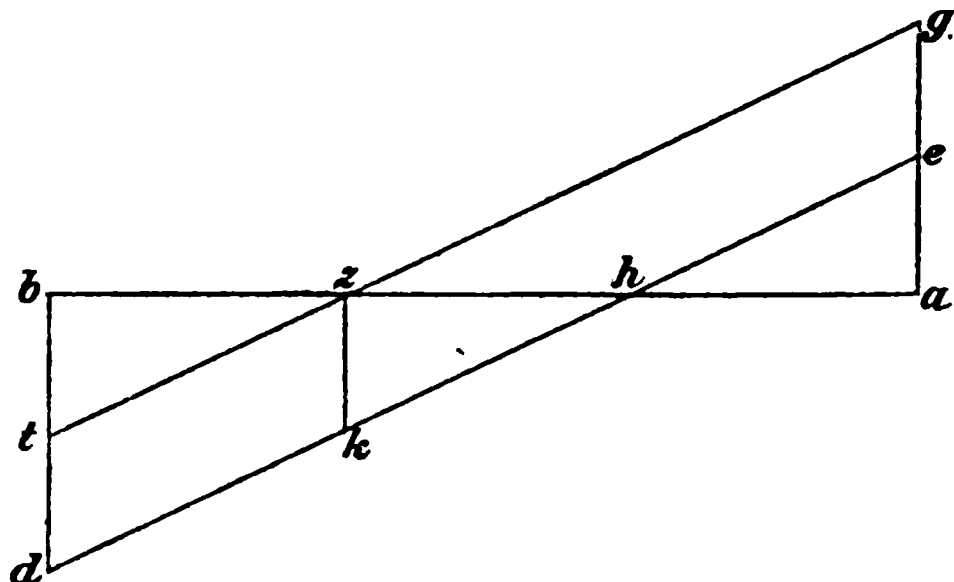
Huius figure, que additur theoremati tri-

5. Aganiz. — 29. probata] protenda.

1) LINEE, id est asymptota hyperbolae. In textu arabico apud
BESTHORN-HEIBERG hoc vocabulum deficere videtur.

cesimo primo¹⁾, locus sequitur figuram decimam.²⁾
Sed quia eius probatio completur post hanc figuram, fuit
conveniens, ut hec figura sequeretur 31^{am}, quoniam divisio
linee inter equales partes est necessaria in figura tercia
5 decima partis sexte.

Sit ergo linea ab , supra cuius duo puncta a et b
duas erigam perpendiculares, quantaque volumus quanti-
tate, que sint ag , bd , et sint equales, quarum quamque
in duo media in punctis e et t dividam, et protraham



10 duas lineas gt , ed , et producam a puncto z lineam equi-
distantem duabus perpendicularibus ag , bd . Et quia ag
equidistat bd , scilicet ge equidistat td et equatur ei. Et
linee, que coniungunt, quod est inter extremitates line-
arum equidistantium et equalium, sunt etiam equales <et>
15 equidistantes: ergo due linee gt , ed sunt equales et equi-
distantes. Sed linea zk iam fuit producta equidistans
linee ge , et linea gz equidistat linee ek , ergo linea zk
equalis existit linee ge , quoniam omnia duo latera super-

3. ut hanc figuram sequeretur 31^a. — 7—8. quantitatis
que sit.

1) EUCLIDES I, 31: *A puncto extra lineam date linee pro-
posite equidistantem ducere.*

2) EUCLIDES I, 10: *Proposita linea recta eam per equalia
dividere.* Textus HEIBERGH prorsus alinea est a textu ANARITHI.

ficierum equidistantium laterum, que sibi opponuntur, sunt equalia. Ergo linea zk equalis est ea et equidistat ei. Sed super eas cecidit linea az , ergo duo anguli eah , hzk , qui sunt coalterni, sunt equales. Sed angulus ear est rectus, ergo angulus hzk est rectus. Sed angulus zkh est 5 equalis angulo eah , quoniam ipsi sunt coalterni: duo igitur anguli trianguli ake sunt equales duobus angulis alterius trianguli $\langle zkh \rangle$, unusquisque videlicet suo relativo, et basis ae est equalis basi zk : ergo triangulus eah est equalis triangulo zkh , et reliqua latera sunt equalia 10 reliquis lateribus, ergo linea ah est equalis lineae zh . Et secundum equalitatem huius probationis monstratur, quod triangulus zkh est equalis triangulo btz , quoniam basis kz est equalis basi bt , et duo anguli hzk , zbt sunt recti, et angulus hkz est equalis angulo kzt , \langle quia sunt coalterni \rangle . 15 Sed angulus kzt est equalis angulo ztb , ergo angulus hkz est equalis angulo ztb . Ergo reliqua latera sunt equalia reliquis lateribus, scilicet latus hz est equale lateri zb : ergo divisiones ah , hz , zb sunt equales; et illud est, quod demonstrare voluimus. Et secundum hanc viam dividemus, 20 in quot sectiones voluimus usque in infinitum.¹⁾

Quod sequitur addidit YRINUS figure tricesime septime.²⁾

Post huius intentionis probationem declaratur, quod omnes duo trianguli, quorum duo latera unius 25 equantur duobus lateribus alterius, quodque videlicet suo relativo lateri, sed angulus unius fuerit maior angulo alterius, qui ab equalibus lateribus continetur, \langle et \rangle coniuncti fiunt equales duobus

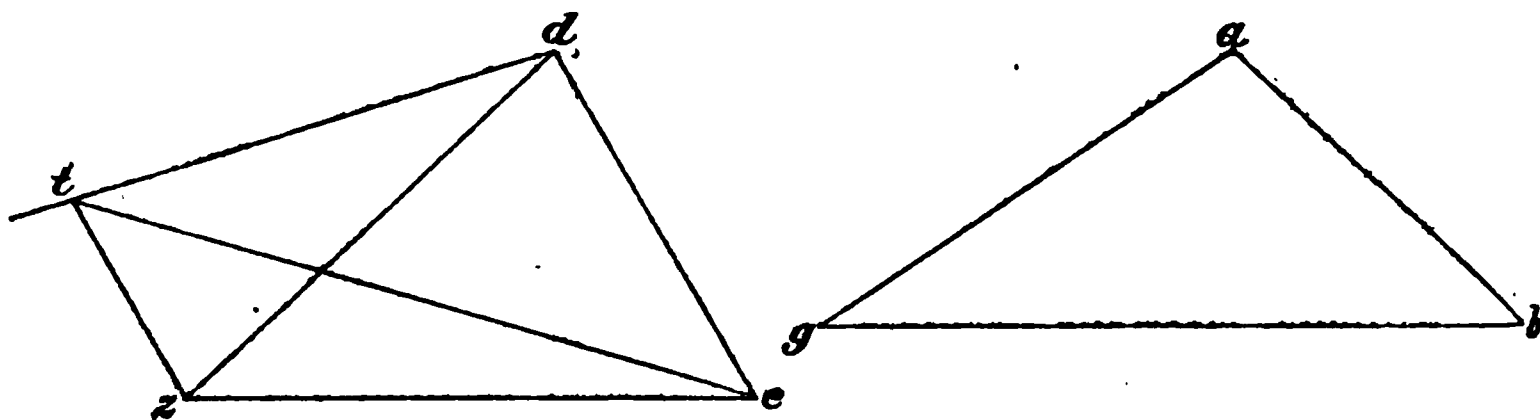
26. equantur a.

1) Haec constructio, quae una apertura circuli conficitur, est ABŪL WEFÆ. Vide KUTTA, *Zur Geschichte der Geometrie mit einer Zirkelöffnung*. Halle 1897, p. 7.

2) EUCLIDES I, 37: *Equales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basim atque inter duas lineas equidistantes sunt constituti*. Apud BESTHORN-HEIBERG est propositio I, 38.

rectis, erunt trianguli equales; et si minores duobus rectis fuerint, triangulus, cuius angulus est maior, erit maior altero $\langle \text{tri} \rangle$ angulo; \langle et si maiores duobus rectis fuerint, triangulus, cuius angulus est minor, erit maior altero triangulo \rangle .

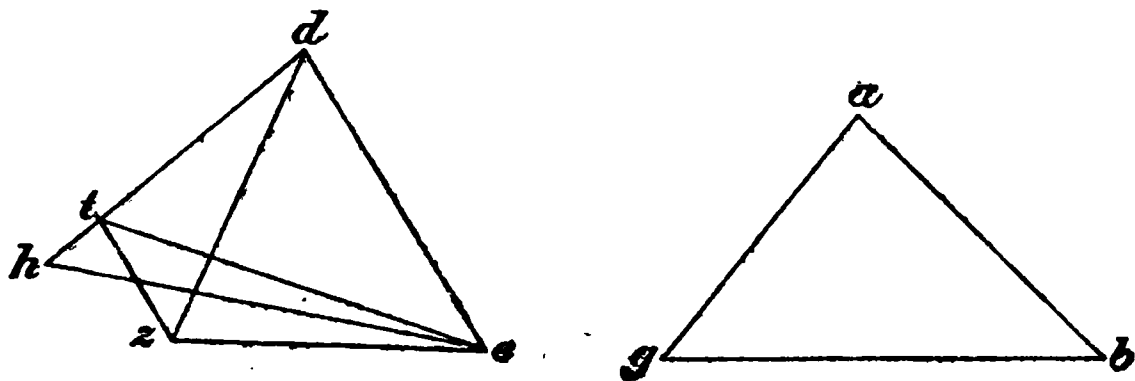
Exempli causa sint duo anguli bag , edz duorum triangulorum abg , dez , qui secundam formam, quam nominavimus, sint primum equales duobus rectis, posito tamen, quod angulus bag sit maior. Constituam itaque
 10 supra punctum d lineae de angulum edt equalem angulo bag , sicut manifestum est ex probatione figure 28°, et faciam



transire supra punctum z lineam equidistantem lineae de , que sit zt , sicut manifestum est ex probatione figure 31°, et protraham te : ergo duo anguli bag , edt sunt equales.
 15 Sed nos posuimus duos angulos bag , edz equales duobus rectis, ergo coniunctio duorum angulorum edt , edz est equalis duobus rectis. Sed coniunctio duorum angulorum edt , dtz est equalis coniunctioni duorum rectorum, quod manifestum est secundum probationem figure 29°,
 20 quoniam zt equidistat ed . Si ergo removero angulum communem edt , remanebit angulus edz equalis angulo dtz , et quia linea zt equidistat lineae de , erit angulus dzt equalis angulo edz . Sed que una re sunt equalia, sibi invicem sunt equalia, ergo angulus dtz est equalis angulo dzt :
 25 ergo latus dt est equale lateri dz . Sed linea dz est equalis lineae ag , et linea de est equalis lineae ab , et

angulus bag est equalis angulo edt , ergo basis bg est equalis basi et , et triangulus abg est equalis triangulo det . Et quia duo trianguli det , dez sunt supra unam basim, que est de , et inter duas lineas equidistantes, que sunt de , tz , ergo secundum probationem figure 37^e erit triangulus det 5 equalis triangulo dez . Sed iam fuit ostensum, quod triangulus det est equalis triangulo abg , ergo triangulus abg est equalis triangulo dez ; et illud est, quod demonstrare volumus.

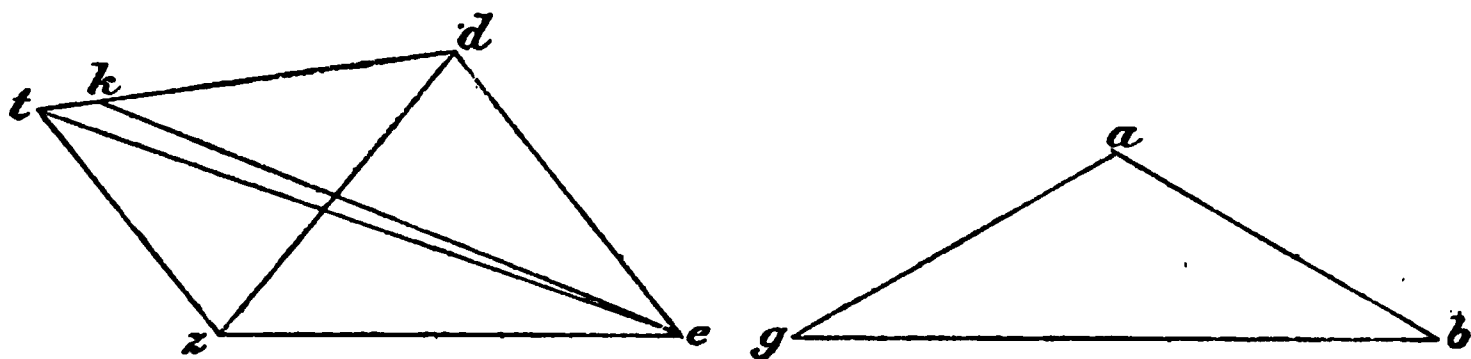
Et etiam ponam, ut duo anguli bag , $\langle edz \rangle$ sint 10 minores duobus rectis, et ut angulus bag sit maior angulo edz , et latus ab sit equale lateri de , et latus ag equale $\langle lateri \rangle dz$, et ostendam, sicut prius ostendi, quod



triangulus abg est maior triangulo dez , et constituam angulum edh equalem angulo bag , et producam lineam zt 15 equidistantem lineae ed . Et quia coniunctio duorum angulorum bag , edz est minor duobus rectis, ergo coniunctio duorum angulorum $\langle edt, edz \rangle$ est minor duobus rectis. 20 Sed coniunctio duorum angulorum $edt | dtz$ est equalis duobus rectis, ergo, cum minuero angulum communem edt , 20 remanebit angulus edz minor angulo dtz . Sed angulus edz est equalis angulo dzt , quia sunt coalterni, ergo angulus dzt est minor angulo dtz , ergo secundum probationem figure 19^e erit latus dt minus lateri dz . Ponam ergo, ut latus dh sit equale lateri dz , et coniungam eh . Ergo linea dh 25 est equalis ag , et linea de est equalis ab , et angulus bag est equalis angulo deh , ergo secundum probationem figure quarte erit triangulus abg equalis triangulo deh . Sed

triangulus deh est maior triangulo dez : ergo triangulus abg est maior triangulo dez ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Secundum tertium quoque modum ponam, ut coniunctio
 5 duorum angulorum bag , edz sit maior duobus rectis: dico igitur, quod triangulus dze est maior triangulo abg , quod est, quoniam angulus edz remanet maior angulo dtz .



Sed angulus edz est equalis angulo dzt , ergo secundum probationem figure 19° erit latus dt longius lateri dz .
 10 Secabo itaque dk equalem dz , et coniungam ke . Ergo secundum probationem precedentem erit triangulus dek equalis triangulo abg , et secundum probationem figure 37° erit triangulus det triangulo dez equalis. Sed triangulus det est maior triangulo dek , qui est equalis triangulo abg ,
 15 ergo triangulus dez est maior triangulo abg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

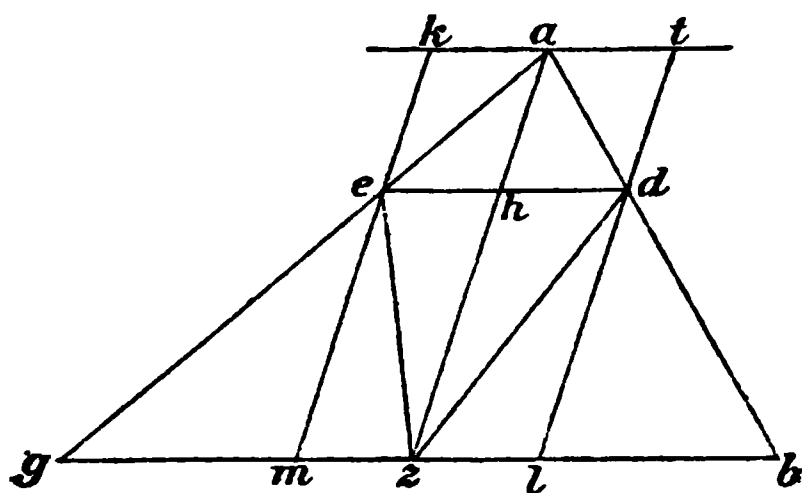
Quod sequitur, addidit YRINUS figure 46°, quod est¹⁾:

Volo ostendere, quod tres lineae, scilicet due,
 20 que protrahuntur a duobus angulis duorum quadratorum ad duos angulos trianguli orthogonii, et illa, que protrahitur ab angulo recto equidistans duobus lateribus quadrati, sese secant supra unum punctum.

25 Tribus igitur intentionibus illud explanabo, quarum

1) EUCLIDES I, 46: *In omni triangulo rectangulo quadratum, quod a latere recto angulo opposito in semet ipsum ducto describitur, equum est duobus quadratis, que ex duobus reliquis lateribus describuntur.*

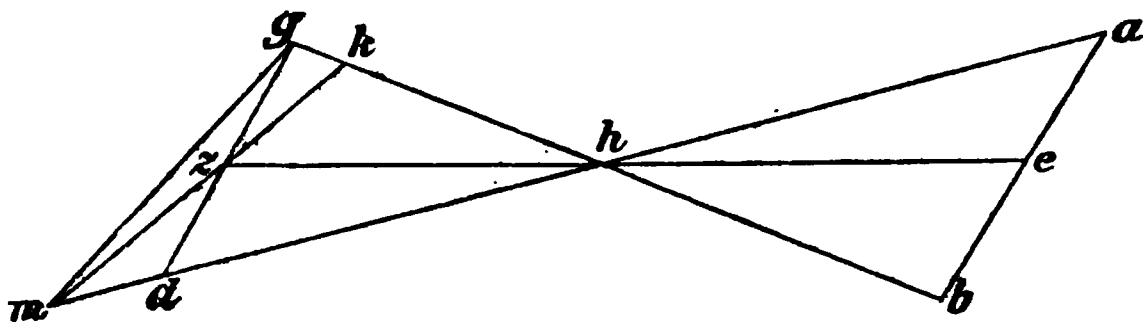
prima est, quod, cum protraham in triangulo abg lineam de equidistantem basi bg , et dividitur bg in duo media cum linea ahz , tunc linea dh etiam equalis est lineae he . Pro-



traham ergo supra punctum a lineam equidistantem \langle lineae \rangle bg , que sit tk , quod 5
verum esse monstra-
tur ex probatione
figure 31°; et simi-
liter faciam transire
supra duo puncta d 10
et e duas lineas kem ,
 tdl equidistantes
lineae az , et protra-
ham dz , ez . Duo igitur
trianguli abz , azg 15

sunt equales, quoniam sunt super duas equales bases, et eorum
altitudo est \langle unum \rangle punctum, quod est punctum a , quod
quidem sequitur ex probatione \langle figure \rangle 38°. Et etiam secun-
dum probationem figure 38°, quoniam duo trianguli bdz , zge
sunt supra duas bases equales, que sunt bz , zg , et inter 20
duas equidistantes lineas bg , de , ergo triangulus bdz est
equalis triangulo ezg . Cum ergo minuerem eas de tri-
angulis equalibus abz , azg , remanebit triangulus adz
equalis triangulo aez . Et quia basis cuiusque horum du-
orum triangulorum equalium est linea az , et linea az est 25
basis duarum superficierum equidistantium laterum al , am :
ergo unaqueque duarum superficierum equidistantium late-
rum al , am est dupla sui trianguli, quod consequitur ex
probatione figure 41°. Sed que unius rei sunt dupla, sunt
equalia: ergo parallelogrammum al , est equale parallelo- 30
grammo am . Sed ipsa sunt super duas bases lz , zm , et
inter duas lineas equidistantes, ergo secundum probationem
figure 38° basis lz est equalis basi zm , et secundum pro-
bationem figure 34° erit linea dh equalis lineae eh ; et
illud est, quod demonstrare volumus. 35

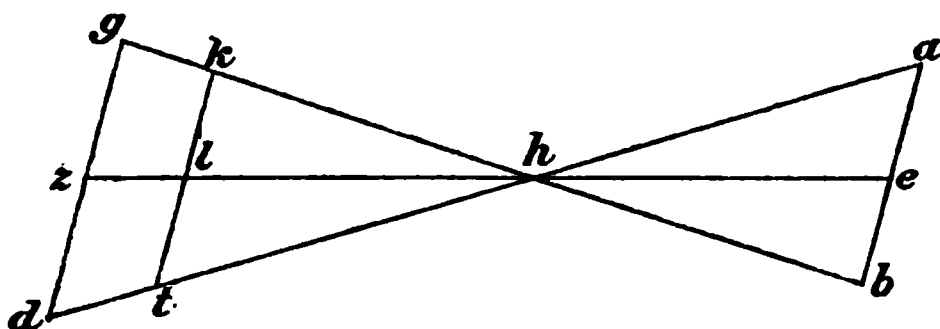
Intentio secunda. Si tres linee inter duas lineas ab et gd pertransierint, que sint equidistantes, sese supra unum punctum secantes, sicut linee ad , bg , ez se supra punctum h secant, ergo si linea gz fuerit equalis linee zd ,
 5 linea ae erit equalis linee eb , quod etiam alia prius afferendo explanabo: Cum fuerit linea ah maior linea hd , tunc linea bh erit maior linea hg ; et si fuerit equalis ei,



ergo ipsa erit equalis ei; et si fuerit minor ea, tunc ipsa erit minor ea. Ponam itaque, ut ah sit maior hd : dico
 10 igitur, quod bh est minor hg . Quod si non fuerit maior ea, ergo erit aut equalis ei, aut minor ea. Ponam ergo, ut sit ei equalis, et protraham bd usque ad m , donec scilicet sit equalis ah . Ergo duo latera ah , hb sunt equalia duobus lateribus mh , hg , et angulus bha est equalis an-
 15 gulo mhg , quod quidem manifestum est ex probatione figure 15°. Sed ex probatione figure quarte erit basis mg equalis basi ba , et reliqui anguli erunt equales reliquis angulis: ergo angulus hgm est equalis angulo abh . Secundum probationem ergo 27° figure erit linea ab equi-
 20 distans linee gm , ergo erit secundum probationem figure 30° linea gm equidistans linee gd . Sed ipse coniungantur, quod est contrarium et impossibile: ergo linea bh non est equalis linee hg . Ponam autem, quod sit minor ea, et secabo hk equalem bh , et protraham km . Monstro ergo
 25 secundum equalitatem illius, quod km equidistat ba , quod quidem est contrarium, cum linea ba fuerit equidistans dg : ergo bh non est minor hg , ergo ipsa est maior ea. Et

similiter ostendam, quod, cum fuerit ah equalis hd , erit bh equalis hg , et cum fuerit minor ea, <erit minor ea>.

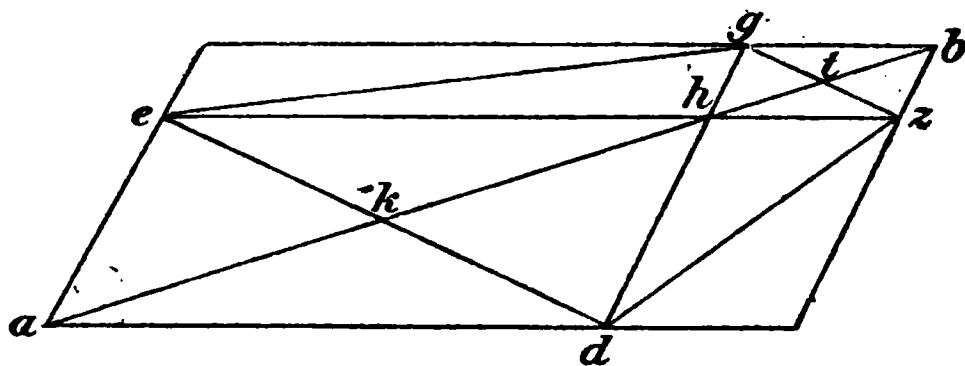
Et quia hoc iam explanatum est, hic itaque ostendam, quod, si gz fuerit equalis zd , tunc ae erit equalis eb . Ponam itaque, ut ah sit minor hd , ergo manifestum est 5 ex hoc, quod explanavimus, quod bh est minor hg . Secabo igitur ht equalem ha , et hk equalem hb , et producam lineam tlk . Due ergo lineae ah , hb sunt equales duabus lineis kh , ht , et angulus ahb est equalis angulo tlk :



ergo basis ab est equalis basi kt , et reliqui anguli sunt 10 equales reliquis angulis, scilicet angulus hkl est equalis angulo ebh , et angulus ehb est equalis angulo khl , et latus bh est equale lateri hk , ergo secundum probationem figure 26^o erit latus kl equale lateri be . Manifestum est quoque secundum hanc probationem, quod linea ae est 15 equalis lineae tl , et quia angulus htk est equalis angulo bah , ergo secundum probationem figure 26^o erit linea ab equidistans lineae kt . Sed linea ab equidistat lineae gzd , ergo secundum probationem figure 30^o erit linea kt equidistans lineae gzd . Sed secundum quod ostendimus in intentione 20 prima, cum fuerit gz equalis zd , tunc erit kl equalis lt , ergo linea ae erit equalis lineae be ; et similiter ostenditur, quod volumus, ex eo, si fuerit ah equalis hg , <vel si> erit maior ea.

Intentio tertia. Si in superficie equidistantium 25 laterum ab fuerint duo parallelogrammata ahd , $bzhg$, et fuerit superficies dz equalis superficiei eg , et produxero

lineam ah , et protraxero lineas ekd et eg et dz et ztg ,
 et protraxero lineam ah secundum rectitudinem usque ad t ,
 et coniunxero t cum b , producendo lineam tb : dico igitur,
 quod $ahtb$ est linea recta, secundum quod linea at est
 5 coniuncta lineae tb secundum rectitudinem. Probatio eius.
 Quoniam positum est, quod superficies dz equalis existit
 superficiei eg , erit triangulus dhz equalis triangulo egh .
 Assumam autem triangulum hgz communem, ergo erit
 triangulus dgz equalis <triangulo> egz . Sed ipsi sunt
 10 super unam basim, que est gz , et inter duas lineas gz et

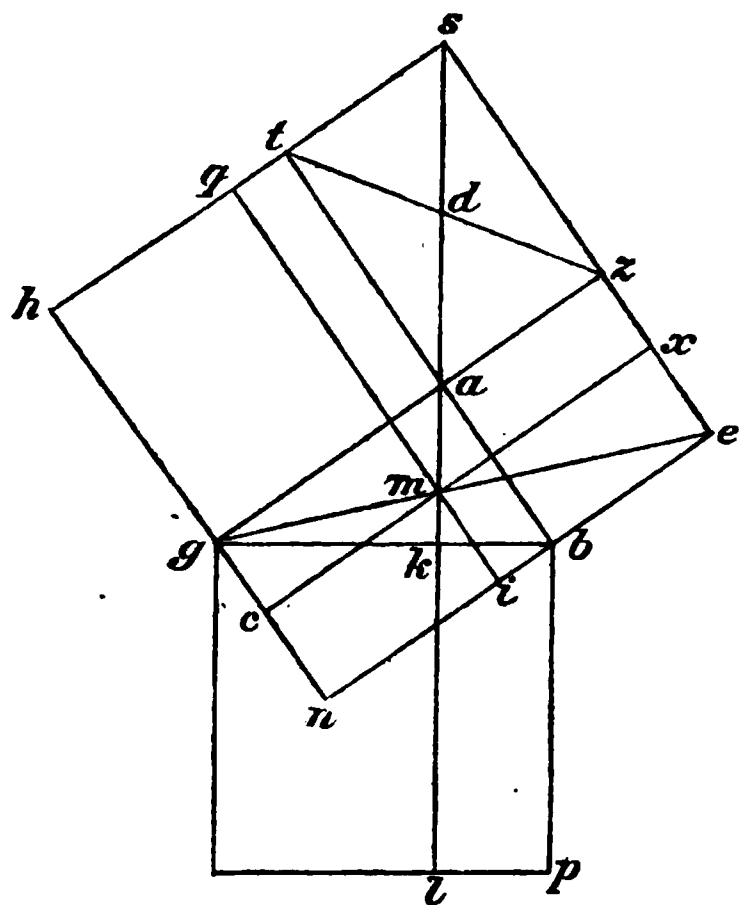


de , secundum probationem igitur figure 39^e linea gz est
 equidistans lineae de . Sed linea ek est equalis lineae kd ,
 quod ex hoc manifestum est, quoniam triangulus $ae k$ est
 equalis triangulo dkh , quod equidem constat secundum
 15 probationem figure 34^e cum probatione figure 27^e, et ex
 probatione figure 26^e. Sed secundum probationem intentionis,
 que harum intentionum est secunda, linea gt est equalis
 lineae tz . Linea quoque bz est equalis gh , quod constat
 ex probatione figure 34^e, ergo due lineae tg , gh sunt
 20 equales duabus lineis zt , bz , et angulus bzt est equalis
 angulo hgt , et hoc secundum probationem figure 29^e. Sed
 secundum probationem figure quarte basis bt est equalis
 basi th , et angulus btz est equalis angulo gth . Assumam
 autem angulum htz communem, ergo coniunctio duorum
 25 angulorum gth , htz est equalis coniunctioni duorum angu-
 lorum btz , zth . Sed coniunctio duorum angulorum gth ,
 htz est equalis coniunctioni duorum rectorum angulorum,
 ergo coniunctio duorum angulorum btz , zth est equalis
 duobus rectis angulis. Iam ergo protrahuntur a puncto t

linee at in duas diversas partes due linee, que sunt linee at , tb , et fiunt duo anguli, qui sunt in duabus partibus, equales duobus rectis: ergo due linee at , tb secundum rectitudinem coniunguntur, et fiunt linea una; et illud est, quod demonstrare volumus.

5

Et quia premisi has intentiones, ergo ponam, ut angulus a trianguli abg sit rectus, et constituam supra bg quadratum gpp , et faciam super ab quadratum $abez$, et supra ag quadratum $aght$, et protraham a 10 puncto a lineam akl equidistantem linee bd , et coniungendo producam lineam eg , ergo secat lineam al supra 15 punctum m ; et producam lineam hm . Deinde coniungam punctum m puncto b : dico igitur, quod linea bm est se- 20 cundum rectitudinem linee hm . Protraham ergo duas lineas eb , hg secundum rectitudinem, donec concurrant supra 25 n , et protraham etiam



lineas ez et ht , donec concurrant supra s , et faciam transire per punctum m lineam qmi equidistantem linee se , et lineam xmc equidistantem <linee> zg , sicut eius protractio manifesta est ex probatione figure 30 tricesime prime, et coniungendo puncta protraham lineas sa , tz . Linea itaque ta est equalis linee ag , et linea za est equalis linee ab , ergo due linee ba et ag sunt equales duabus lineis za et at , et angulus bag est equalis angulo zat : ergo basis bg est equalis basi tz , et hoc mani- 35 festum est secundum probationem figure quarte; et reliqui anguli sunt equales reliquis angulis, ergo angulus abg est

equalis angulo tza . Sed angulus abg est equalis an-
 gulo gak , quoniam gk est perpendicularis in triangulo
 • orthogonio abg : ergo angulus tza est equalis angulo gak .
 Sed angulus tza est equalis angulo saz , quoniam in
 5 parallelogrammo sa sunt protracte due diametri as , zt se
 supra punctum d secantes, et fit linea zd equalis lineae ad :
 ergo angulus saz est equalis angulo gak . Assumam
 autem angulum sag communem, ergo coniunctio duorum
 angulorum saz , sag est equalis coniunctioni duorum an-
 10 gulorum mag , gas . Sed secundum probationem figure 13^e
 coniunctio duorum angulorum saz , sag est equalis con-
 iunctioni duorum rectorum, ergo secundum probationem
 figure 14^e linea sam est recta, et est diameter parallelo-
 grammi sm . Secundum probationem igitur figure 43^e
 15 supplementum ax est equalis supplemento aq . Assumpta
 itaque superficie am communi erit superficies mt equalis
 superficiei mz , et quia zn est parallelogrammum, cuius
 diametrus eg existit, et sunt a duabus partibus illius zm
 et mn parallelogrammata, que sunt supplementa, ergo
 20 supplementum zm est equale supplemento mn . Sed iam
 fuit ostensum, quod superficies zm est equalis supple-
 mento mt , ergo superficies mn est equalis superficiei mt :
 ergo secundum quod explanavimus in intentione tercia
 harum trium intentionum huius figure, quas explanavimus,
 25 erit bmh linea recta; et illud est, quod demonstrare
 volumus.

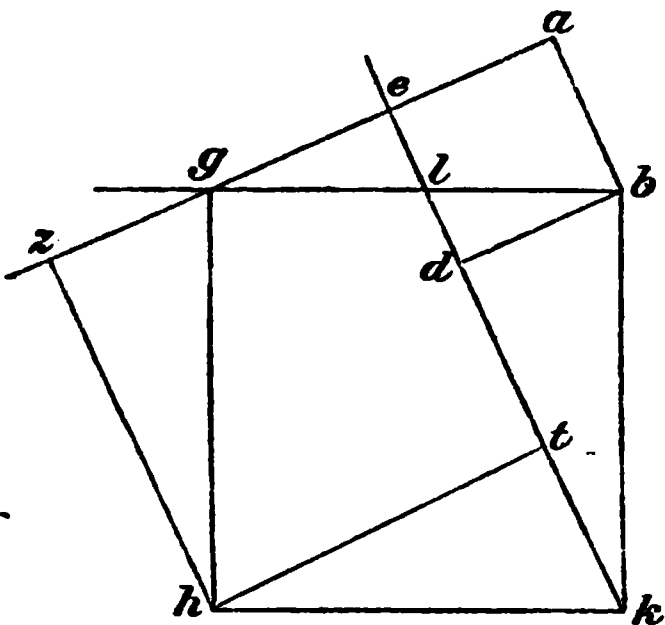
Quod sequitur addidit THEBIT 46^o theoremati.

Omnis trianguli orthogonii quadratum factum
 ex latere subtenso angulo recto equale est con-
 30 iunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duo-
 bus lateribus, que continent angulum rectum.

Exempli causa sit triangulus $\langle abg \rangle$, cuius angulus bag
 sit rectus: dico ergo, quod quadratum factum ex latere bg
 est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt

5. parallelogrammo. — 17. parallelogrammi. — 19. parallelo-
 grammatia.

ex ab et ag . Probatio eius. Quoniam constituam supra lineam ab quadratum $aedb$, et protraham lineam ag usque ad punctum z et ponam, ut linea ez sit equalis lineae ag , et constituam supra lineam ez quadratum $ezht$, et producam dtk equalem ag . Et quia ag protracta est equalis ez , 5 ergo cum minuerimus communem eg , remanebit ae equalis zg . Sed ae est equalis ab , ergo linea ab est equalis lineae gz . Et etiam dk protracta fuit equalis ez , et ez



equalis et , ergo dk est equalis et . Demovebo ergo 10 communem dt , et remanebit de equalis tk . Sed linea ed est equalis lineae ab , ergo linea tk est equalis lineae ab . Sed linea bd 15 etiam est equalis lineae ab : ergo quatuor latera quatuor triangulorum sunt equalia, scilicet ab , gz , bd , tk . Et similiter ostendam, 20 quod quatuor reliqua la-

tera sunt equalia, scilicet ag , zh , dk , th , quoniam ag protracta est equalis ez , et linea ez est equalis lineae th , quoniam zh est quadratum, ergo linea ag est equalis lineae th . Sed dk protracta est equalis lineae ag , et iam fuit ostensum, quod 25 linea zh est equalis lineae ez , et linea ez protracta est equalis lineae ag : iam ergo ostensum est, quod lineae ag , zh , dk , th sunt equales. Et iam ostensum est, quod anguli quatuor triangulorum sunt recti, scilicet anguli a et z et t et d : ergo secundum probationem figure quarte prime 30 partis erunt corde, que subtenduntur angulis, equales, qui sunt recti et equales, ergo corde bg , gh , hk , kb sunt equales. Sed angulus dbk est equalis angulo abg : posito igitur angulo gdb communi totus angulus abd equalis toti angulo gbk . Sed angulus abd est rectus, ergo an- 35

gulus gbk est rectus, et similiter ghk est rectus. Sed superficies bh est equidistantium laterum, ergo duorum angulorum bkh , bgh quisquis est rectus: ergo superficies bh est equidistantium laterum et rectorum angulorum. Sed
 5 iam ostensum est, quod quatuor trianguli sunt equales, scilicet triangulus abg et triangulus gzh sunt equales duobus triangulis bdk , thk : cum ergo posuero trapezium $glth$ et triangulum bdl communes, erit totum quadratum bh equale coniunctioni duorum quadratorum ad , eh .
 10 Sed quadratum ad est factum ex latere ab , et quadratum eh est factum ex linea ez , et linea ez est equalis lateri ag : ergo coniunctio duorum quadratorum ad et eh , que sunt facte ex duobus lateribus ab et ag , est equalis quadrato bh , quod est factum ex latere bg , quod subtenditur angulo recto a .
 15 [Iam ergo ostensum est, quod <coniunctio> duorum quadratorum factorum ex duobus lateribus ab et ag est equalis quadrato bh , quod est factum ex latere bg , quod subtenditur angulo recto a]. Iam ergo ostensum est, quod duo quadrata, facta ex duobus lateribus ab , ag sunt equalia quadrato facto
 20 ex latere bg ; et illud est, quod demonstrare voluimus

Probatio secunda huius figure, id est 47^o, que est secundum doctrinam YRINI.¹⁾

Ostendam, quod omnis trianguli, cuius duorum quadratorum coniunctio, que fiunt ex duobus late-
 25 ribus, est equalis quadrato, quod est ex tercio latere, angulus, cui subtenditur latus, est rectus.²⁾

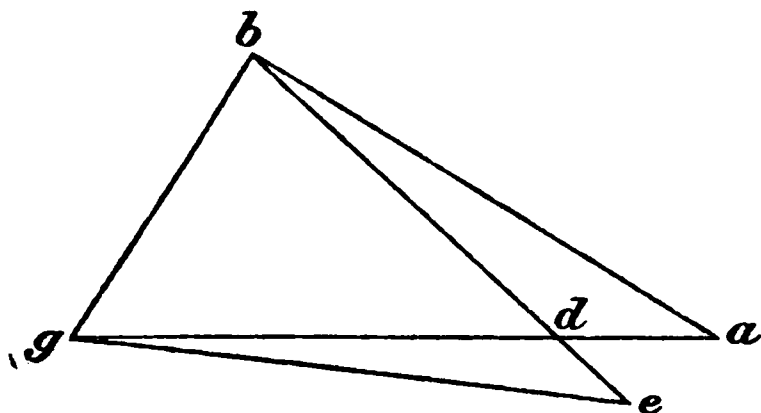
Dixit YRINUS: Dico, quod linea, que protrahitur a puncto b orthogonaliter supra lineam bg , ut quadratum eius cum quadrato bg equatur quadrato ag , non est alia

28—29. bg , ut quadratum eius cum quadrato bg] ab parte ab minus quadratum est quadrato bg .

1) EUCLIDES I, 47: *Si, quod ab uno trianguli latere in se ipsum ducto producitur, equum fuerit duobus quadratis, que a duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus, cui latus illud opponitur.*

2) Confer PROCLUM 430, 4 sq., qui et secundam partem demonstrationis absolvit. Sed HERONIS non facit mentionem.

nisi linea ab . Quod si possibile est, ut sit alia ab ea, non tamen \langle aliter \rangle est possibile, quin cadat vel ultra eam vel citra eam. Ponam ergo primum, ut cadat ultra ipsam sicut linea bd , et ponam, ut sit angulus dbg rectus angulus: ergo bdg est minor recto, quod constat secundum



probatorem figure 17^e, ergo angulus adb est expansus. Remanet ergo angulus dab acutus, ergo secundum proba-
tionem figure 17^e latus ab est maius latere bd . Producam ergo bd secundum rectitudinem

usque ad punctum e , donec sit ab equalis be , et coniungam eg . Duo \langle igitur \rangle quadrata, que fiunt ex linea be et linea bg sunt equalia quadrato lineae eg . Sed iam fuerunt equalia quadrato ag : ergo linea ag est equalis lineae eg . Ergo iam protrahuntur a duabus extremitatibus unius recte lineae, que est linea bg , due lineae, quarum extremitates supra punctum unum concurrunt, que sunt lineae be , eg , \langle et que sunt equales duabus lineis ba , ag \rangle , quod, secundum probationem figure septime contrarium et impossibile. Et similiter ducitur ad impossibile, si fuerit linea cadens citra lineam ab : ergo linea ab est ea, que orthogonaliter adiungitur lineae bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

17—18. Sed ag in *Mscpto.* repetitur.

INCIPIT PARS SECUNDA EXPOSITIONIS SECUNDUM ANARITUM.

Dixit EUCLIDES: *Omnis superficies equidistantium laterum et rectorum angulorum a duabus lineis continetur,*
 5 *que unum angulorum eius rectum continent.*

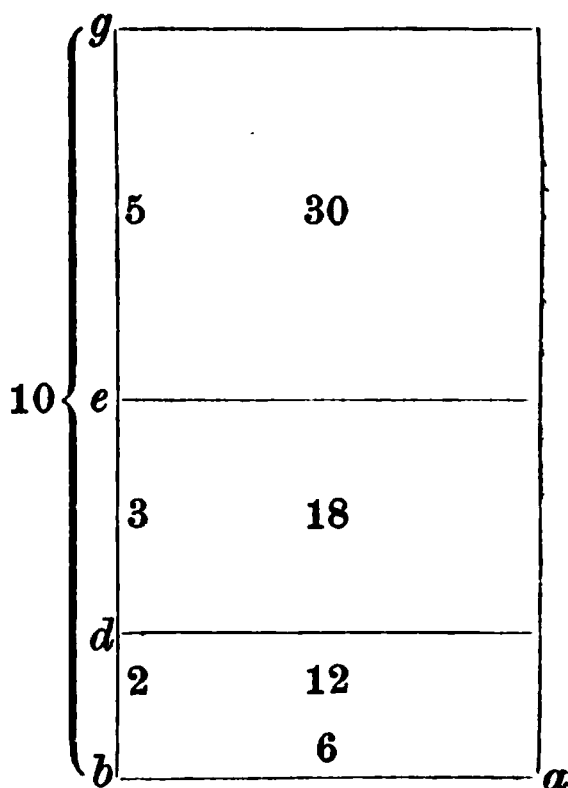
Supra hoc expositor dixit YRINUS: Ideo [dixit] EUCLIDES superficiei equidistantium laterum et rectorum angulorum hanc attribuit proprietatem, contineri a duobus lateribus angulum rectum continentibus, et non superficiei equidis-
 10 tantium laterum, cuius anguli non sunt recti, quoniam superficies equidistantium laterum et rectorum angulorum est illud, quod aggregatur ex multiplicatione unius duorum laterum continentium rectum angulum in alium, cum ponuntur <secundum numeros>.

15 Exemplum prime figure secundum numeros.¹⁾

Sit linea *ab* numerus, qui est 6, et linea *bg* 10, et sit linea *bd* 2, et linea *de* 3, et
 20 linea *ge* sit 5. Manifestum est igitur, quod, cum multiplica-
 verimus 6 in 10, erit, quod inde

17. linea *a*.

1) EUCLIDES II, 1: *Si fuerint due linee, quarum una in quotlibet partes dividatur, illud, quod ex ductu alterius in alteram fiet, equum erit his, que ex ductu linee indivise in unamquamque partem linee particulatim divise rectangula producentur.* — Hoc est $a(b + c + d) = ab + ac + ad$.



congregabitur, 60, qui est equalis ei, quod congregatur ex multiplicatione <6> in duo, et post ea in 3, et post in 5. Quoniam 6 in 2 sunt 12, et 6 in 3 fiunt 18, et 5 in 6 fiunt 30: ergo, <quod> provenit ex coniunctione trium numerorum, fit 60.¹⁾

5

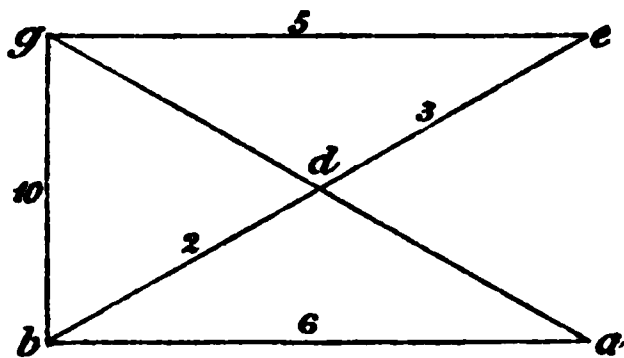
Dixit YRINUS: Non est possibile, ut huius figure probatio declaretur, nisi multe lineae signentur. Aliarum vero figurarum probationes possibile est demonstrari unius tantum lineae designatione. Est etiam possibile, ut ex unius lineae positione, quam prediximus, duo proveniant 10 probationum modi, quorum unus est modus, qui attenditur secundum dissolutionem, alter vero modus, qui consideratur secundum compositionem. Dissolutio autem est, <ut>, 22 qualibet questione | proposita, primo ponamus illud in ordine rei quesite, que est inventa, deinde reducemus <ad 15 illam>, cuius probatio iam precessit. Tunc ergo manifestum dicimus, quod iam inventa est res quesita secundum dissolutionem. Compositio vero est, ut incipiamus a re nota, deinde componemus, donec res quesita inveniatur. Ergo tunc res quesita iam erit manifesta secundum com- 20 positionem. Et postquam prediximus ista, revertar ad questiones nostras, secundum quod prediximus et premisimus hic, <et> ex hoc volo, ut ostendam, quod promisi hic, in aliis figuris huius partis, que secuntur.²⁾

4. ergo provenient. — 6. non est possibile *iteratur*. — 10. qua prediximus. — 14. primo] dñs. — 16. cum ergo. — 21. reverta.

1) $6 \cdot 10 = 6 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 5$. Figura, quae in Mscpto. additur, male sensum disponit. Haec fere est:

2) Quod HERO „*dissolutionem*“ nominat, hodie „*Klammerauflösung*“ nominamus. „*Compositionem*“ vero HERONIS appellamus „*Absondern*“. Interdum hi

duo modi ab HERONE miscentur. Demonstrationes HERONIS suis locis modernis signis denotabimus.



Exemplum secundi theorematis a numeris.¹⁾

Ponam, ut linea ab sit numerus, qui est 10, et iam fuerit divisa in duas sectiones in puncto g , et sit ag 3 ex numeris, et linea

⁵ gb sit 7. Manifestum est, quod

multiplicatio ab , que est 10, in se ipsam est equalis eis, que congregantur ex multiplicatione ab , que est 10, in unumquemque duorum numerorum, qui sunt 3 et 7.

¹⁰ Quoniam 10 in 7 est 70, et 10 in 3 est triginta: ergo coniunctio eorum est 100; et illud est, quod demonstrare volumus.²⁾

Dixit YRINUS: Secundum modum dissolutionis exempli causa ponam lineam rectam ab , quam dividam in divisiones, quoquomodo fuerit, supra punctum g . Ostendam igitur, quod quadratum

ab est equale superficiei, que continetur a

duabus lineis ab , bg , cum superficie contente a duabus ²⁰ lineis ab , ag . Oportet igitur, ut imaginem lineam ab duas lineas equales, quarum una sit scilicet divisa et altera indivisa. Manifestum est igitur, quod due linee sunt equales. Erit ergo superficies, que continetur ab his duabus lineis equalibus, equalis quadrato ²⁵ unius earum. Sit itaque equalis quadrato ab . Ergo ex eo, quod declaratum est ex probatione figure prime (huius partis), erit coniunctio duarum superficierum, que fiunt ex linea indivisa cum divisionibus ag , gb , equalis superficiei, que continetur a linea indivisa et linea ab . Sed

7. ei. — 10. *Post triginta iteratur*: et 10 in 7 est 70. — 27. que fiunt] et fuerit.

1) EUCLIDES II, 2: *Si fuerit linea in partes divisa, illud, quod ex ductu totius linee in se ipsam fit, equum erit his, que ex ductu eiusdem in omnes suas partes.* Hoc est, si $a = b + c$, erit etiam $a^2 = ab + ac$.

2) $10^2 = 10 \cdot 3 + 10 \cdot 7 = 30 + 70$.

quadratum ab est equale illi superficiei, quemadmodum ostensum est, et linea indivisa est equalis lineae ab , quemadmodum posuimus; ergo due superficies, que continentur ab hac linea ab et unaquaque sectionum ag , gb , est equalis quadrato ab ; et illud est, quod demonstrare 5 volumus.¹⁾

Figure tercie exemplum in numeris.²⁾

Ponatur, <ut> linea ab ex numeris sit 10, quam supra punctum g in duas dividam sectiones, et ponam, ut ag sit ex numeris 3, et sectio gb sit 7. Erit ergo 10

multiplicatio ab , que est
 $b \quad \quad \quad 7 \quad \quad \quad g \quad \quad 3 \quad \quad a$
 $| \text{-----} | \text{-----} |$
 10, in bg , que est 7
 ex numeris, 70, que est
 equalis ei, quod congregatur ex multiplicatione ag , que
 est 3, in gb , que est 7, et ex multiplicatione gb , que 15
 est 7, in se ipsam. Quod ideo est, quoniam ag in gb
 est 21, et linea gb in se ipsam est 49, coniunctio itaque
 earum est 70; et illud est, quod demonstrare volumus.³⁾

Dixit YRINUS, quod huius figure probatio declaratur ex probatione figure prime <huius partis>. 20

Ponam itaque, ut sint due lineae date < ab , bg >, quarum una sit indivisa, et altera divisa supra punctum
 g , que est ab , et
 $b \quad \quad \quad g \quad \quad \quad a$
 $| \text{-----} | \text{-----} |$
 erit superficies, que
 continetur a linea in- 25

divisa et linea ab , equalis coniunctioni superficierum, que continentur a linea indivisa et sectionibus lineae divise, scilicet sectionibus ag , gb . Sed linea indivisa est equalis lineae bg , ergo superficies, que continetur a linea indivisa

4. et una que est sectionum. — 24. erit] sit.

1) $ab = ag + gb$; $\overline{ab}^2 = ab \cdot ag + ab \cdot bg$.

2) EUCLIDES II, 3: Si fuerit linea in duas partes divisa, illud, quod fit ex ductu totius in alteram partem, equum erit his, que ex ductu eiusdem partis in se ipsam et alterius in alteram. Hoc est $(a+b) \cdot b = a \cdot b + b^2$.

3) $10 \cdot 7 = (3 + 7)7 = 3 \cdot 7 + 7^2 = 21 + 49$.

et linea ab , est equalis superficiei, que continetur ab ag et gb , <cum quadrato facto ex linea gb >: ergo, si quamlibet lineam in duas sectiones dividimus, tota superficies, que continetur a tota linea et una sectionum eius, est
 5 equalis superficiei, que continetur a duabus sectionibus, cum quadrato prime sectionis; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Exemplum <figure> quarte secundum numeros.²⁾

10 Ponam, ut linea ab sit ex numeris 10, quam in puncto g dividam; et sit linea ag 7, et sectio gb sit ex numeris 3. Multi-
 plicatio igitur ab in
 se ipsam ex numeris



15 erit 100, et est equalis multiplicationi ag , que est 7, in se ipsam, que est 49, et multiplicationi gb , que est 3, in se ipsam, que est 9, et duplo eius, quod aggregatur ex multiplicatione ag , que est 7, in bg , que est 3, [duabus vicibus], quod est 42. Summa est 100 ex numeris; et
 20 illud est, quod demonstrare volumus.³⁾

Probatio autem huius figure secundum formam intentionis YRINI est secundum modum dissolutionis. Queritur ergo, an quadratum

factum ex linea ab $b \quad \quad \quad g \quad \quad \quad a$
 $| \text{-----} | \text{-----} |$

25 resolvatur in conjunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex ag et gb , cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis

3. dividitur. — 18. multiplicatione, que est 7, in ag , que est 3.

1) $ab \cdot bg = (ag + bg)bg = ag \cdot bg + \overline{bg}^2$. Conferas EUCLIDIS ed. HEIBERG vol. V, 230—231, Scholium 24 ad prop. III, ibi enim graecus textus huius demonstrationis HERONIS invenitur sine mentione eius.

2) EUCLIDES II, 4: Si fuerit linea in duas partes divisa, illud, quod ex ductu totius in se ipsam fit, equum est his, que ex utriusque partis in se ipsam et alterius in alteram bis. Id est: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot b$.

3) $10 \cdot 10 = (7 + 3)^2 = 7^2 + 3^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3 = 49 + 9 + 42$.

ag, gb. Et quia linea *ab* <constat ex lineis *ag, gb*, ergo secundum probationem figure secunde huius partis quadratum factum ex linea *ab* resolvatur> in coniunctionem duarum superficierum, quarum una continetur a duabus lineis *ab, ag*, et alia a duabus lineis *ab, bg*, quoniam 5 est eis equale. Sed iste due superficies resolvantur in probatione figure tercie huius partis. Quod tamen est, quoniam superficies contenta a duabus lineis *ba, ag* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *bg, ga*, cum quadrato *ag*, <et superficies contenta a duabus lineis 10 *ab, bg* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *bg, ga*, cum quadrato *bg*>: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *ag, gb*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag, gb*, est equalis coniunctioni duarum superficierum, quarum 15 una continetur a duabus lineis *ba, ag*, et altera a duabus lineis *ab, bg*. Sed iam ostensum est, quod quadratum lineae *ab* est equale istis duabus superficiebus: ergo iam resolutum est quadratum factum ex linea *ab* in coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis 20 *ag, gb*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis *ag, gb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾

Secundum modum autem compositionis consistit etiam hoc <modo>. Incipiam itaque componere a loco, ad quem perveni cum resolutione. Dico igitur, quod secundum 25 probationem figure tercie huius partis superficies, que continetur a duabus lineis *bg, ga*, cum quadrato *ag* est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis *ba, ag*; et similiter superficies, que continetur a duabus lineis *ag, gb*, cum quadrato *bg* est equalis superficiei, que continetur 30

3. coniunctione. — 8. continetur *a*. — 9. equale. — 17. *hb, bg*.

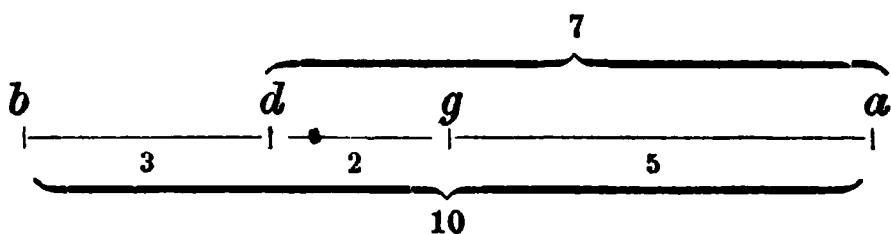
$$1) \overline{ab}^2 = (ag + gb)^2 = ab \cdot ag + ab \cdot gb = (ag + gb) ag + (ag + gb) gb = \overline{ag}^2 + ag \cdot bg + ag \cdot bg + \overline{bg}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{bg}^2 + 2 ag \cdot bg.$$

a duabus lineis ab , bg . Iam ergo composita sunt duo quadrata facta ex duabus lineis ag , gb cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gb , et equantur duabus superficiebus, quarum una continetur a duabus lineis ab , ag , et alia a duabus lineis ab , bg . Sed iste due superficies componuntur et equantur quadrato facto ex linea ab secundum probationem figure secunde huius partis: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gb , cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gb , tota equatur toto quadrato facto ex linea ab ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Quinte figure exemplum in numeris.²⁾

Ponam, ut linea ab sit ex numeris 10, et queque duarum sectionum ag , gb sit 5, et sectio ad sit 7: restat ergo, ut db sit 3, et fit gd duo.

Manifestum <est> igitur, <quod illud>, quod con-



gregatur ex multi-

plicatione sectionis bg in se ipsam, est 25, qui est equalis ei, quod congregatur ex multiplicatione ad , que est 7, in db , que est 3, quod est 21, et multiplicatione sectionis dg , que est duo, in se ipsam, quod est 4. Totum, quod congregatur, est 25; et illud est quod demonstrare volumus.³⁾

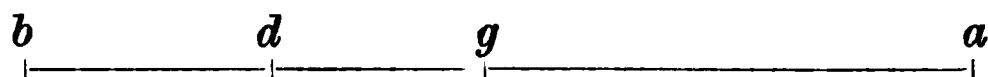
1. Post: ab , bg *Mscptm.* addit: cum quadrato facto ex linea bg . — 3. equatur.

$$\begin{aligned} 1) \overline{ag}^2 + \overline{bg}^2 + 2ag \cdot bg &= \overline{ag}^2 + ag \cdot bg + \overline{bg}^2 + ag \cdot bg \\ &= ag(ag + bg) + bg(ag + bg) = ag \cdot ab + bg \cdot ab \\ &= (ag + bg)ab = \overline{ab}^2. \end{aligned}$$

2) EUCLIDES II, 5: Si linea recta per duo equalia duoque inequalia secetur, quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum continetur, cum eo quadrato, quod ab ea, que inter utrasque est sectiones, describitur, equum est ei quadrato, quod a dimidio totius lineae in se ducto describitur. Hoc est: $a \cdot b + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

$$3) \left(\frac{7+3}{2}\right)^2 = 7 \cdot 3 + \left(7 - \frac{7+3}{2}\right)^2 = 21 + 4.$$

Huius autem figure probatio secundum YRINI intentionem est secundum resolutionem. Propter quod quereamus, ut sciamus, an superficies, que continetur a duabus sectionibus ag , gb <resolvatur in superficiem, que continetur a duabus sectionibus ad , db , cum quadrato lineae gd >. Et quia ag est equalis gb , ergo coniunctio duarum superficierum, que continentur a duabus lineis gb , bd et gd , db , est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis ad , db . Remanet autem nobis quadratum gd .



Ponam ergo ipsum congregari, ergo coniunctio duarum superficierum, que continentur a duabus lineis gb , bd et duabus lineis gd , db , cum quadrato gd est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis ad , db , cum quadrato gd . Sed superficies, que continetur a duabus lineis gb , bd et altera, que continetur a duabus lineis bd , dg , cum quadrato dg <est> equalis superficiei, que continetur a duabus lineis gb , bd , et alteri, <que continetur a duabus lineis> bg , gd , quod „equalis“ constat ex probatione figure tercie huius partis. Ergo coniunctio duarum superficierum, quarum unam continent lineae gb , bd et alteram bg , gd , est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis ad , db , cum quadrato gd . Sed due superficies, quarum unam continent due lineae gb , bd et alteram gb , gd , sunt equales quadrato gb , et hoc secundum probationem figure secunde huius partis: ergo quadratum gb est equale superficiei, que continetur a duabus lineis ad , db , cum quadrato gd ; et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾

8. continentur. — 17. et alteram. — 23. lineae ab , bd . — 25. secunde] tercie.

1) $ad \cdot db = (ag + gd) \cdot bd = ag \cdot bd + gd \cdot bd$. Sed $ag = bg$, quare $ad \cdot bd = bg \cdot bd + gd \cdot bd$. Ergo erit etiam $ad \cdot bd + gd^2 = bg \cdot bd + gd \cdot bd + gd^2 = bg \cdot bd + (bd + gd)gd = bg \cdot bd + gd \cdot bg = bg(bd + gd) = bg^2$.

Iam ergo hoc resolutum est in probationem figure secunde. Incipiam itaque componere a loco, ad quem cum resolutione perveni. Secundum probationem igitur figure secunde huius partis superficies, quam continent due linee 5 bg, bd , <cum superficie, quam continent due linee, bg, gd >, est equalis quadrato lineae gb . Sed secundum probationem figure tercie huius partis superficies, que continetur a duabus lineis bg, gd , erit equalis superficiei, que continetur | a duabus lineis gd, db , cum quadrato gd . <Ergo 23
10 quadratum lineae gb > est equale duabus superficiebus, quarum unam continent due linee gb, db et alteram due linee gd, db , cum quadrato gd . Et quia linea ag est equalis lineae gb , erit superficies, que continetur a duabus lineis ag, db , cum superficie, quam continent due linee 15 gd, db , cum quadrato gd equalis quadrato gb . Secundum probationem vero figure prime huius partis erit superficies, quam due linee continent gd, db , cum superficie, quam continent lineae ag, db , <equalis superficiei, quam continent due linee ad, db , ergo erit superficies, quam continent 20 due linee ad, db > cum quadrato gd equalis quadrato facto ex linea gb ; et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾

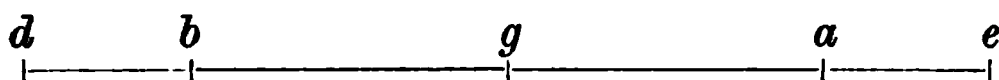
Figure sexte²⁾ probatio secundum lineas, quam YRINUS secundum duos perfecit modos, quorum unus est secundum rectitudinem, et secundus secundum compo- 25 sitionem. Modus autem rectitudinis est huiusmodi.

Sit linea data linea ab , quam supra punctum g in duo secabo media, et adiungam ei in longitudine lineam

$$\begin{aligned} 1) \quad \overline{bg^2} &= bg(bd + dg) = bg \cdot bd + bg \cdot gd = bg \cdot bd \\ &+ (bd + dg)gd = bg \cdot bd + bd \cdot gd + \overline{gd^2}. \text{ Sed } bg = ag, \\ \text{ergo erit } \overline{bg^2} &= ag \cdot bd + gd \cdot bd + \overline{gd^2} = (ag + gd)bd + \overline{gd^2} \\ &= ad \cdot db + \overline{gd^2}. \end{aligned}$$

2) EUCLIDES II, 6: *Si recta linea in duo equalia dividatur, alia vero ei linea in longum addatur, quod ex ductu totius iam composite in eam, que iam adiecta est, cum eo, quod ex ductu dimidie in se ipsam, equum est ei quadrato, quod ab ea, que constat ex adiecta et dimidia, in se ipsam ducta describitur. Hoc est: $(2a + b) \cdot b + a^2 = (a + b)^2$.*

bd , et monstrabo, quod figura, que continetur a duabus lineis ad , db , cum quadrato gb est equalis quadrato gd . Cum ergo protrahetur ae secundum rectitudinem ga , et fuerit ae , que protrahitur, equalis bd , manifestum erit,



quod, si posuerimus lineam $\langle ab \rangle$ communem, erit tota 5
linea eb equalis lineae ad . Sed superficies, que continetur
a lineis ad , db , est equalis superficiei, que continetur a
duabus lineis eb , db . Nobis itaque manifestum est, quod
superficies, quam due lineae continent eb , bd , cum quadrato
lineae gb est equalis quadrato lineae gd . Quod „equalis“ 10
patet, quoniam linea de est divisa in duo media supra
punctum g et in duas sectiones inequales supra punc-
tum b : ergo secundum probationem figure 5^o huius partis
erit superficies, quam due lineae continent eb , bd , cum
quadrato gb equalis quadrato gd ; [et illud est, quod de- 15
monstrare volumus.

Secundum compositionem vero sic probatur. Cum
ergo tum posuerimus, erit superficies, quam continent due
lineae eb , bd , cum quadrato gb quadrato gd equalis;] sed
iam fuit ostensum, quod superficies, quam continent due 20
lineae eb , db , est equalis superficiei, quam continent due
lineae ad , db : ergo superficies, que continetur a duabus
lineis ad , db , cum quadrato gb est equalis quadrato gd ;
et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

1) Quae uncis quadratis inclusa sunt, vel commentator vel
translator male inseruit, ut demonstrationi dualismum, ut ita
dicam, inferret, qui non adest. Tota demonstratio, abiectis
uncis inclusis, secundum rectitudinem procedit. Hero posuit
 $ae = eg$, et per constructionem habemus $bd = ae$, ergo erit
etiam $be = ad$ et $ge = gd$. Quare tota linea ed in puncto g
per equalia, et in puncto b per inequalia divisa est: ergo
per II, 5, quae modo demonstrata est, erit $\overline{gd}^2 = eb \cdot bd + \overline{gb}^2$.
Sed $eb = ad$, ergo erit $\overline{gd}^2 = ad \cdot bd + \overline{gb}^2$.

Probatio figure septime¹⁾ secundum YRINI intentionem est secundum modum resolutionis ita.

Queram ergo, an coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab , bg , resolvatur in duplum
5 superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadrato ex linea ag et equatur. Dico ergo, quod quadratum ab resolvitur in probatione

figure 4^o, quod est, quoniam b $\overline{\hspace{1.5cm}g\hspace{1.5cm}a}$
quadratum factum ex linea ab

10 est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gb , et duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gb : ergo quadratum ab et bg est equale
<duplo superficiei, que continetur a duabus lineis> ag , gb , cum duplo quadrati facti ex linea gb et cum quadrato facto
15 ex linea ag . Sed secundum probationem figure tercie huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg <equalis duplo superficiei, quam continent due lineae ag , bg , cum duplo quadrati facti ex linea gb >. Iam ergo remanet quadratum factum ex linea ag et duplum superficiei,
20 ficiei, que continetur a duabus lineis ab , gb , [cum quadrato facto ex linea ag] equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gb , cum duplo quadrati facti ex linea gb et quadrato facto ex linea ag . Coniunctio igitur duorum quadratorum, que fiunt ex duabus
25 lineis ab , bg , iam resoluta est in figuram primam et equatur duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab ,

12. ag in gb . — 15. Post linea ag Mscptm. addit: ergo quadratum ab et bg est equale ab in bg .

1) EUCLIDES II, 7: Si linea in duas partes dividatur, quod fit ex ductu totius in se ipsam, cum eo, quod ex ductu alterius partis in se ipsam, equum est eis, que ex ductu totius lineae in eandem partem bis et ex ductu alterius partis in se ipsam. Id est: $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2$, vel $x^2 + y^2 = 2xy + (x - y)^2$.

bg , cum quadrato facto ex linea ag ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Secundum compositionem vero probatur sic. Incipiam ergo hic componere. Dico ergo, quoniam coniunctio duorum quadratorum ab , bg resoluta est in probatione figure 5
tercie, et equatur duplo superficiei, que continetur a dua-

bus lineis ab , bg , cum qua-
drato facto ex linea ag ,
ergo secundum probatio-

nem figure terciæ huius partis erit duplum superficiei, 10
que continetur a duabus lineis ag , bg , cum duplo qua-
drati facti ex linea gb <cum quadrato facto ex linea
 ag >; et duplum superficiei, que continetur a duabus
lineis ag , gb , cum quadrato lineæ ag est equale duplo
superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gb , cum 15
duplo quadrati facti ex linea gb et quadrato lineæ ag .
Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit
coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex lineis ag , gb ,
<cum duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gb ,>
equalis quadrato facto ex linea ab . Remanet ergo qua- 20
dratum lineæ bg , quod addam super quadratum factum ex
linea ab : fit ergo coniunctio duorum quadratorum, que
fiunt ex duabus lineis ab , bg , equalis duplo superficiei, que
continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadrato ex linea ag .
Iam ergo compositum est ex probatione figure terciæ et 25
perventum est ad probationem figure quarte, sicut reso-
lutum est ex probatione figure quarte in figuram terciam;
et illud est, quod demonstrare volumus.²⁾

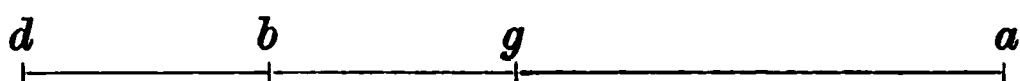
16. et a quadrato.

1) Habemus $\overline{ab}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{bg}^2 + 2ag \cdot bg$, ergo erit
 $\overline{ab}^2 + \overline{bg}^2 = 2ag \cdot bg + 2\overline{bg}^2 + \overline{ag}^2 = 2(ag + gb) \cdot gb + \overline{ag}^2$
 $= 2ab \cdot gb + \overline{ag}^2$. Uncis quadratis inclusa ex dittographia
orta esse manifestum est.

2) $2ab \cdot bg + \overline{ag}^2 = 2(ag + bg)bg + \overline{ag}^2 = 2ag \cdot gb$
 $+ 2\overline{bg}^2 + \overline{ag}^2 = 2ag \cdot gb + gb^2 + ag^2 + gb^2 = \overline{ab}^2 + \overline{gb}^2$.

Modus autem, quo YRINUS ordinavit probationem figure octave¹⁾ cum signatione unius lineae et <sine> ipsius constructione secundum probationem resolutionis et compositionis est iste.

- 5 Ponam lineam ab , quam super punctum g dividam, qualitercumque contingat divisio, et adiungam ei lineam bd equalem lineae gb . Cum ergo resolverimus, quadratum lineae ad resolvetur in probatione figure quarte huius partis.



- Quod ideo erit, quoniam quadratum factum ex linea ad
 10 est equale duplo superficiei, quam continent due lineae ab , bd , cum duobus quadratis factis ex duabus lineis ab , bd . Et quia bd posita est equalis sectioni bg , ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum duobus quadratis factis ex duabus lineis ab , bg est equale
 15 quadrato facto ex linea ad . Secundum probationem figure 7^o huius partis erunt duo quadrata facta ex duabus lineis ab , bg equalia duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadrato ag . Cum ergo illud coniungetur, erit quadruplum superficiei, que continetur a
 20 duabus lineis ab , bg , cum quadrato ag equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadratis factis ex lineis ab , bd . Sed iam ostendimus, quod ista sunt equalia quadrato facto ex linea ad : ergo quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum
 25 quadrato ag est equale quadrato ad , ergo iam resolutum est in figuram quartam prius, post in figuram septimam; et illud est, quod demonstrare volumus.²⁾

1) EUCLIDES II, 8: Si linea in duas partes dividatur, eique in longum equalis uni dividendium adiungatur, quod ex ductu totius iam compositae in se ipsam fiet, equum erit his, que ex ductu prioris lineae in eam adiectam quater, et ei, quod ex ductu alterius dividendium in se ipsam. Hoc est $[(a + b) + a]^2 = 4(a + b)a + b^2$.

2) Quia $\overline{ad^2} = 2ab \cdot bd + \overline{ab^2} + \overline{bd^2}$, et per hypothesin $bd = bg$, erit etiam $\overline{ad^2} = 2ab \cdot bg + \overline{ab^2} + \overline{bg^2}$. Sed per



Secundum compositionem vero incipiam a loco, ad quem cum resolutione perveni. Quia quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadrato lineae ag equatur duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum duobus quadratis factis ex duabus lineis ab , bd : ergo cum sumpserimus loco superficiei, que



continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadrato lineae ag coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab , bg , et addiderimus eam supra duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , erit tunc duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum duobus quadratis factis ex duabus lineis ab , bg equale quadruplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum quadrato facto ex linea ag . Quod „equale“ est manifestum ex probatione figure septime huius partis. Sed linea gb est equalis lineae bd , ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bg , cum coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab , bg , [cum quadrato lineae ag] est equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bd , cum coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab , bd . Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bd , cum coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ab , bd , equale quadrato facto ex linea ad : ergo quadruplum superficiei, que continetur a duabus lineis ab , bd , cum quadrato facto ex linea ag est equale

8. quadratū. — 19. est equale duplo *iteratur*. — 25. est equale.

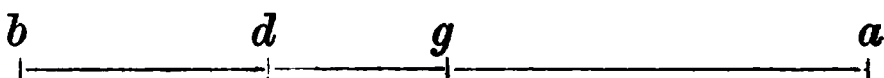
II, 7 est $\overline{ab}^2 + \overline{bg}^2 = 2ab \cdot bg + \overline{ag}^2$, ergo erit $\overline{ad}^2 = 4ab \cdot bg + \overline{ag}^2$, vel, quia $bg = bd$, $\overline{ad}^2 = 4ab \cdot bd + \overline{ag}^2$.

quadrato ex linea ad ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Probatio none figure²⁾ absque figura secundum YRINI intentionem est huiusmodi.

5 Quero, ut ostendatur, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ad , db , sit equalis duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd . Iam ergo scimus ex probatione figure quarte huius partis, quod qua-

10 dratum factum ex b d g a



linea ad est equale duplo superficiei, que continetur a duabus <lineis> ag , gd , cum duobus quadratis, que fiunt ex duabus lineis ag , gd . Coniunctio ergo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus

15 lineis < ad , db , est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd , cum duobus quadratis, que fiunt ex duabus lineis> ag , gd , cum quadrato bd . Oportet itaque, ut ostendam, quod duplum duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd , sit equale duplo superficiei, | que continetur a duabus lineis ag , gd , et coniunc-

20 tionem duorum quadratorum, que fiunt a duabus lineis ag , gd , <cum quadrato bd >. Sed secundum probationem figure 7^o huius partis erit coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis bg , gd , equalis duplo superficiei,

25 que continetur a duabus lineis bg , gd , cum quadrato lineae bd , et linea ag est equalis lineae bg : ergo coniunctio

26—p. 103, 3. In Mscpto. verba: ergo coniunctio quadratorum ex linea bd , ante verba: Sed secundum probationem etc. posita sunt.

$$1) 4ab \cdot bd + \overline{ag}^2 = 4ab \cdot bg + \overline{ag}^2 = 2ab \cdot bg + 2ab \cdot bg + \overline{ag}^2 = 2ab \cdot bg + \overline{ab}^2 + \overline{bg}^2 = 2ab \cdot bd + \overline{ab}^2 + \overline{bd}^2 = \overline{ad}^2.$$

2) EUCLIDES II, 9: Si linea in duo equalia duoque inequalia dividitur, que fiunt ex ductu inequalium sectionum in se ipsam pariter accepta, duplum sunt utriusque pariter acceptis, que quidam ex dimidia eaque, que utrique sectioni interiacet, quadratis describuntur. Hoc est: $a^2 + b^2 = 2\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right]$.

quadratorum duarum linearum ag , gd est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd , cum quadrato facto ex linea bd . Iam ergo resolutum est in probationem figure huius partis septime et ostensum, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis 5 $\langle ad, db \rangle$, est equale duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag, gb ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Secundum compositionem vero sic. Hic itaque incipiam componere, et quia cum probatione ad hunc de- 10 venimus finem, ut coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis bg, gd , sit equalis duplo superficiei, que contine-

tur a duabus lineis bg, gd , cum qua- 15

drato facto ex linea db , et linea ag est equalis lineae gb : \langle ergo \rangle coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag, gd , est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag, gd , cum quadrato facto ex linea db . Adiungam autem coniunctionem duorum quadratorum ag 20 et gd , et accipiam ea communia: fit ergo duplum duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag, gd , equale duplo superficiei, que continetur a \langle duabus \rangle lineis ag, gd , et duobus quadratis factis ex duabus lineis ag, gd , cum quadrato facto ex linea db . Sed secundum probationem 25 figure quarte huius partis erit quadratum factum ex linea ad equale duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag, gd , cum duobus quadratis factis ex duabus lineis ag, gd : ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus

3. *Post verba linea bd iteratur*: Sed secundum probationem figure 7^e.

1) Quia $\overline{ad}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + 2ag \cdot gd$, erit $\overline{ad}^2 + \overline{bd}^2 = 2ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{bd}^2$. Sed $ag = bd$, ergo $\overline{ad}^2 + \overline{bd}^2 = 2bg \cdot gd + \overline{bd}^2 + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = \overline{bg}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = 2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2)$.

lineis ad , db , est equalis <duplo> coniunctionis duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Probatio 10^o figure²⁾ absque figura secundum
5 intentionem YRINI est secundum resolutionem sic.

Et quia in eo invenimus, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ad , db , est equalis coniunctioni dupli duorum quadratorum, que <fiunt ex duabus lineis> ag , gd : dico

10 igitur, quod ex probatione d b g a
figure quarte erit quadratum

factum ex linea ad equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd , et duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd . <Ergo coniunctio duorum
15 quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd , et duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd ,> et cum quadrato facto ex linea db est equalis duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd . Cum ergo abstulero duo quadrata communia ag , gd ex toto, remanebit duplum
20 superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd , cum quadrato facto ex linea bd equale duobus quadratis factis ex duabus lineis ag et gd . Sed ag est equalis bg , ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd , est equale duplo superficiei, que continetur a duabus
25 lineis dg , gb , et coniunctio duorum quadratorum, que

1. coniunctioni. — 12. est equale.

1) Quia $\overline{bg}^2 + \overline{gd}^2 = 2bg \cdot gd + \overline{db}^2$, et $bg = ag$, erit etiam $\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = 2ag \cdot gd + \overline{bd}^2$. Ergo erit $2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2) = 2ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{bd}^2 = \overline{ad}^2 + \overline{bd}^2$.

2) EUCLIDES II, 10: Si linea in duo equalia dividatur, eique in longum alia addatur, quadratum, quod describitur a tota cum addita, et quadratum, quod ab ea, que addita est, utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato, quod a dimidia eique, quod ab ea producitur, que ex dimidia adiectaque consistit, utrisque quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est. Hoc est: $(2a + b)^2 + b^2 = 2[a^2 + (a + b)^2]$.

fiunt ex duabus lineis ag , gd , est equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis dg , gb . Ergo duplum superficiei, que continetur a duabus lineis dg et gb , cum quadrato facto ex linea db est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis dg et bg . 5
Iam ergo resolutum est hoc in probationem figure 7^o <huius partis> et ostensum, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ad et db , est equalis duplo duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag et gd ; et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾ 10

Secundum compositionis vero modum incipiam componere a loco, ad quem cum resolutione perveni. Dico ergo, quod duo quadrata duarum linearum dg , gb sunt equalia duplo superficiei, que continetur a duabus lineis dg , gb , cum quadrato 15

d b g a
|-----|-----|-----|
facto ex linea db .
Sed linea ag est

equalis lineae gb : ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , gd , est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag et gd , cum quadrato db . 20
Cum ergo addidero coniunctionem duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag et gd , ad duo quadrata, que fiunt ex duabus lineis ag et gd , et addidimus illud supra duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ag et gd , cum quadrato facto ex linea db , erit 25
duplum duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag et gd , equale duplo superficiei, que continetur a duabus

16. linea ab . — 22—23. a duobus quadratis, sicut ostensum est ex duabus lineis ag et gd .

1) Demonstrari debet: $\overline{ad}^2 + \overline{bd}^2 = 2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2)$. Sed iam probavimus $\overline{ad}^2 = 2ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2$, ergo erit $\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + 2ag \cdot gd + \overline{bd}^2 = 2\overline{ag}^2 + 2\overline{gd}^2$, quare etiam $2ag \cdot gd + \overline{bd}^2 = \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2$. Sed ex hypothesi est $ag = bg$, ergo erit $2gb \cdot gd + \overline{bd}^2 = \overline{bg}^2 + \overline{gd}^2$, quod verum esse ex II, 7 constat. Ergo etiam illa recte se habent, de quibus ortum est.

lineis ag et gd , cum quadrato facto ex linea db et conjunctioni duorum quadratorum duarum linearum ag , gd . Sed secundum probationem figure quarte huius partis erit duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ag , gd ,
 5 cum duobus quadratis, que fiunt ex duabus lineis ag et gd , equale quadrato ex linea ad . Iam ergo ostensum est, quod coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex lineis ad et db , est equalis coniunctioni dupli duorum quadratorum, que fiunt ex lineis ag et gd ; et illud est quod demon-
 10 strare volumus.¹⁾

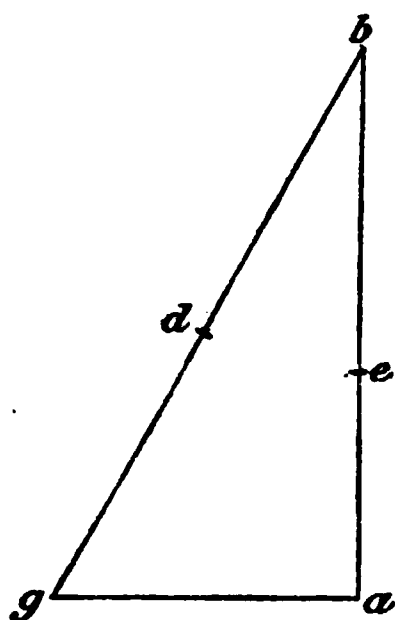
Dixit YRINUS 11^o theoremati:²⁾ <Non> est possibile probari absque figura, quod ideo est, quia quedam conclusiones sunt, in quibus necessarium est scire opus, quo compleantur; in inquisitione vero probationis est diffe-
 15 rentia. Nos tamen ostendimus in figuris, que precesserunt, quod non fuit eis opus, id est dispositio, necessaria, sed sola indigent probatione, et attulimus probationes sine figuris in his, que precesserunt. Sed quia hoc quesitum indiguit operatione, non fuit possibile, ut absque figura probaretur; et quia
 20 hoc sic est, non sit nobis grave a linea ponere probationem decentem et optime investigatam. Ponam itaque, ut linea da<ta> sit linea ab , et ostendam, qualiter linea ab dividatur in sectiones, ut sit superficies, que continetur a tota linea et una sectione eius, equalis quadrato alterius sectionis.
 25 A puncto itaque a protraham perpendicularem ag equalem medietati lineae ab , sicut manifestum est ex probatione figure adiuncte 11^o figure prime partis; et producam lineam gb ; et secabo gd equalem ga , sicut patet ex pro-

23. sectione. — 25. et protraham. — 28. equale.

1) Quia $\overline{dg}^2 + \overline{gb}^2 = 2 dg \cdot gb + \overline{db}^2$ et $ag = gb$, erit $\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 = 2 ag \cdot gd + \overline{db}^2$. Inde $2(\overline{ag}^2 + \overline{gd}^2) = 2 ag \cdot gd + \overline{ag}^2 + \overline{gd}^2 + \overline{db}^2 = \overline{ad}^2 + \overline{bd}^2$.

2) EUCLIDES II, 11: *Datam lineam sic secare, ut, quod sub tota et una portione rectangulum continetur, equum fit ei, quod fit ex reliqua sectione quadratum.* — Est sectio aurea, quae vocatur.

batione figure tercie prime partis. Et quia quadratum factum ex linea gb est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex lateribus ag , ab , et linea gd est equalis linee ga : ergo latus ab est maius latere bd . Dividam itaque ex linea ab ,



quod sit equale linee bd , sitque linea be , sicut manifestum est ex probatione figure $\langle 3^{\circ} \rangle$ prime partis: dico igitur, quod iam divisimus lineam ab supra punctum e in sectiones tales, quod superficies, que continetur a duabus lineis ab , ae , est equalis quadrato facto ex linea be . Probatio eius, quoniam quadratum factum ex linea gb est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus sectionibus gd , db , cum duplo superficiei, que

continetur a duabus lineis gd , db , quod constat ex probatione figure 4° huius partis. Verum secundum probationem figure 46° prime partis quadratum factum ex linea gb est equale coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ag , ab . Sed iam divisimus gd equalem ag , et divisimus be equalem bd , ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis ga , ab , \langle est equalis duplo superficiei, que continetur a duabus lineis ag , be , et coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis bd , ag . \rangle Cum ergo removebimus \langle quadratum \rangle ag commune, remanebit duplum superficiei, que continetur a lineis ag , be , cum quadrato facto ex \langle linea \rangle eb equale quadrato facto ex linea ab . Et quia linea ab est dupla linee ag , erit duplum superficiei, que continetur a lineis ga , eb , equale superficiei, que continetur a lineis ab , be , et hoc secundum probationem figure prime huius partis. Ergo superficies, que continetur a lineis ab , be , cum quadrato facto ex linea be est equalis quadrato facto ex linea ab . Sed secundum probationem figure 3°

26. Cum ergo nominamus ag ei communem.

huius partis erit coniunctio duarum superficierum, quarum unam continent due linee ba , ae , et alteram continent due linee ab , be , equalis quadrato facto ex linea ab : ergo superficies, que continetur a lineis ab , be , cum quadrato
 5 facto ex linea be est equalis duabus superficiebus, quarum unam continent due linee ab , be , et alteram linee ab , ae . Cum ergo removero superficiem, que continetur a lineis ab , be , communem a toto, remanebit tunc superficies, que continetur a lineis ba , ae , equalis quadrato facto ex
 10 linea be ; et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾

YRINUS autem in figura 12^a 2) nihil addidit, sed dixit esse probandam eo modo, quo eam probavit EUCLIDES. EUCLIDES vero dixit in prima parte et probavit, quod
 15 omnis trianguli orthogonii quadratum lineae subtense recto angulo est equale coniunctioni duorum quadratorum, que 25 fiunt ex duobus lateribus continentibus angulum rectum, et postea [dixit, quod] EUCLIDES addidit aliam figuram post istam, in qua ostendit illius conversionem, scilicet: omnis trianguli, cuius unius laterum quadratum est equale
 20 coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex reliquis duobus lateribus, angulus ab eis contentus est rectus.

3. est equalis.

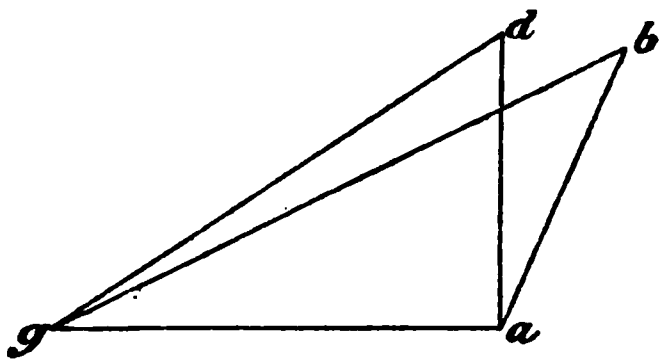
1) Solutio HERONIS ea est, qua hodie semper in scholis utimur. Hoc autem modo demonstrat constructionem. Quia

1) $\overline{bg^2} = \overline{gd^2} + \overline{db^2} + 2gd \cdot db$ et 2) $\overline{bg^2} = \overline{ag^2} + \overline{ab^2}$, et quia per constructionem $gd = ag$ et $be = bd$, habemus etiam $\overline{ag^2} + \overline{ab^2} = 2ag \cdot be + \overline{be^2} + \overline{ag^2}$. Erit ergo $2ag \cdot be + \overline{be^2} = \overline{ab^2}$. Sed $2ag = ab$, quare $ab \cdot be + \overline{be^2} = \overline{ab^2}$. Et quia $\overline{ab^2} = ab \cdot ae + ab \cdot be$, sequitur $ab \cdot be + \overline{be^2} = ab \cdot ae + ab \cdot be$, id est: $\overline{be^2} = ab \cdot ae$.

2) EUCLIDES II, 12: *In his triangulis, qui obtusum habent angulum, tanto ea, que obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus, que obtusum continent angulum, amplius potest, quantum est, quod continetur bis sub una eorum atque ea, que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.*

Inquit YRINUS: Nos vero in hac figura faciemus, quod EUCLIDES in prima parte fecit, et ostendemus istud in hac figura et in figura, que sequitur eam. Dixit ergo EUCLIDES, quod omnis trianguli amblygonii quadratum factum ex latere, qui subtenditur angulo expanso, est maius coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex reliquis duobus lateribus continentibus angulum expansum: nos itaque ostendemus, quod omnis trianguli, cuius unius laterum quadratum est maius coniunctione quadratorum, que fiunt ex reliquis lateribus duobus, angulus ab illis duobus lateribus contentus est expansus. Sit ergo triangulus datus triangulus abg , et sit quadratum bg maius coniunctione duorum ba , ag : dico igitur, quod angulus bag est expansus.

Probatio eius, quoniam protraham a puncto a lineae ag 15 perpendiculararem ad equalem lateri ab , sicut ostensum est ex probatione figure adiuncte figure 11^o <prime partis>, et producam lineam gd .

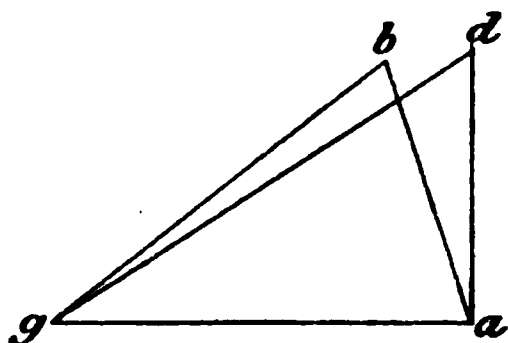


Et quia quadratum ab est 20
equale quadrato ad , cum
ergo accepero quadratum
 ag commune, ergo erit con-
iunctio duorum quadrato-
rum, que fiunt ex duabus
lineis ab , ag , equalis con- 25
iunctioni duorum quadra-

torum da , ag . Sed nos posuimus quadratum factum ex latere bg maius coniunctione duorum quadratorum, que fiunt ex duobus lateribus ab , ag , <ergo quadratum factum ex latere bg erit maius coniunctione duorum quadratorum, 30 que fiunt ex duobus lateribus da , ag >. Secundum <autem> probationem figure 46^o prime partis erit coniunctio duorum quadratorum da , ag equalis quadrato facto ex latere gd : ergo latus < bg erit maius latere gd . Sed latus> da equale lateri ab , ergo cum acceperimus latus ag commune, 35

erunt duo latera ba , ag equalia duobus lateribus da , ag . Sed basis bg est maior basi gd : secundum probationem igitur figure vicesime quinte prime partis erit angulus bag maior angulo dag . Angulus autem dag est rectus, ergo angulus
 5 $\langle bag \rangle$ est expansus; et illud est, quod demonstrare volumus.

Dixit YRINUS: Ostendam conversionem figure 13^e 1) secundum equalitatem eius, cum quo declaravi figuram, que hanc precedit. Dico igitur, quod omnis trianguli, quadratum unius laterum cuius est minus duobus
 10 quadratis reliquorum laterum, angulus, qui ab illis lateribus continetur, est acutus. Exempli causa ponam, ut quadratum unius laterum trianguli abg , qui sit bg , sit minus coniunctione duorum
 15 quadratorum, que fiunt ex duobus lateribus ab , ag : dico ergo, quod angulus bag est acutus. Probatio eius, quoniam constituam supra punctum a lineae ag per-
 20 pendicularem ad equalem lateri ab , sicut manifestum est ex probatione figure \langle adiuncte figure \rangle 11^e prime partis, et coniungam duo puncta d et g cum linea dg . Cum ergo attulerimus testimonium figure 46^e et 25^e prime partis, sicut testificati sumus in figura adiuncta, que est ante
 25 istam, scilicet in angulo expanso, ostendetur, quod angulus bag est acutus; et illud est, quod demonstrare volumus.



YRINUS non invenitur addidisse aliquid figure 14^e, sed dixit, quod oportet, ut eius probatio sit, secundum quod EUCLIDES demonstravit. 2)

6. conversionem] secundum versionem. — 28. probatione.

1) EUCLIDES II, 13: *Omnis oxigonii tanto ea, que acutum respicit angulum, ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest, quantum est, quod bis continetur sub uno eorum, cui perpendicularis intra superstat, eaque sui parte, perpendiculari anguloque acuto interiacet.* Conferas scholium ad prop. XIII libri II editionis EUCLIDIS HEIBERGHII vol. V, p. 253—254, quod demonstrationem HERONIS sine mentione eius graece praebet.

2) EUCLIDES II, 14: *Dato trigono equum quadratum describere.*

INCIPIT PARS TERTIA EXPOSITIONIS ANARITHI.

Expositio secundum ANARITHUM prologi tercie partis EUCLIDIS.

Dixit EUCLIDES: *Circuli equales sunt, quorum diametri 5 sunt equales, et a quorum centrīs lineę ad circōferentias eorum protractę erunt equales.*

Supra <hoc> YRINUS: Quod dicitur, manifestum est, quoniam, cum fuerint diametri, tunc lineę a centrīs ad circōferentias protractę erunt equales, quia unaqueque 10 earum erit medietas diametri. Manifestum quoque est nobis, quod, cum lineę rectę a centrīs ad circōferentias protractę fuerint equales, circuli erunt equales, quoniam descriptio circulorum non est nisi secundum spatia, que sunt inter centra et circōferentias, que sunt diametrorum 15 medietates.

Dixit EUCLIDES: *Linea recta circulum contingens est, que, cum circulum contingit et protrahatur in alias partes, non secat circulum. — Circuli se ad invicem contingentes sunt, qui, cum se vicissim tangant, non se secant. — 20 Lineę rectę equalis spatii a centro sunt, <quarum> perpendiculares, que a centrīs ad eas protrahuntur, sunt equales. — Maioris autem spatii a centro sunt, quarum perpendiculares, que ad eas protrahuntur, sunt maiores.*

Supra hoc YRINUS: Voluit EUCLIDES demonstrare 20 spatium, quod est inter centra et lineas rectas contentum, ideo dixit „perpendicularis“, quod ideo fecit, quod possibile est, ut ab unoquoque puncto ad unumquodque

punctum plures lineae producantur; sed spatium, quod est inter punctum et lineam est perpendicularis protracta a puncto ad illam lineam, et propter hoc dixit EUCLIDES, quod lineae equalis spatii a centro sunt, quarum perpen-
 5 diculares a centro ad eas protractae sunt equales, et maioris spatii sunt, quarum perpendiculares ad eas protractae sunt maiores.¹⁾

EUCLIDES: *Portio circuli est figura, quae continetur a linea recta et portione arcus circumferentiae circuli. —*
 10 *Angulus portionis est, qui fit, cum signatur quodlibet punctum supra arcum portionis, et protrahuntur ab eo ad fines basis portionis duae rectae lineae ipsum continentibus. — Et cum duae lineae angulum [continentes] fuerint continentibus propter arcum, tunc ille angulus dicetur compositus supra*
 15 *lineam arcus. — Sector circuli est figura, quae continetur a duabus rectis lineis continentibus cum arcu angulum, qui supra ipsum compositus, scilicet cum arcu subtenditur angulo.*

Sectorum species duae sunt, quarum una est illa, cuius angulus supra circumferentiam existit; alia, cuius
 20 angulus consistit supra centrum. Sed cuius angulus non consistit supra centrum, neque supra circumferentiam, non est sectorum, equatur tamen sectori.²⁾

EUCLIDES: *Portiones circulorum similis sunt, quarum anguli sunt equales; et quarum anguli, qui in eis cadunt, sunt equales, ipse sunt similes.*

15. Sectio. — 19. Sectionis. — est eius, cuius.

1) Conferas cum hac definitione HERONIS, quod GEMINUS de simili re in libro primo dixit. Supra pag. 66.

2) Talis sector excentricus invenitur in libro EUCLIDIS *de divisionibus* a WOEPCKIO ex arabico edito. Ibi per lineam rectam in duas equales sectiones dividitur. Cfr. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I², 273 et vol. V editionis EUCLIDIS HEIBERGII p. 260 scholium 6, quod ad verbum cum praesenti scholio consentit. Hoc scholium etiam ab HERONE profectum esse videtur.

YRINUS: Oportet, ut sciamus, quod, cum portiones circulorum sunt similes, anguli in eis figurati erunt equales; et eius conversam, scilicet quod, cum fuerint <anguli>, qui cadunt in portionibus circulorum, equales, tunc ille portiones erunt similes. 5

Figurarum autem species sunt iste: Circulus, circuli portio, gibbosa, lunaris. Circulus vero est figura, quam intra figuras rectarum linearum diffinivit; sed portio circuli est figura, que continetur a linea recta et arcu circumferentie circuli; et cum duo circuli se secant, tunc portio 10 eis communis nominatur gibbosa, reliquarum autem portionum figura dicitur lunaris.

YRINUS nihil invenit in prima figura¹⁾, sed dixit: Hec figura manifesta est, secundum quod dixit EUCLIDES.

Dixit YRINUS de secunda figura²⁾: Hec figura 15 declaratur secundum declarationem EUCLIDIS.

De tertia³⁾ quoque dixit: Hec figura secundum EUCLIDIS dicta declaratur.

De quarta⁴⁾ similiter dixit, quod secundum EUCLIDIS dicta demonstratur. 20

De quinta⁵⁾ vero dixit, quod ipsa est, secundum quod dixit EUCLIDES.

2. similes, circuli. — 8. diffinivi.

1) EUCLIDES III, 1: *Circuli propositi centrum invenire.*

2) EUCLIDES III, 2: *Super circuli circumferentiam duobus punctis signatis lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.*

3) EUCLIDES III, 3: *Si lineam intra circulum preter centrum collocatam alia a centro veniens per equa secet, orthogonaliter super eam insistere, et si in eam orthogonaliter steterit, eam per equalia dividere necesse est.*

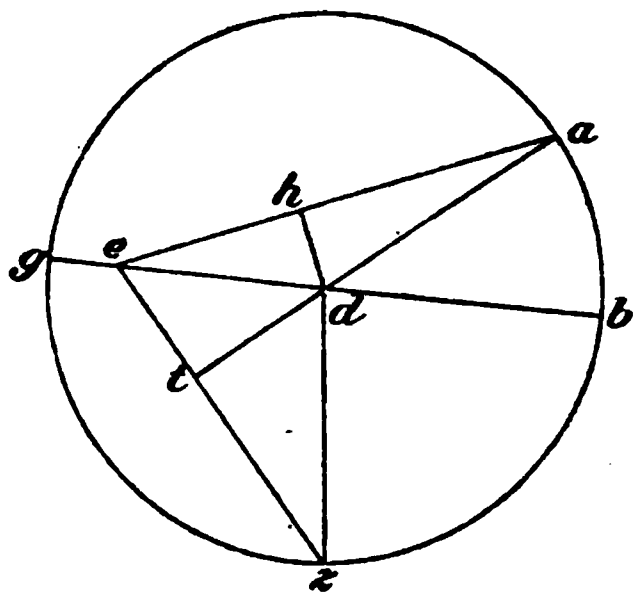
4) EUCLIDES III, 4: *Si intra circulum due linee se invicem secant et supra centrum non transeant, non per equalia eas secari necesse est.*

5) EUCLIDES III, 5: *Circulorum se invicem secantium centra diversa esse.*

In fine vero sexte¹⁾ dixit: Omnes iste figure declarantur et constant secundum dicta EUCLIDIS.

Dixit YRINUS: In septima figura²⁾ ostendit EUCLIDES, quod linee centro propinquiores sunt maiores eis, quae ab eo sunt remotiores. Quod vero <cum> declaravit, posuit duas lineas ab una parte communes, et ostendit, quod ea, quae est propinquior centro, est maior ea, quae ab eo est remotior. Quod si nobis propositae fuerint duae lineae a duabus partibus centri, quarum una sit altera propinquior centro, ostendemus, quod illa, <quae> est ei propinquior, est maior ea, quae magis est ab eo remota, cum hac dispositione.

Ponam circulum abg , cuius diameter sit bg , et centrum nota d , et ponam supra lineam bg punctum e , a quo protraham ad circumferentiam duas lineas ea et ez , et ponam, ut linea ea sit centro propinquior linea ez : dico ergo, quod linea ea est maior linea ez . Probatio eius, quoniam protraham a puncto d , quod est centrum,



duas perpendiculares dh et dt , et protraham etiam ab eo duas lineas da et dz . Et quia linea ae est propinquior

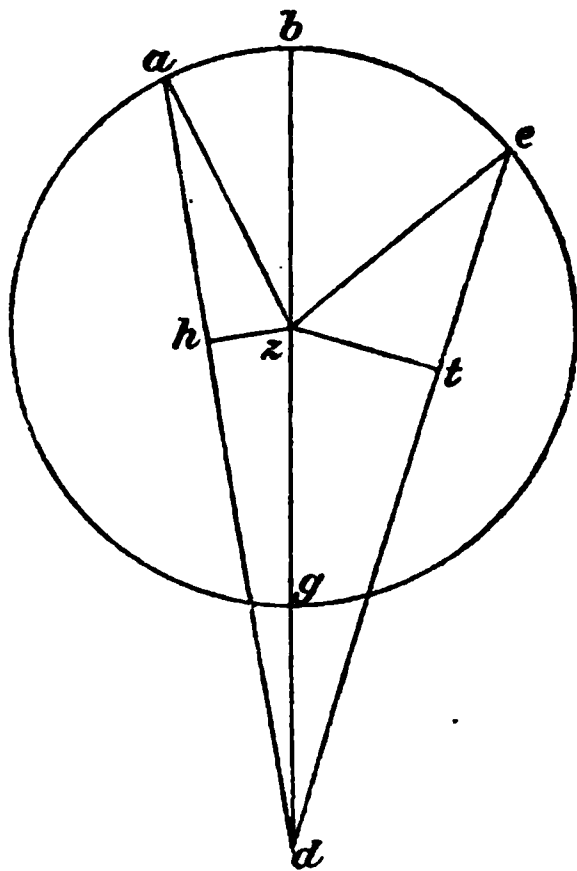
3. In alia figura. — 5. Quod declaravit vero. — 6. communem.

1) EUCLIDES III, 6: *Circulorum sese contingentium non idem centrum esse necesse est.*

2) EUCLIDES III, 7: *Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur, et ab eo ad circumferentiam lineae plurimae ducantur, quae supra centrum transierit omnium erit longissima; quae vero diametrum perficiet, omnium erit brevissima; quae autem centro proxime, ceteris longiores, quanto vero a centro remotiores, tanto breviores esse conveniet. Duas quoque equidistantes lineae brevissime collaterales equales esse necesse est.*

linee da , quoniam ipse sunt protracte a centro ad circumferentiam, et quadratum dt cum quadrato ta est equale quadrato ad , et quadrata dh et hz sunt equalia quadrato dz , erunt duo quadrata dh et dz equalia duobus quadratis dt et ta . Sed quadratum dh est maius quadrato dt : cum ergo removebimus ea, quadratum at remanebit maius quadrato hz . Ergo linea at est maior linea hz . Cum ergo removebimus lineam eh et addiderimus lineam et , manifestum est, quod tota linea ea erit multo maior linea ez ; et
 10 illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit YRINUS: Etiam in 8^a figura¹⁾ ostendit EUCLIDES, quod linee, que sunt propinquiores centro, sunt maiores lineis ab eo remotioribus. Sed propter hoc, quod probatio eius
 15 non est in libro de elementis nisi, ubi posuit lineas ab una parte, ergo relinquitur, ut probetur alia probatione, sicut fecimus in figura, que precessit. Dico igitur, quod cum
 20 a duabus partibus diametri due recte linee posite fuerint, quarum <una> sit centro propinquior et
 25 altera ab eo magis remota, que erit magis propinqua, erit maior ea, que erit remotior. Exempli causa ponam circulum abg , et protraham



17. ut a. ē. z. probatur. — 24—25. et altera] et latera.

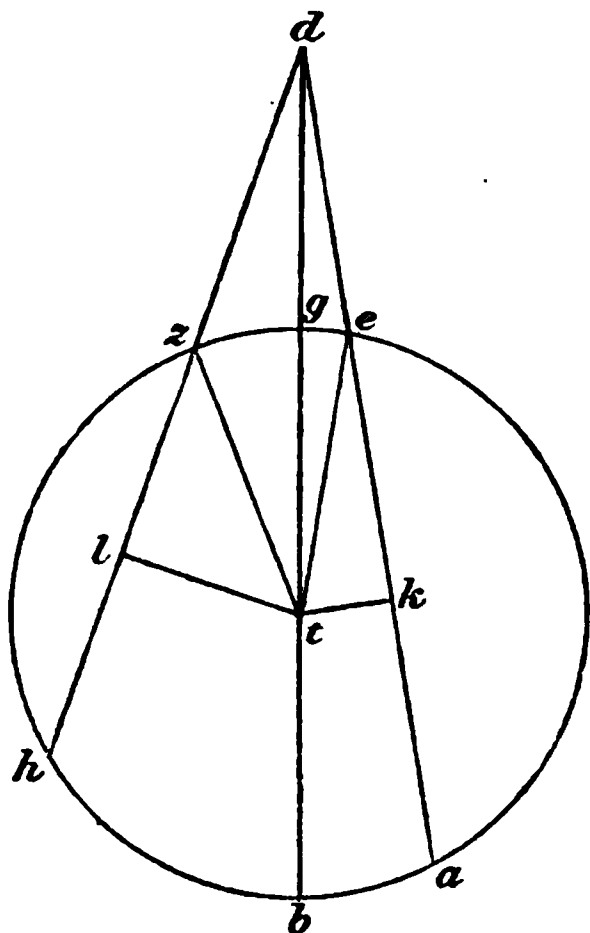
1) EUCLIDES III, 8: Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando, que super centrum transierit, omnium erit longissima; centro autem propinquiores remotioribus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima, eique propinquiores remotioribus breviores; due vero, que linee brevissime utrumque eque propinquant, equales sunt.

diametrum eius bg , quam secundum rectitudinem producam extra circulum, que sit sicut linea gd , supra quam ponam notam, qualitercumque contingit, sitque nota d ; a qua ad circulum abg protraham duas rectas lineas a duabus partibus diametri, que sint lineae da , de ; sitque linea da 5 propinquior centro linea de : dico igitur, quod linea ad est maior linea de . Probatio eius, quoniam inveniam centrum circuli, quemadmodum ostensum est debere inveniri ex probatione figure prime huius partis, et ponam, ut sit punctum z , a quo ad duas lineas ad et de protra- 10 ham duas perpendiculares zh et zt , sicut manifestum est posse protrahi ex probatione figure 13^o partis prime. Et quia linea ab est propinquior puncto z , quod est centrum, linea de , ergo perpendicularis zh est maior perpendiculari zt ; et etiam, quia quadratum lineae dh cum quadrato 15 lineae hz est equale quadrato lineae dz , quod equidem constat secundum probationem figure 46^o prime partis; et similiter quadratum factum ex linea dt cum quadrato facto ex linea zt est equale quadrato facto ex linea dz : ergo coniunctio duorum quadratorum dh et hz est equalis 20 coniunctioni duorum quadratorum dt et tz . Sed quadratum lineae zh est minus quadrato lineae tz ; cum ergo removebimus ea, remanebit quadratum lineae dh maius quadrato lineae dt , ergo linea dh est maior linea dt . Et etiam, quia linea az est equalis lineae ze , quoniam a centro ad 25 circonferentiam sunt protracte, et coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex lineis zh et ha , est equalis quadrato facto ex linea za ; et coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis zt et te , est equalis quadrato facto ex linea ze : ergo coniunctio duorum 30 quadratorum, que fiunt ex duabus lineis zt et te , est equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis zh et ha . Sed quadratum tz est maius quadrato zh , remanet ergo quadratum factum ex linea ah

2. circulum] centrum. — 7. ergo est. — 26. sed coniunctio.
— 28. ergo coniunctio.

maius quadrato facto ex linea te ; ergo linea ah est maior linea te . Sed iam ostendimus, quod linea dh est maior linea dt , ergo tota linea da est maior <tota> linea de ; et illud est, quod demonstrare volumus.

- 5 Ostendam etiam, quod linearum, que concurrunt circonferentie circuli, que magis propinqua fuerit linea, que est inter notam et diametrum, erit minor ea, que ab ea fuerit magis remota, et faciam hoc etiam in duabus lineis
- 10 existentibus a duabus partibus linee, que est inter notam et [inter] diametrum. Ponam itaque, ut circulus sit circulus abg , cuius diameter sit
- 15 linea bg . Producam itaque diametrum circuli secundum rectitudinem, et ponam supra eam punctum d , a quo protraham ad circonferentiam
- 20 circuli duas lineas de et dz ad inferiora circuli; et producam eas usque ad duo puncta a et h ; et inveniam centrum circuli, quod sit
- 25 punctum t ; et protraham duas perpendiculares tk , tl ; et coniungam duo puncta e et z <cum puncto t > cum duabus lineis te et tz . Et quia angulus det est extrinsecus trianguli ekt , <cuius> angulus ekt erit rectus, ergo secun-
- 30 dum probationem figure vicesime prime partis erit angulus det maior angulo ekt , ergo angulus det est expansus; et similiter ostendam, quod angulus dzt est expansus: ergo duo trianguli det et dzt sunt ambligonii. Sed omne quadratum lateris, quod subtenditur obtuso angulo, est
- 35 equalis coniunctioni duorum quadratorum, que fiunt ex



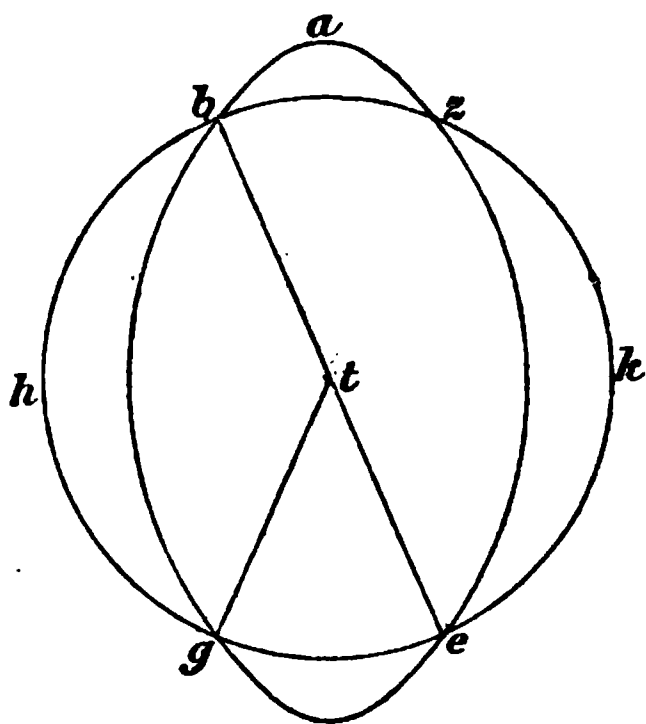
duobus lateribus continentibus obtusum angulum cum
 duplo superficiei, que continetur ab una duarum linearum
 continentium obtusum angulum, super cuius rectitudinem
 cadit perpendicularis, et linea, que est inter perpendicu-
 larem et extremitatem anguli obtusi. Quod „equale“ 5
 constat secundum probationem figure 12^o secunde partis.
 Duo igitur quadrata, que fiunt ex duobus lateribus *de*
 et *et*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus
 lineis *de* et *ek*, sunt equalia quadrato facto ex linea *dt*;
 et similiter coniunctio duorum quadratorum, que fiunt ex 10
 duabus lineis *dz* et *zt*, cum duplo superficiei, que conti-
 netur a duabus lineis *dz* et *zt*, est equalis quadrato ex
 linea *dt*: ergo coniunctio duorum quadratorum, que fiunt
 ex duabus lineis *dz* et *zt*, cum duplo superficiei, que
 continetur a duabus lineis *dz* et *zt*, est equalis coniunc- 15
 tioni duorum quadratorum, que fiunt ex duabus lineis *de*,
 et *et*, cum duplo superficiei, que continetur a duabus
 lineis *de* et *ek*. Et quia *ek* est equalis lineae *ka*, et
 linea *zl* est equalis lineae *lh*, ergo secundum probationem
 figure prime partis secunde erit duplum superficiei, que 20
 continetur a duabus lineis *de* et *ek*, equale superficiei
 contente a lineis *de* et *ea*; et similiter duplum superficiei,
 que continetur a duabus lineis *dz* et *zl*, erit equale
 superficiei contente a duabus lineis *dz* et *zh*: ergo super-
 ficies, que continetur a duabus lineis *ae* et *ed*, cum 25
 quadrato facto ex linea *de* est equalis superficiei, que
 continetur a duabus lineis *hz* et *zd*, cum quadrato *dz*.
 Sed secundum probationem figure tercie secunde partis
 superficies, que continetur a duabus lineis *ae* et *ed*, cum
 quadrato facto ex linea *de* est equalis superficiei, que 30
 continetur a duabus lineis $\langle ad$ et *de*; et superficies, que
 continetur a duabus lineis *hz* et *zd*, cum quadrato *dz*
 est equalis superficiei, que continetur a duabus lineis $\rangle hd$
 et *dz*: ergo superficies, que continetur a duabus lineis *ad*
 et *de*, est equalis superficiei, que continetur a duabus 35

lineis hd et dz . Sed iam ostensum fuit, quod linea ad est maior linea hd , quoniam est centro propinquior, ergo linea de est minor linea dz ; et illud est, quod demonstrare volumus.

5 Dixit YRINUS, quod nona figura¹⁾ consistit secundum hoc, quod dixit EUCLIDES.

De decima²⁾ vero dixit: Hanc figuram declarabo per nonam. Dico ergo, si possibilis est, ut unus circulus

10 secet ergo circulus $abgez$ circulum $bhgekz$ in notis pluribus duabus, scilicet in notis b, g, e, z . Inveniam itaque centrum circuli $abgez$,
15 sicut manifestum est ex probatione figure prime <huius> partis, et ponam, ut ipsum sit nota t ; et protraham lineas tb et te et tg . Et
20 quia punctum t est centrum circuli $abgez$, ergo lineae tb et tg et te sunt equales, et



quia a puncto t , quod est intra circulum $bhgekz$, protrahuntur ad circumferentiam lineae tb et tg et te plures
25 duabus, quae sunt equales, ergo secundum probationem figure 9^e huius partis t est centrum circuli $bhgekz$, et ipsum est etiam centrum circuli $abgez$. Duorum ergo circulorum sese secantium unum est centrum, quod est contrarium et impossibile, quoniam iam est manifestum

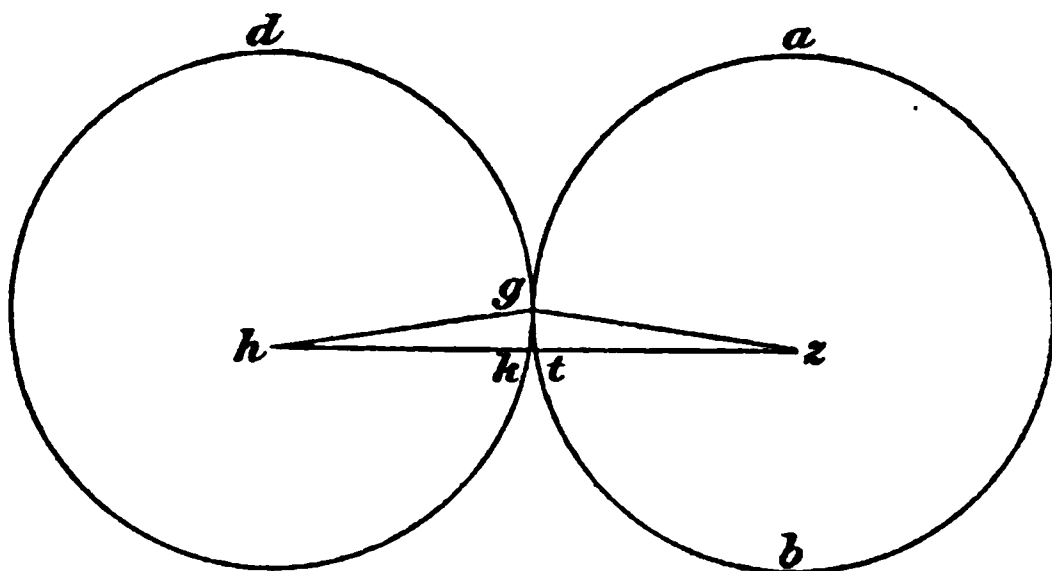
2. maior linea bd .

1) EUCLIDES III, 9: Si intra circulum puncto signato ab eo plures quam due lineae ducte ad circumferentiam fuerint equales, punctum illud centrum circuli esse necesse est.

2) EUCLIDES III, 10: Si circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

ex probatione figure quinte huius partis hoc esse impossibile; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Dixit YRINUS: EUCLIDES in figura 11^{a2)} posuit duos circulos sese intrinsecus contingentes, et descripsit figuram supra hoc, et probavit, quod querebatur in ea. 5 Ego vero ostendam, qualiter sit probandum, si contactus exterius fuerit. Ponam itaque duos circulos ab et gd se



supra g contingentes, et sit centrum circuli ab punctum z , et punctum h sit centrum <circuli> gd : dico igitur, quod linea recta, que transit per duo puncta z et h , 10 transit per punctum g . Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si possibile est sic, transeat per duo puncta z et h non transiens supra punctum g , sed sit locus transitus ipsius alius, et sit sicut linea $ztkh$. Protraham itaque duas <lineas> gz et gh , ergo proveniet 15 triangulus gzh . Secundum probationem igitur figure 20^e <prime> partis erunt duo latera zg et zh coniuncta maius latere zh . Sed linea gh est equalis lineae hk , et linea zt

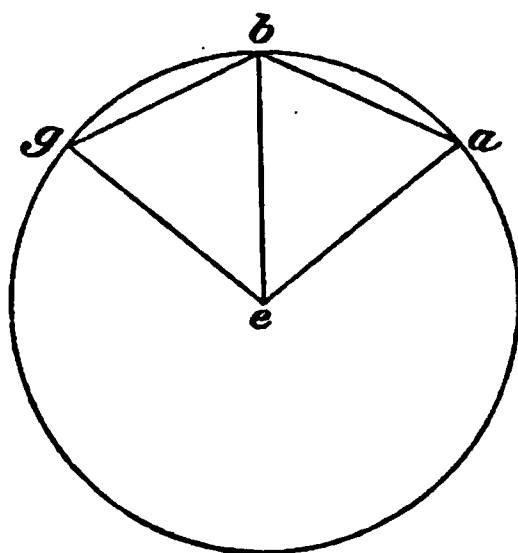
7. duos angulos circulos. — 12. transit. — 14. et sic sicut.

1) Haec demonstratio HERONIS invenitur apud EUCLIDEM ed. HEIBERG Vol. I, p. 331: „*Demonstratio altera*“.

2) EUCLIDES III, 11: *Si circulus circulum contingat, linea, que per centra eorum transeat, ad punctum contactus earum applicari necesse est.*

est equalis lineae zg , ergo coniunctio duarum linearum zt et kh est maior linea hz , minor scilicet maior maiore, quod est contrarium et impossibile. Linea igitur recta, que transit per duo puncta z et h , transit per punctum
 5 g ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

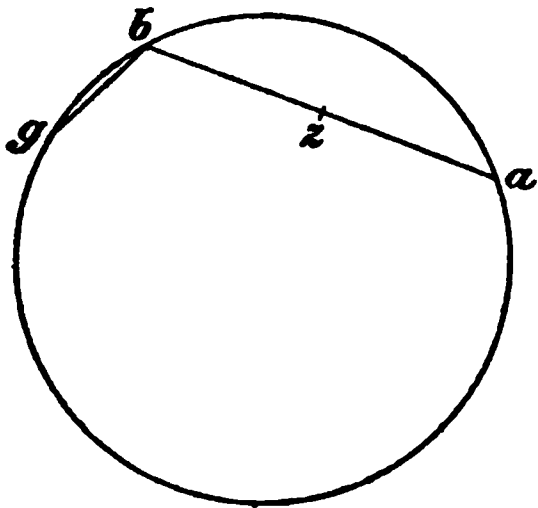
Dixit YRINUS: Quoddam propositum premittam, quo in figura 12^a indigemus²⁾: Linea recta non secatur circum in pluribus notis quam duabus. Quod si fuerit possibile, secet eam supra
 10 tres notas, sintque notae g, b, a . Inveniam centrum circuli, sicut ostensum est ex probatione figure prime huius partis, quod sit punctum e , et producam lineas
 15 ea, eb, eg . Et quia linea gba est una linea recta, et angulus eba est extrinsecus trianguli ebg , ergo secundum probationem figure 16^o <prime> partis angulus
 20 eba est maior angulo egb . Sed angulus eba est equalis angulo eab , et hoc secundum probationem figure 5^o prime partis: ergo angulus eab est



1) Ex hac additione HERONIS comparata cum editione arabica TUSINI et latina ERHARDI RATDOLD de anno 1482 statim patet, quod nec HERO nec Arabs propositionem XII libri tertii EUCLIDIS editionis Heibergianae hoc loco legebant. Omnia, quae de hac propositione XII apud TUSINUM et CAMPANUM inveniuntur, sunt ultima verba propositionis XI libri III: „In contactu vero exteriori erunt due lineae ae et eb longiores ab , quare ad et cb maius erunt quam tota ab , quod est falsum“, quae nota, cui etiam in editione CAMPANI figura addita est, demonstratione HERONIS completur. THEONEM in editione sua demonstrationem HERONIS addidisse et ex ea propositionem XII finxisse verisimillimum est. Tam ANARITIUS quam CAMPANUS propositionem XIII editionis Heibergianae XII numerant, omnesque posteriores propositiones apud CAMPANUM nec non ANARITIUM una unitate minores insignitae inveniuntur.

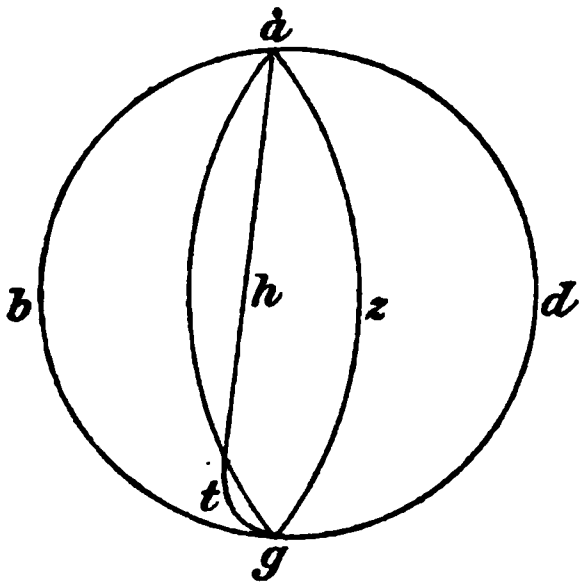
2) EUCLIDES III, 12 (13): *Si circulus circum contingat sive intrinsecus sive extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.*

maior angulo egb . Sed latus ea est equale lateri eg ,
 <ergo> secundum probationem figure 5^o partis prime erit
 angulus eab equalis angulo egb . Sed iam fuit maior eo,
 quod est contrarium et impossibile. Linea ergo recta
 non secat circonferentiam circuli supra notas plures dua- 5
 bus; et illud est, quod demonstrare volumus.



Si aliquis dixerit, possibile
 est, ut centrum circuli sit supra
 lineam abg , dico igitur tunc,
 quia possibile sit ita, quod <sit> 10
 supra notam z . Et quia punctum z
 est centrum circuli abg , ergo
 linea az est equalis lineae zb ;
 et etiam linea za est equalis
 lineae zbg : ergo linea zbg est 15
 equalis lineae zb , ergo linea gbz ,
 que est maior, est equalis minori

lineae zb , quod est inconueniens. Linea ergo recta non
 secat circulum in notis pluribus duabus; et illud est,
 quod demonstrare volumus. 20



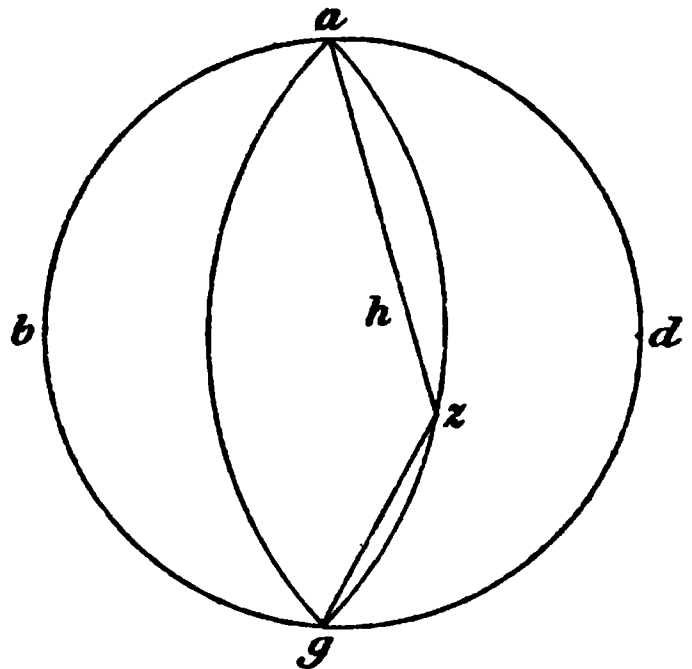
Dixit YRINUS etiam in fi-
 gura duodecima: Dico in
 hac figura, quod, si possibile
 est, ut duo circuli in notis plu-
 ribus una se contingant, tunc 25
 duo circuli ag , bd contingant
 se intrinsecus in pluribus notis
 quam una. Ponam itaque, ut
 contingant se supra duas notas
 a et g , et inueniam centra circu- 30
 lorum ag , bd , sicut ostensum est

ex probatione figure prime huius partis, et ponam, ut sint
 intra circulum ag . Quod si quis dixerit, <unum esse
 extra circulum ag ,> faciam centrum circuli ag notam h ,

3. fuit ostensum maior. — 10. possibile sit itaque. —
 11. quia linea z . — 15—16. ergo lineae zb iteratur.

centrum circuli bd notam t : dico ergo tunc, quod centrum
 < t > non cadit extra circulum ag . Sed tamen fuerit
 possibile, ut cadat, sicut dixit. Ergo coniungam duo
 puncta h et t , que sunt centra, cum linea ht . Manifestum
 5 est itaque secundum probationem figure 11^e huius partis,
 quod linea ht , cum protrahatur in utrasque partes usque
 in infinitum, cadet supra duo puncta contactus, que sunt
 puncta a et g ; et protraham itaque eam. Ergo fit huius
 lineae locus sicut est locus lineae $ahtg$. <Sed linea $ahtg$ >
 10 secatur circulum ag supra notas plures duabus, et iam
 manifestum est, illud esse impossibile: non ergo cadit
 centrum circuli bd extra circulum ag . Et secundum
 huius similitudinem osten-
 dam, quod non cadit supra
 15 arcum azg . Si ergo pos-
 sibile est sic, sit in puncto z .
 Ergo linea $ahzg$ est linea
 una recta et secatur circon-
 ferentiam circuli ag supra
 20 notas plures duabus, sci-
 licet supra notas a et z
 et g . Sed illud est im-
 possibile, ergo impossibile
 est, ut cadat centrum cir-
 25 culi $abgd$ supra circon-
 ferentiam circuli azg , et
 iam ostendimus etiam, quod non cadit extra ipsum, ergo
 cadit intra ipsum, sicut dixit EUCLIDES, et illud est, quod
 demonstrare volumus.¹⁾

30 YRINUS autem figure 13^{e2)} addidit et ostendit,

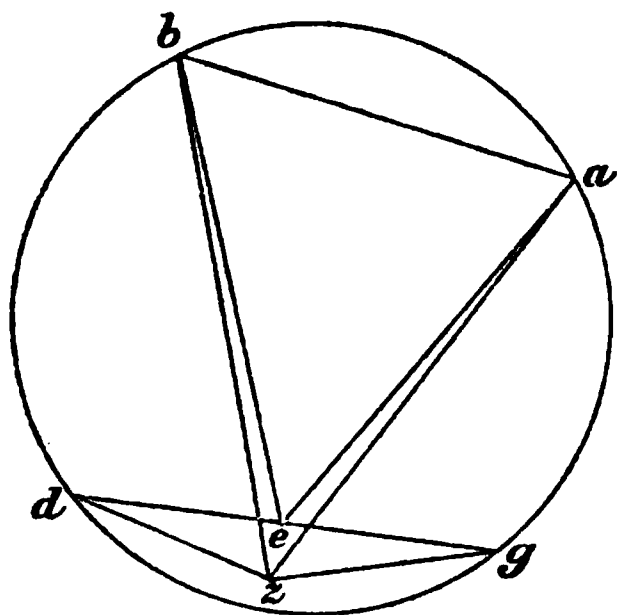


4. cum linea *bis* legitur. — 8. itaque ea. — 16. sit in] Set c.

1) In demonstratione Euclidea certe non dicitur utrumque centrum intra utrumque circulum situm esse.

2) EUCLIDES III, 13 (14): *Recte lineae in circulo si fuerint equales, eas a centro equidistare, et si a centro equidistant, equales esse necesse est.*

quod centrum circuli cadit intra duas lineas ab et gd . Descripsit enim formam circuli $abgd$, protraxit in eo duas lineas ab et gd , que sunt equales. Dicit ergo, quod cen-



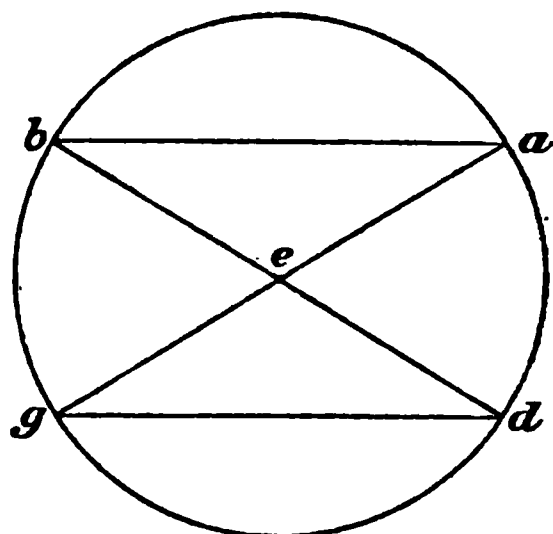
trum circuli cadit intra duas lineas ab et gd . Ponam 5 ergo, ut cadat supra lineam gd in puncto e , et protraham duas lineas ea et eb . Et quia punctum e est centrum, ergo linea ea <est equalis 10 linee eg , et linea eb > est equalis linee ed . Sed secundum probationem figure 20^e partis prime erit coniunctio <linearum> ae et eb maior 15

ab , <ergo erit coniunctio eg et ed maior ab ,> ergo linea gd est maior linea ab . Sed nos posuimus eas equales: ergo linea gd linee ab est equalis et maior simul in una hora, quod est contrarium et impossibile. Secundum huius quoque similitudinem ostendam, quod non est possibile, 20 ut cadat supra lineam ab , et dico etiam, quod neque extrinsecus ab una duarum linearum ab , gd . Quod si possibile, cadat ab extrinseca parte linee gd , et ponam, ut sit punctum z , et protraham lineas zd , zg , za , zb . Et quia punctum z est centrum circuli, sequitur, ut sint 25 due linee dz , dg equales duabus lineis za , zb . Sed basis ab equalis basi gd , ergo secundum probationem figure 8^e prime partis erit angulus azb equalis angulo dzg , minor scilicet equalis maiori, quod est contrarium et impossibile. Secundum huius quoque probationis similitudinem osten- 30 dam, quod non est possibile, ut cadat ab extrinseca parte linee ab ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Et ostendit etiam YRINUS, quod centrum circuli abg cadit intra duas lineas equales ab et gd absque contrario. Dico ergo quod non potest esse, quando due linee ab 35

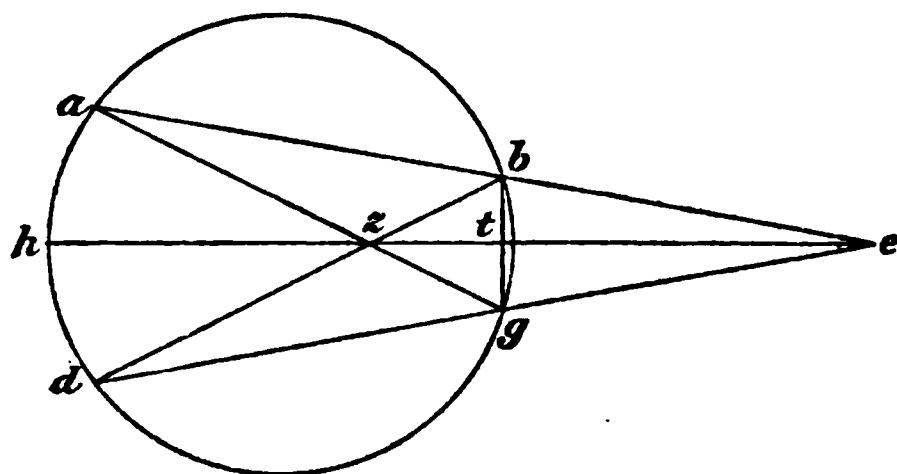
et gd sunt equidistantes aut non equidistantes. Ponam itaque primo, ut ipsi sint equidistantes, et coniungam inter duas lineas a, g et d, b .

Anguli igitur coalterni sunt
 5 equales, ergo angulus a est
 equalis angulo g , et angulus d
 est equalis angulo b . Sed basis
 ab est equalis basi gd , ergo se-
 cundum probationem figure 20^o
 10 prime partis latus ae est equalis
 lateri ag , et latus eb equalis
 lateri ed . Ergo due recte linee
 ag et bd secant se in circulo



supra coniunctionem earum <per equalia>: secundum pro-
 15 bationem igitur figure 4^o huius partis sequitur, ut cen-
 trum circuli sit punctum e ; et illud est, quod demonstrare
 volumus.

Ponam etiam, ut non sint ipse equidistantes, scilicet
 linee ab et bg . Protraham itaque eas, donec supra punc-
 20 tum e concurrant, et protraham duas lineas ag et bd



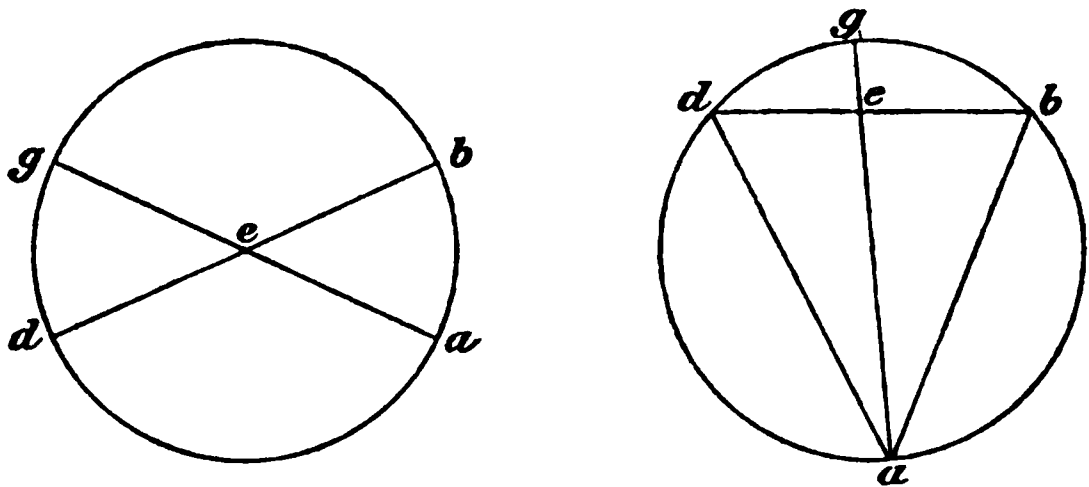
sese supra punctum z secantes, et producam lineam ezh :
 dico igitur, quod centrum circuli est supra lineam eh .
 Probatio eius, quoniam angulus bag est equalis angulo
 bgd , eo quod sunt in una portione circuli. (Ab huius-
 25 modi enim figuris innuit probationes, licet posterius sint

descripti, quoniam in eis non sunt antecedentia figurarum
sequentium hanc figuram, neque etiam hec figura est de
elementis illius figure, sed illius figure principia sumuntur
ex prima parte et ex figura prima huius partis. Sed
quia YRINUS indigebat ea, ad hanc dubitationem solven- 5
dam posuit figuram 20^{am} huius partis principium huius
figure). Et quia angulus abd est equalis angulo dga ,
quoniam sunt in portione una, et eorum corda est una
arcus unius, qui est arcus ad , et latus ab est equale lateri
 gd : ergo secundum probationem figure 26^o prime partis 10
erit az equalis lineae zd ; et etiam quia angulus ezg est
equalis angulo ezb , et angulus egz est equalis angulo ebz :
ergo secundum probationem figure 32^o prime partis erit
angulus gez reliquus equalis reliquo angulo bez . Et quia
duo anguli aez , eaz trianguli aez sunt equales duobus 15
28 angulis dez et edz trianguli dez , ergo latere ez posito
communi eis erit secundum probationem figure 26^o prime
partis latus ea equale lateri ed : ergo linea eb est equalis
lineae eg , et angulus bet , secundum quod ostensum fuit,
est equalis angulo get . Sumpta itaque linea et communi 20
erunt duo latera ge et et equalia duobus lateribus be et
 et , et angulus get est equalis angulo bet : ergo basis bt
est equalis basi tg , et angulus etb est equalis angulo etg ,
ergo ipsi sunt recti. Ergo supra lineam bg , que cadit
in circulo $abgd$, iam transivit \langle linea \rangle eth , que ipsam in 25
duo media orthogonaliter divisivit: ergo secundum proba-
tionem figure tercie huius partis supra lineam $etzh$ existit
centrum circuli; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit etiam YRINUS: Si quis dixerit, quod due lineae
equales secant se intra circulum $abgd$ supra notam e , 30
sicut linea ag secat lineam bd , tunc dicam, quod est
possibile, quin centrum sit aut supra sectionem communem
duabus lineis ag et bd , scilicet supra notam e , aut preter
eam. Quod si ceciderit supra notam e , ergo ipsum erit

1. in ea. — 5. Yrinus] unus. — 7. angulus bag . — an-
gulo bdg . — 23. ergo angulus.

intra duas lineas ag et bd , et iam erit solutum, quod querebatur. Et iam fuit ostensum, quod non est possibile, ut cadat supra unam duarum linearum ab et gd . Quod

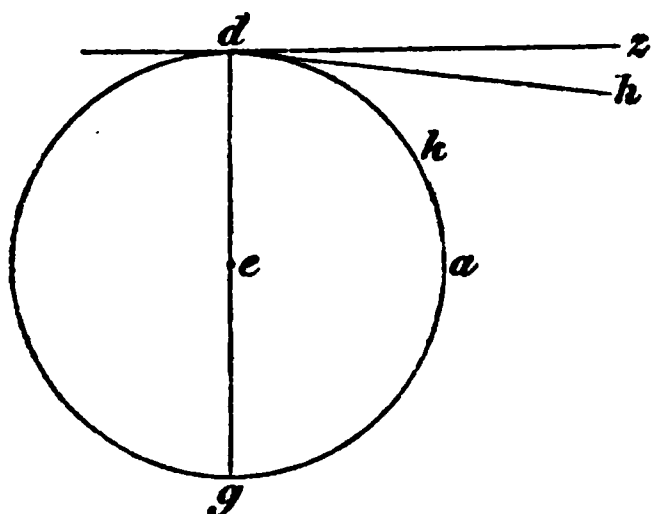


si protinus dixerit, nos ponemus duas lineas ab et ad
 5 non se intra circulum $abgd$ secantes, sed supra eius
 circonferentiam concurrentes, tunc ostendam, quod centrum
 circuli $abgd$ existit inter duas lineas ab et ad . Protra-
 ham ergo lineam bd , quam in duo media supra notam
 $\langle e \rangle$ dividam, et protraham ae , quam producam usque
 10 ad g : dico ergo, quod centrum circuli est supra lineam ag .
 Probatio eius. Quoniam be est equalis ed , ergo ae as-
 sumpta communi erunt due linee be et ea equales duabus
 lineis de et ea . Sed basis ba est equalis basi ad : ergo
 secundum probationem figure 8^o prime partis erit angulus
 15 bea equalis angulo dea . Sed cum linea recta super
 rectam erigitur lineam, et fiunt duo anguli, qui sunt ab
 utraque $\langle parte \rangle$ equales, tunc unusquisque eorum est
 rectus: ergo linea ae secat lineam bd in duo media ortho-
 gonaliter, ergo linea ag transit supra centrum circuli,
 20 quod quidem secundum probationem figure tercie huius
 partis sic constat; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De 14^a figura¹⁾ dixit YRINUS, quod ipsa declaratur
 secundum hoc quod dixit EUCLIDES.

1) EUCLIDES III, 14 (15): *Si intra circulum plurime recte
 linee ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eique pro-
 pinquiores remotioribus longiores esse necesse est.*

In 15^a figura¹⁾ voluit EUCLIDES, quod angulus extrinsecus, qui continetur ab arcu gad et perpendiculari dz , erit minor omni acuto angulo, quoniam non dividatur. Si ergo fuerit divisibilis, caderet intra arcum gad et



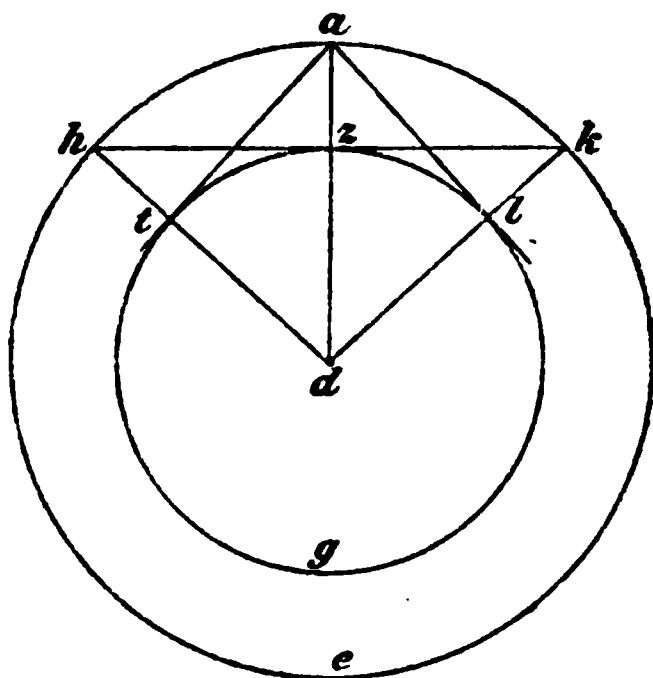
lineam dz linea <recta>, 5
quoniam angulorum divisio non est nisi cum lineis rectis, que ipsos dividunt. Quia ergo angulus kdz non dividitur, non fuit angulus acutus, quoniam omnes anguli acuti dividuntur. Ipsum tamen a nomine nominavit, quod ei necessarium fuit propter alterum angulum 15

secundum; et hoc est, quod, <si> angulus edz fuit rectus <et> cecidit inter lineam gd et perpendicularem dz arcus gad , et separavit angulum kdz , cui non est quantitas, remansit angulus intrinsecus, qui continetur a diametro gd et arcu gad , maior omni acuto angulo, 20 quoniam acutus est, qui separatur ab angulo recto cum alio aliquo acuto angulo. Quia ergo iste angulus intrinsecus non minuitur a recto angulo, qui est edz , cum angulo, cui sit quantitas, posuit EUCLIDES, quod angulus intrinsecus est maior omni angulo acuto; et quia non est 25 possibile, ut exterior angulus cum linea recta dividatur, posuit <eum> minorem omni acuto angulo, quoniam omnis linea, cuius esse est, ut esse huius, est contingens circum-

1) EUCLIDES III, 15 (16): *Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducetur, extra circum- lum eam cadere necesse est. Atque inter illam et circumulum aliam lineam rectam capi impossibile est; angulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse acutissimum, angulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Unde etiam manifestum est, omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circumulum ipsum contingere.*

Dixit YRINUS: Hec figura existit, secundum quod dixit EUCLIDES.

In 16^a figura¹⁾ dixit YRINUS: Si punctum datum fuerit intra circulum, non est possibile, ut ab eo protrahatur linea contingens circulum, quoniam ipsa secabit circulum; quod si supra circumferentiam fuerit, possibile erit, ut ab eo protrahatur diameter circuli, et ut supra
 10 illud punctum ducatur perpendicularis, que contingat circulum. Et si voluerimus a puncto a ad circumferentiam circuli gz duas lineas
 15 ipsum contingentes ducere, protrahamus lineam hz secundum rectitudinem usque ad k , et coniungemus puncta d , k protrahendo lineam dk ,
 20 que secabit circulum supra punctum l , et producam lineam al . Manifestum est igitur, secundum quod ostendit EUCLIDES, quod linea al contingit circulum, et est equalis lineae at . Iam ergo manifestum est, quod due lineae, que protrahuntur a quolibet puncto dato circulum datum contingentes sunt
 25 equales; et illud est, quod demonstrare voluimus.²⁾



In figura 19^{a3)} dixit YRINUS: Cum fuerit angulus portionis supra circumferentiam equalis gab , et linea ad fuerit coniuncta lineae db secundum rectitudinem, manifestum

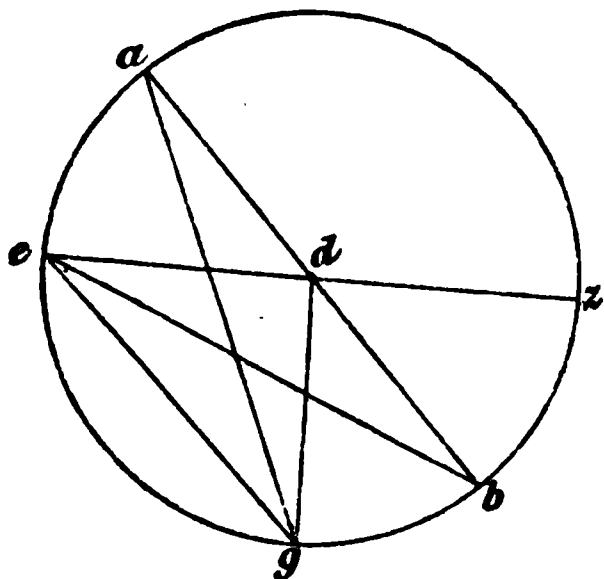
20. lineam iteratur.

1) EUCLIDES III, 16 (17): *Dato puncto ad datum circulum lineam contingentem ducere.*

2) HERO ergo primus demonstravit, ab omni puncto extra circulum duas equales lineas circulum contingentes duci posse.

3) EUCLIDES III, 19 (20): *Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat, inferior superiori duplus erit.*

est, quod angulus gdb erit duplus anguli gab . Sed si fuerit positio anguli, qui est supra circumferentiam, similis positioni anguli geb , ita quod linea gd secet lineam eb ,



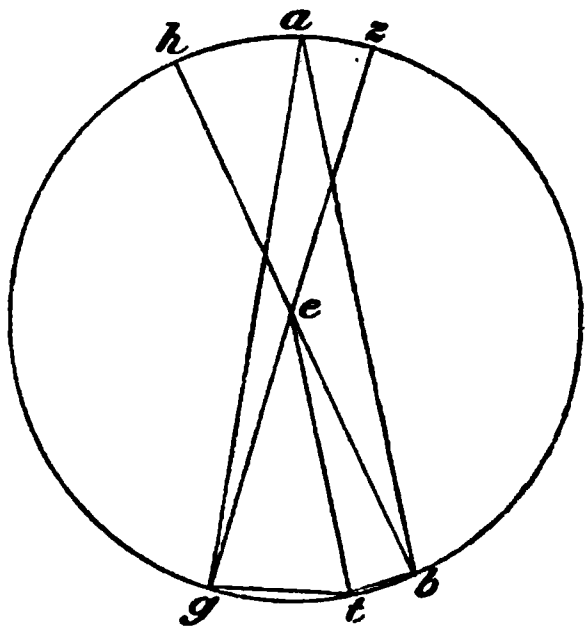
protraham tunc lineam edz . Et quia linea ed est equalis 5 lineae db , ergo angulus bed est equalis angulo dbe : ergo angulus bdz , qui est extrinsecus trianguli ebd , est duplus anguli deb . Et etiam, quia 10 linea ed est equalis lineae dg , ergo angulus deg est equalis angulo egd : ergo angulus zdg est duplus anguli deg .

Sed angulus zdb , ut osten- 15 sum est, est duplus anguli bez , cum ergo removebimus eum, remanebit angulus bdg duplus anguli beg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Dixit preterea YRINUS: Hec figura est declarata secundum omnem positionem, et secundum omnem constitu- 20 tionem probata, tamen nobis est relictum, ut ponamus propositionem, per quam probemus eam probatione communi, quoniam, si non fuerit probata, secundum quod eam probabimus, non erit nobis possibile, ut probemus figuram, que est post eam, secundum ceh (!) positionem, nisi se- 25 cundum hoc tamen, quod posuit EUCLIDES. Sed illud est possibile, quoniam necessario convenit, quod propositio fiat communis, et quod probetur secundum communem positionem, et patiatur protervorum contradictionem, ne in geometria sit aliquid non probatum. Cum ergo posuerimus 30 hanc propositionem, et demonstraverimus figuram, erit totum, quod est in figura, manifestum et clarum, et neque remanebit protinus locus contradicendi in ea, scilicet in figura, que est post hanc, que est figura 20^a. Oportet

22. per quam] \overline{deam} . — 23—24. secundum quia eam probavimus.

itaque, ut propositionem premittamus et figuram ei ponamus. Ipsa autem est huiusmodi: Angulus, qui est supra centrum omnis circuli, est duplus anguli, qui est supra circonferentiam ipsius, cum fuerit
 5 basis eorum arcus unus, et reliqui anguli, qui sunt supra centrum, et sunt complentes quatuor angulos rectos, sunt duplum anguli, qui est supra circonferentiam arcus, qui subtenditur angulo, qui est supra centrum. Sit itaque angulus, qui est
 10 supra centrum, angulus geb , et ille, qui est supra circonferentiam, sit angulus gab . Protraham autem duas lineas ge et be secundum rectitudinem usque ad duo puncta
 15 circonferentie z et h , et producam lineas gt , tb : dico igitur, quod omnes anguli, qui cadunt in arcu gab , ubicumque sit eorum casus, sunt
 20 medietates anguli geb , cum unus arcus fuerit eorum basis, et coniunctio angulorum bez , zeh et heg est dupla anguli btg et dupla omnis anguli, qui cadit in arcu btg . Probatio eius. Quoniam
 25 punctum e est centrum circuli, ergo linea eb est equalis lineae et , ergo angulus ebt est equalis angulo etb , ergo angulus het , cum sit extrinsecus, est duplus anguli etb . Et etiam, quia linea et est equalis lineae eg , ergo angulus zet est duplus anguli etg : ergo coniunctio duorum angulorum
 30 het et zet est dupla anguli btg . Sed angulus geb est equalis angulo hez , ergo anguli geh , hez , zeb sunt duplum anguli gtb . Manifestum quoque est, quod anguli geh , hez , zeb omnes tres sunt duplum anguli btg , ubicumque posuerimus eum in arcu btg : ergo omnes



19. Post gab iteratur Probatio ... centrum circuli (v. 24—25).
 — 26. ergo angulo.

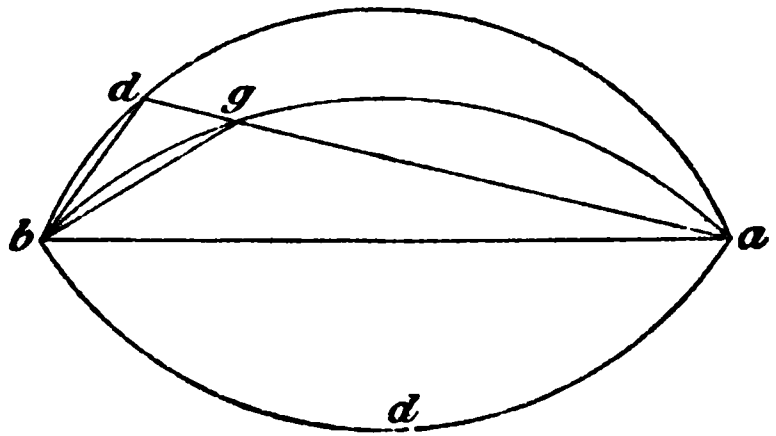
anguli, qui cadunt in arcu btg , sunt equales; et etiam, quia iam ostensum est, quod angulus, qui est supra centrum, <qui est angulus beg >, est duplus anguli bag , ubicumque cadat constitutio: ergo omnes anguli, qui
 29 sunt in una portione, | scilicet descripti in arcu bag , 5 sunt equales, quoniam iam ostensum est, quod angulus beg est duplus cuiusque eorum. Et etiam, quia iam declaratum est, quod tres anguli bez , zeh , heg sunt duplum anguli btg , ubicumque sit in positione btg : ergo omnes anguli, qui describuntur in portione btg , sunt 10 equales, quoniam quisque eorum est medietas angulorum dictorum, cum coniunguntur. Iam ergo manifestum est, quod omnes anguli, qui cadunt in portione una, sunt equales; et hoc est illud, quod volumus ostendere universaliter, et propter hoc posuerimus hanc figuram, ut, 15 quod EUCLIDES dixit, universali demonstratione clarescerit. Et quia hoc iam est manifestum, ergo figura, que post hanc sequitur, probatur per eam, et hoc est, ut dicam, quoniam anguli bez , zeh et heg , cum coniunguntur, sunt equales duplici anguli btg , et angulus beg est duplus 20 anguli beg , ergo coniunctio quatuor angulorum, scilicet angulorum beg et bez et zeh et heg , est equalis duplo angulorum btg et bag . Sed quatuor anguli predicti sunt equales quatuor rectis angulis, quod est manifestum secundum probationem figure 15^e prime partis: ergo con- 25 iunctio duorum angulorum btg et bag est equalis duobus rectis angulis. Ergo omnes duo anguli superficierum habentium quatuor latera, que sunt in quolibet circulo, sibi oppositi sunt equales duobus rectis.¹⁾

4. *Mscptm. habet verba*: qui est angulus beg , post constitutio. — 16. universaliter. — 17. est ergo. — 22. sunt equalis.

1) HERO etiam, ut patet, primus demonstravit, angulum ad circumferentiam obtusum medietatem esse anguli ad centrum convexi, sed nomen huius anguli nondum possidebat. Primus quoque ope huius anguli demonstravit, angulos oppositos quadranguli in circulo descripti duobus rectis angulis equales esse. Duæ propositiones EUCLIDIS, quas HERO sua additione

Hec probatio et ea, quae est ante ipsam, sunt trium figurarum, scilicet figure 19° et 20° et 21°. Et illud est, quod demonstrare volumus.

In 22^a figura¹⁾ nihil immutavit de his, quae dixit
 5 EUCLIDES, YRINUS, quia, si quis dixerit, quod possibile est, ut erigatur in duabus partibus diversis, ergo erit portio adb maior ex alia parte lineae ab ;
 10 ergo, cum erigatur in parte portionis agb portio equalis portioni adb , superflueret super portionem agb , et fiet
 15 positio eius hec, quae est supra eam, et proveniet probatio ad probationem EUCLIDIS.



In figura 23^{a 2)} nihil dixit YRINUS.
 Figuram 24^{am 3)} postposuit YRINUS et posuit eam 31^{am}.
 Non invenitur YRINUS aliquid dixisse in figura 25^{a 4)}
 20 In figura 26^{a 5)} nihil dixit YRINUS.

simul demonstravit, sunt EUCLIDIS III, 20 (21): *Si in una circuli portione anguli super arcum consistent, angulos quoslibet esse equales necesse est* (qua iam in additione ad EUCLIDIS prop. 13 (14) libri III usus fuit supra pag. 126 sq. et EUCLIDIS III, 21 (22): *Si intra circulum quadratum describatur, quoslibet eius duos angulos ex adverso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.*

1) EUCLIDES III, 22 (23): *Duas circuli similes portiones inaequales super unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.*

2) EUCLIDES III, 23 (24): *Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint, ipsas portiones equas esse necesse est.*

3) EUCLIDES III, 24 (25): *Dati semicirculi, sive semicirculo maioris minorisve portionis circulum perficere.*

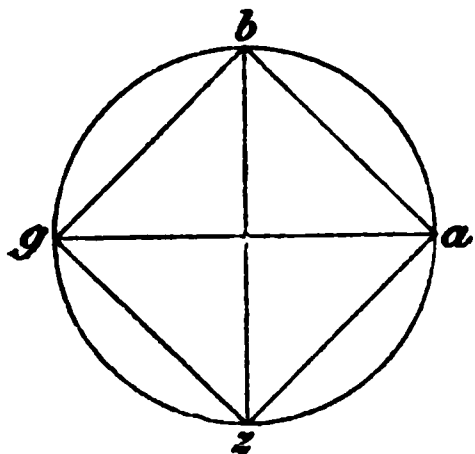
4) EUCLIDES III, 25 (26): *Si in equis circulis seu super centra seu super circumferentias equales anguli consistent, super equos arcus eos cadere necesse est.*

5) EUCLIDES III, 26 (27): *Si in equis circulis equi sumantur arcus, intra illos formatos angulos, qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituentur, equos esse necesse est.*

In figura 27^{a1)} nihil invenitur dixisse YRINUS.

De figura 28^a <dixit>²⁾: Non videtur mihi, quod aliquid dicam, propter eius facilitatem.

In figura 29^{a3)} nihil invenitur dixisse YRINUS.



In figura 30^{a4)} si ergo linea 5
 bz fuerit diametrus circuli, manifestum est, quod unusquisque duorum angulorum, qui sunt ab utraque parte, est rectus, et est equalis unicuique duorum angulorum, qui 10
 cadunt in portione circuli. YRINUS in hac figura nihil invenitur dixisse.

Conveniens fuit YRINO, ut figuram 24^{am5)} poneret sequentem post 29^{am}, sed ipsa sequitur post figuram 30^{am}, et posuit eam loco 31^{o.6)} 15

Figura autem YRINI hec est, in qua dixit: Cum fuerit portio circuli data, et voluero ostendere, quomodo compleatur circulus, cuius est portio illa, ponam, ut portio data sit illa, supra qua sunt a , b , g , et dividam arcum abg in duo media supra punctum b , et protraham a 20

9. est erectus.

1) EUCLIDES III, 27, (28): *Si in circulis equalibus eque lineae arcus resecant, arcus quoque equos esse; si autem lineae inequales fuerint, arcus quoque inequales, et a maiore linea maiorem arcum, a minore vero minorem abscindi necessarium est.*

2) EUCLIDES III, 28 (29): *Circulorum equalium equos arcus equas cordas habere necesse est.*

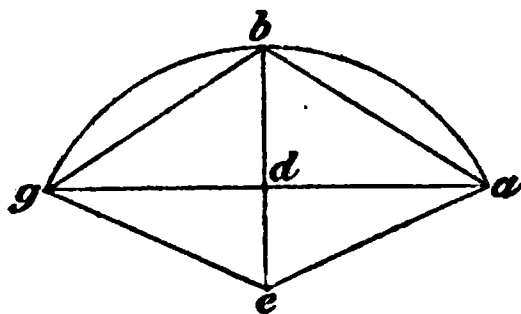
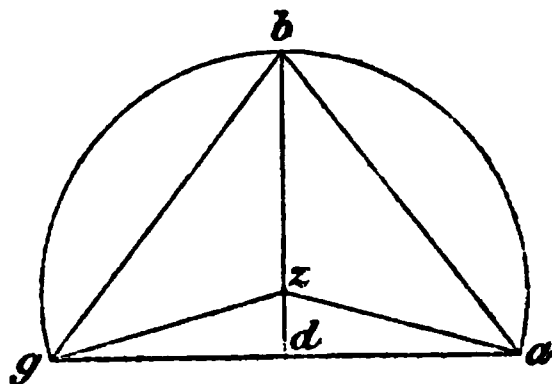
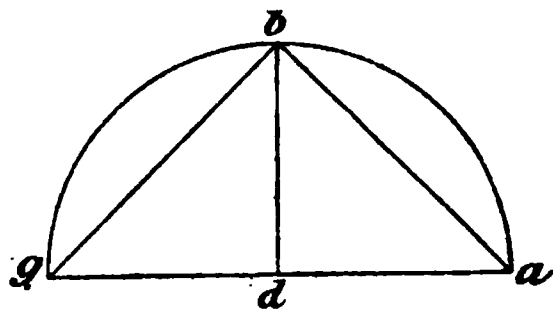
3) EUCLIDES III, 29 (30): *Datum arcum per equalia dividere.*

4) EUCLIDES III, 30 (31): *Si rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est; si vero in portione semicirculo minore, recto maior, si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemque omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior, minoris vero recto minor de necessitate erit.*

5) Videris pag. 134 notam 3.

6) EUCLIDES III, 31 (32): *Si circulum linea recta contingat, et a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducatur, quoscumque duos angulos cum contingente facit, duobus angulis, qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus, equales sunt.*

puncto b ad cordam ag perpendicularem bd , et producam
 cordam bd , et constituam supra punctum g lineae bg angulum
 equalem angulo gbd . Si ergo
 5 gbd ceciderit in linea gda ,
 tunc manifestum est, quod cen-
 trum circuli est supra punctum
 d , et quod portio abg est semi-
 circulus. Sed si angulus factus
 10 supra punctum g equalis angulo
 dbg ceciderit extra portionem
 abg , sicut angulus bge , tunc
 centrum circuli extra portionem
 cadit, sicut punctum e , et erit
 15 portio minor semicirculo. Quod
 si angulus supra punctum g
 constitutus lineae bg equalis an-
 gulo dbg ceciderit intra portio-
 nem, sicut angulus bgz , tunc
 20 centrum circuli cadet intra por-
 tionem abg supra punctum z , et
 manifestum erit nobis, quod
 portio circuli data erit maior semicirculo. Et quia mani-
 festum est iam, qualiter portio data compleatur, sive centrum
 25 cadat supra lineam ag ; sive intra, sive extra, ergo erit illud
 <manifestum>, quod manifestare voluimus. <Si autem mani-
 festare voluerimus, quomodo> arcus abg dividitur in duo
 media, redeundum esset ad figuram 29^{am} <huius partis>,
 que dividit arcum datum in duo media, neque tamen fieret
 30 manifestum, quod corda arcus ab esset equalis corde arcus
 bg , nisi post divisionem arcus abg in duo media: ergo
 necessario posuit hanc figuram post illam, et neque voluit
 nisi, ut ostendatur, quod angulus, qui est apud a , esset



4. equalis *iteratur*. — 4—6. angulo abg ceciderit linea an-
 gulus bgd , tunc. — 10. est equalis. — 13. ergo centrum. —
 27. arcus autem abg non. — 28. redeuntium.

equalis angulo, qui est apud g , cum fuerit angulus datus supra punctum g cadens sicut angulus bgd , ut demonstraretur, quod lineae db et dg et da sunt equales, ut punctum d sit centrum circuli; et etiam ut demonstraretur, quod linea ad est equalis lineae dg , ut sit manifestum, 5 quod centrum circuli consistit supra lineam bd , aut supra eam, que est secundum eius rectitudinem.¹⁾

YRINUS in figura 32^a dixit²⁾, nihil esse <dicendum> propter eius debilitatem. Similiter in 33^a³⁾ nihil dixit.

8. ubi dixit esse propter.

1) HERON quia non a chorda sed ab arcu procedere voluit, propositionem 24. post 29. posuit, quae arcum mediare docuit. ANARITIUS quoque in sua ad verba HERONIS additione clare hanc causam exponit.

2) EUCLIDES III, 32 (33): *Super datam lineam circuli portionem describere capientem angulum dato angulo equalem, seu rectum, seu maiorem, seu minorem recto.*

3) EUCLIDES III, 33 (34): *Dato circulo dato angulo equum angulum capientem portionem abscindere.*

INCIPIT EXPOSITIO QUARTI LIBRI.

Dixit EUCLIDES: *Figuram intra figuram scribere dicitur, cum fuerint omnes anguli figure intrinsece contingentes omnia latera figure extrinsece. — Circa vero figuram dicitur*
5 *figura describi, cum fuerint omnia latera figure extrinsece contingentia omnes angulos figure intrinsece.*

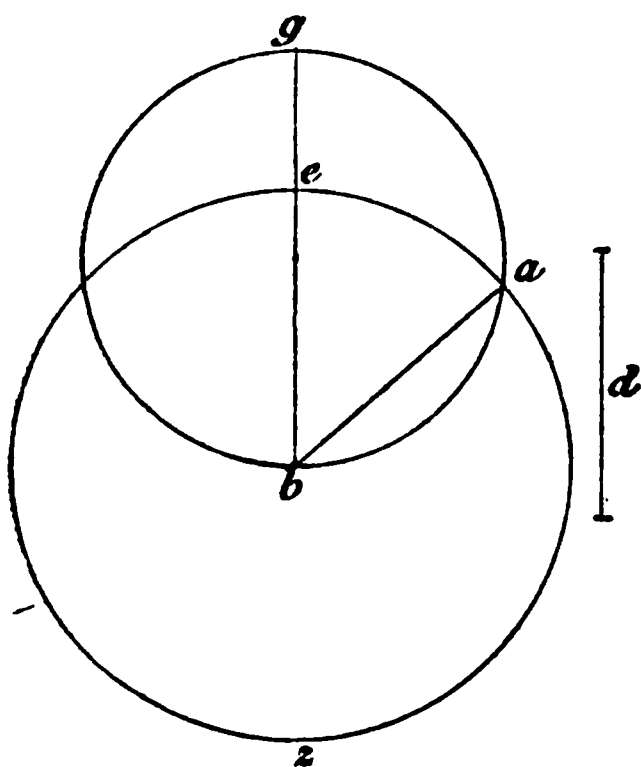
Dixit YRINUS: Quidam opposuerunt huic loco et dixerunt, quare EUCLIDES preposuit hec elementa huic parti, cum ipse non poneret in ea nisi figuras descriptas circa circulo-
10 los, quibus hec elementa in nullis sunt necessaria. Dico autem, quod ipsa non ob aliud apposuit, nisi ut doctrina esset sufficiens.

ANARITIUS: Ideo EUCLIDES apposuit hec elementa, quia noluit, ut principia, a quibus sumuntur probationes figurarum, que scribuntur intra alias figuras vel circa alias
15 figuras, non sumantur nisi ex figuris, que continentur in hoc libro. Superficiales vero earum, quas in hoc posuit libro, sunt figure ille, quas in hac parte descripsit, et attulit ex eis duo genera, que comprehendunt omnes superficiales, scilicet circulum et figuram superficialem rectilineam; et ostendit, qualiter una intra aliam et alia circa aliam describatur, et pretermisit apponere probationem supra alias species superficialium habentium recta latera, quarum alie fiunt intra alias. Secundum hoc, quod dixit
20 in his <et> apposuit in hac parte, innuit, quod in aliis sit faciendum. Ideoque apposuit omnia elementa, que sunt necessaria omnibus, qui querunt in geometria, in hoc libro. Et etiam alie figure superficiales indigent ad sui proba-

tionem auxilio quinte partis et sexte, cum quibus perficitur modus describendi unam intra aliam et alteram circa aliam; ideoque EUCLIDES posuit hec elementa communiter, et ideo dixit YRINUS, quod EUCLIDES non attulit ea, nisi ut doctrina compleatur, secundum quod in dictis 5 YRINI invenitur.

Dixit EUCLIDES: *Figura dicitur describi intra circulum, cum fuerint omnes anguli figure intrinsece contingentes circumferentiam.*

Dixit YRINUS: Ergo non est tota doctrina, sicut ex 10 nostro sermone est premissum, dicere figuram descriptam intra circulum et figuram descriptam circa circulum; et circulum descriptum intra figuram et circulum circa figuram descriptum, sed ad doctrine declarationem sciendum est, quod omne, quod est intra figuram et circulum, est, ut 15



circuli circumferentia contingat angulos figure aut ipsius latera. Circulus enim neque angulos habet neque latera. 20

De prima figura¹⁾ dixit YRINUS, quod ipsa est, secundum quod EUCLIDES dixit. Verumptamen si quis posuerit punctum supra circuli circumferentiam, et vo- 25 luerimus ostendere qualiter ab eo in circulo protrahatur linea equalis alicui date linee, que non sit maior diametro 30

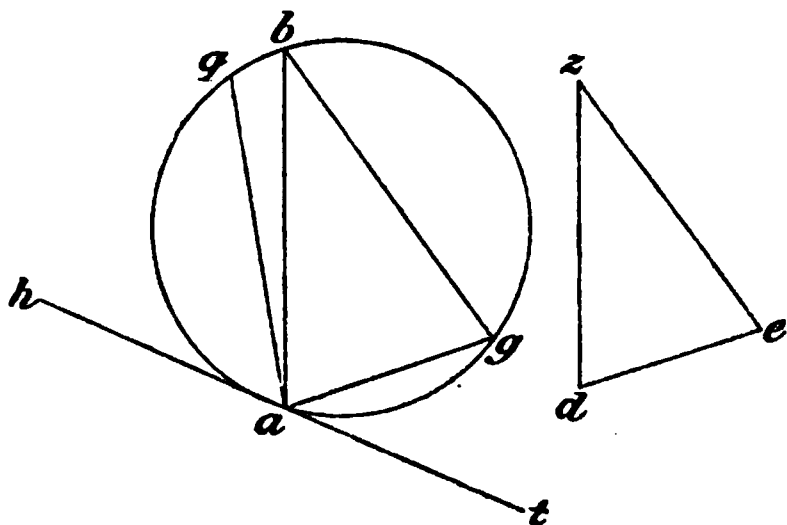
circuli, ponemus, ut punctum datum sit punctum *b*, que est <supra> circumferentiam circuli *abg*, et linea data sit

2. describendi] perficiendi. — 17. angulum. — 18. latus.

1) EUCLIDES IV, 1: *Intra datum circulum date recte linee, que diametro minime maior existat, equam rectam lineam coaptare.*

linea d . Secabo igitur <de linea bg > lineam be , et ponam ipsam equalem lineae d . Deinde supra centrum b secundum spatium be describam circulum aez , et protraham lineam ba . Iam ergo a puncto b dato protraximus lineam ab 5 equalem lineae d ; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Secunde figure²⁾ secundum YRINI intentionem taliter invenitur opponi. Et hoc est, quia nos fecimus angulum hab equalem angulo dez , ergo iam scivimus, 10 quod portio agb recipit angulum equalem angulo dez : ergo si fecerimus supra punctum a lineae ht 15 angulum equalem angulo dze , et linea, que perfecit angulum, | cooperuerit



lineam ab , non pervenerit in circulo triangulus. Dico ergo, 20 quod angulus factus est angulus tab : ergo duo anguli hab , bat sunt equales duobus angulis dez , dze . Sed coniunctio duorum angulorum hab , tab est equalis coniunctioni duorum rectorum angulorum, et ipsi sunt equales coniunctioni duorum angulorum dez , dze : ergo duo angulorum tri- 25 anguli sunt equales duobus rectis, quod est contrarium et impossibile, quoniam iam ostensum <est> ex probatione figure 17^o prime partis, quod omnes duo anguli cuiuslibet trianguli sunt minores duobus rectis. Quod si linea ag ,

30

19. et non. — 22. *Ante hab, tab, Mscpt. habet: trianguli.*

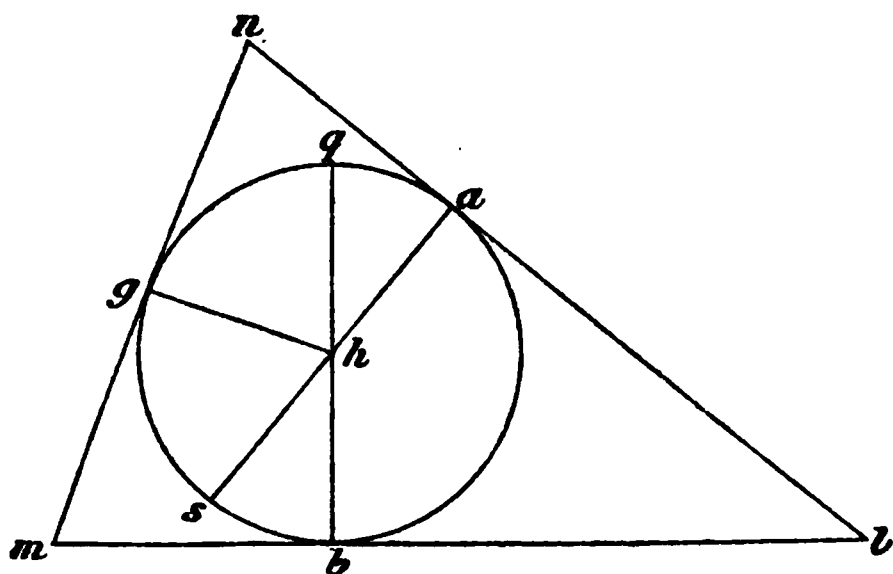
1) Haec ANARITHI additio ab Euclidea demonstratione nullo alio modo deviat, nisi ut punctus circuli datus sit, a quo linea data in circulum inscribi debeat. In constructione ANARITHI tamen non dicitur de constructione diametri bg , quae igitur ex dictis EUCLIDIS supplenda erit.

2) EUCLIDES IV, 2: *Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.*

que perficit angulum tag equalem angulo dze , ceciderit extra lineam ab a parte, qua sequitur linea ah , sicut in figura apparet, erit coniunctio duorum angulorum hab , tag maior duobus rectis angulis, erit ergo tunc doctrina magis impossibilis, quod ideo erit, quoniam duo anguli trianguli dez erunt maiores duobus rectis angulis; et illud est, quod demonstrare volumus.

Quod autem YRINUS <affert> ex oppositionibus in figura tertia,¹⁾ est res debilis; ipsam tamen dicam.

Si quis dixerit: Cum protraxero etiam lineas ah , bh 10 usque ad duo puncta s et q , et postea fecero angulum bhg



equalem angulo dek , <non> cadet tunc linea hg inter duo puncta 15 q et s . Dicam igitur, quoniam linea as est recta, cum sit diameter circuli, ergo 20 duo anguli ahg et ghs sunt equales duobus rectis. Sed angulus ahg est equalis duo- 25 bus angulis det , dzk , et duo anguli det et dzk sunt maiores

duobus rectis: ergo angulus ahg est maior duobus 30 rectis. Sed ipse est minor coniunctione duorum angu-

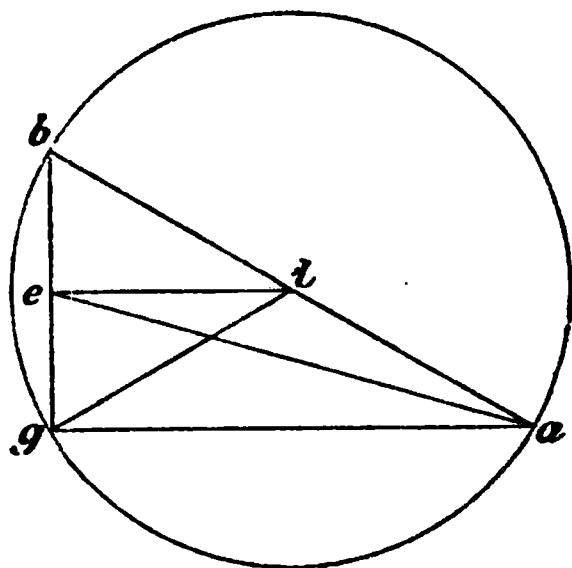
8. propositionibus. — 12. equaliter. — 15—16. puncta q et s] puncta quam. — 31. minor] maior.

1) EUCLIDES IV, 3: Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere. Quae ANABITIUS de debilitate argumenti contradicentis dicit, etiam ad additionem ad IV, 2 pertinent.

lorum ahg , ghs , que est equalis duobus rectis: hoc vero inconueniens, ergo linea hg non producit^r supra lineam hs a parte puncti b . Quod si dicatur, quod ipsa cooperit lineam hs : dicam igitur, quod erunt duo anguli det , dzk 5 equales duobus rectis. Hoc autem est inconueniens, quoniam ipsi sunt maiores duobus rectis: linea ergo hg non cooperit lineam hs , neque producit^r supra eam a parte puncti b . Si vero dixerit, quod linea hg cooperit lineam hq coniunctam secundum rectitudinem lineae bh , dicam ergo: 10 quia angulus ahb est factus equalis angulo det , ergo remanet angulus dzk equalis duobus angulis bhs , shq rectis duobus equalibus, quod valde est inconueniens. Adhuc vero magis inconueniens erit, si dixerit, quod supra lineam hq a parte puncti a ducitur linea hg : ergo pro- 15 tractio lineae hg semper erit inter duo puncta q , s . Postquam igitur hoc declaratum est, si aliarum figurarum exemplo ponantur, secundum quod EUCLIDES posuit, non inuenitur locus contradicendi. Et illud est, quod demonstrare voluimus.

20 De quarta figura¹⁾ dixit YRINUS, quod ipsa est, secundum quod dixit EUCLIDES.

De quinta figura²⁾ ANARITIUS: Ostendam hoc, quod linea le <equidistat> lineae ag . Ponam itaque triangulum abg , ut supra positus est, et pro- 25 traham lineas < ae et> lg . Manifestum igitur est quod duo trianguli ael , bel sunt



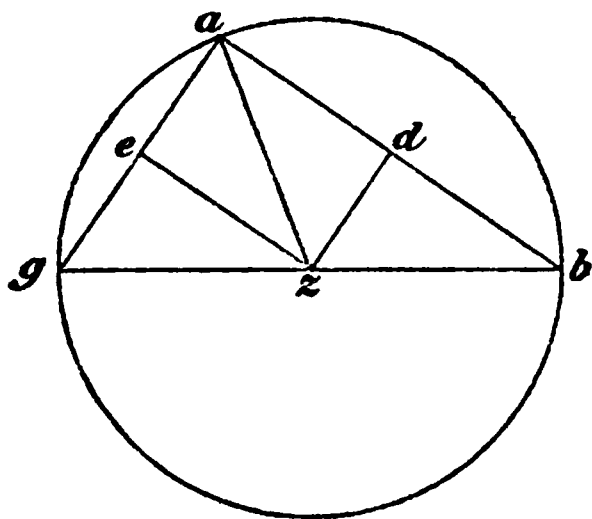
1. que est equalis duobus rectis] qui sunt recti. — 5. equales duobus rectis] sunt recti. — 12. Adhuc] adh. ut. — 25. lineam.

1) EUCLIDES IV, 4: *Intra datum triangulum circulum describere.*

2) EUCLIDES IV, 5: *Circa trigonum assignatum, sive illud sit orthogonium, sive ambligonium, sive oxigonium, circulum describere.*

supra duas [lineas] bases equales, et sunt unius altitudinis: ergo triangulus ael est equalis triangulo bel . Et etiam, quia duo trianguli bel et elg sunt supra duas bases equales, que sunt be et eg , et earum altitudo est una, que est punctum l , ergo triangulus ble est equalis 5 triangulo gle : ergo triangulus gle est equalis triangulo ale . Sed ipsa sunt supra unam basim, que est linea $\langle el \rangle$, ergo ipsi sunt inter duas lineas equidistantes, que sunt lineae el et ag , quod equidem constat secundum probationem figure quadragesime prime partis; et illud est, quod demonstrare 10 volumus.

Hic quoque declarabo modum, quo EUCLIDES per- venit ad hoc, ut poneret probationem harum trium figura-



rum taliter, et inciperet et dividat unumquodque trium 15 laterum trianguli in duo media, et protraheret a medietate duarum laterum contentium datum angulum lineas orthogonaliter. Ponam itaque 20 aliquem triangulum, illum scilicet, supra \langle quem \rangle sunt a, b, g , et ponam, ut angulus datus sit bag : dico igitur, quod erit possibile, quod 25

centrum aut \langle est \rangle supra lineam bg , aut intra lineam bg , aut erit extra lineam bg . Ponam itaque primum, ut ipsum sistet supra lineam bg . Ergo linea bg est diametrus circuli, et centrum est in medio lineae bg supra punctum z . Quod est, quia circumferentia circuli continet 30 triangulum abg et transit per puncta a, b, g : ergo linea, que coniungit, quod est inter duo puncta a et z , est equalis unicuique duarum linearum bz et zg . Et quia diametrus dividit circulum in duo media, ergo triangulus abg est in semicirculo. Manifestum est ergo ex probatione 35

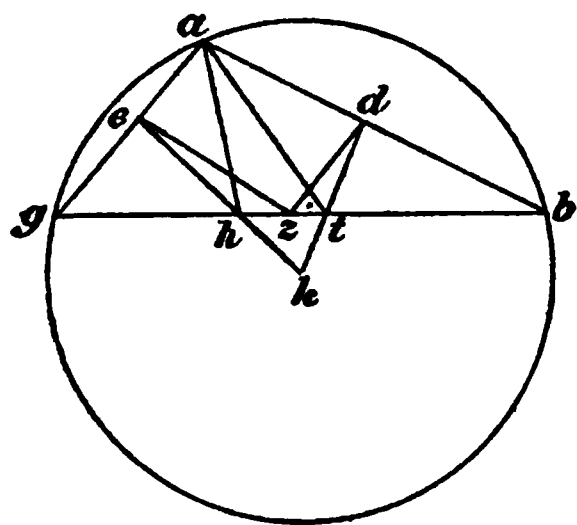
25. quod vero cum possibile. — 32. coniungitur. — g et z .

figure tricesime <tercie partis>, quod angulus bag est rectus. Cum ergo diviserimus unamquamque duarum linearum ab , ag in duo media supra duo puncta d et e , et protraxerimus duas lineas dz et ze , manifestum erit, 5 quod due linee zd et db sunt equales duabus lineis zd et da . Sed basis bz est equalis <basi> az : ergo angulus bdz est equalis angulo zda , ergo linea dz est orthogonaliter erecta super lineam ab ; et similiter linea ze est perpendicularis supra lineam ag . Propter hoc igitur 10 posuit EUCLIDES angulum rectum, et divisivit lineam ab in duo media supra notam d , et produxit lineam dz ad medium linee bg . Deinde ostendit quod linea dz equidistat linee ag , ut demonstret, quod non protraxit eam, nisi ut esset perpendicularis. Sed etiam, licet non afferret 15 testimonium figure tricesime partis tercię, secundum hunc modum foret manifestum, quoniam necessarium est, ut az , zb , < zg > sint equales. Quia igitur linea az est equalis linee bz , erit angulus abz equalis angulo baz ; quod etiam, quia zg est equalis za , ergo angulus zga est 20 equalis angulo zag : ergo coniunctio duorum angulorum abg , agb est equalis angulo bag . Sed tres anguli bag , gba , agb sunt equales duobus rectis angulis: ergo angulus bag est rectus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ponam preterea, ut centrum circuli sit extra lineam bg . 25 Ponam itaque, ut ipsum sit nota k . Quod quia centrum circuli cadit extra, ergo sequitur, ut sit portio circuli, que continet triangulum abg , minor semicirculo. Sed iam fuit ostensum ex probatione figure tricesime tercię partis, quod angulus, qui cadit in portione minore semicirculo, 30 est expansus: ergo angulus bag est expansus. Hoc quoque secundum alium modum declarabo. Quoniam protraham duas lineas kd , ke , <que secant lineam bg notis t et h >. Et iam scivimus ex probatione figure tercię <tercie> partis, quod lineę, que producuntur a centro ad medium cor-

5. lineę ge et de . — 8. est erecta. — 18. lineę ne . — angulus zag . — 31. declaratum. — 33. scivimus] secabimus.

darum, sunt perpendiculares; quod cum perpendiculares protrahuntur a centro, ipse dividunt cordas in duo media; et quia linea ae est equalis lineae eg , ergo linea eh posita communi, erit basis ah equalis basi hg , <et> angulus agh



est equalis angulo gah ; et 5
similiter angulus dat est equalis angulo dbt . Igitur coniunctio duorum angulorum abg , agb est equalis coniunctioni duorum angulorum bat , gah : 10
ergo totus angulus bag est maior duobus angulis abg , agb . Sed anguli trianguli sunt equals duobus rectis, ergo angulus bag est maior medietate duo- 15

rum rectorum: ergo est expansus. Sed linea bg dividatur in duo media supra z , et protrahantur due lineae dz , ez , <ergo> manifestum erit ex figura, que est coniuncta figure, que hanc precedit, quod linea dz <equidistat> lineae eg : ergo angulus bdz extrinsecus maior est angulo adz . 20
EUCLIDES vero ab hoc loco incepit et composuit, ut foret manifestum, quod due linee erecte supra duo puncta d et e concurrent extra lineam bg . Fit ergo concursus earum centrum, et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

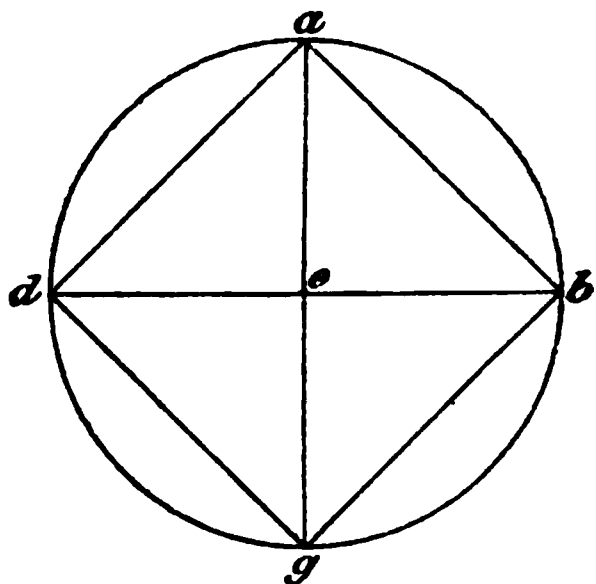
De sexta figura²⁾ dixit YRINUS, quod ipsa est, secundum quod dixit EUCLIDES. Hoc autem solvitur sic. Ponam itaque, ut quadratum sit factum. Propter hoc igitur, quod querimus, ut linea ad sit equalis lineae ab ,

28. quod querimus] quod etiam Yrinus.

1) In hac additione ANABITII et in sequentibus primum id contineri videtur, quod „*analysis demonstrationis*“ dici solet. Exponit enim, quomodo auctor demonstrationem vel, ut hic, constructionem et demonstrationem invenerit, hoc est genesim demonstrationis declarat.

2) EUCLIDES IV, 6: *Intra datum circulum quadratum describere.*

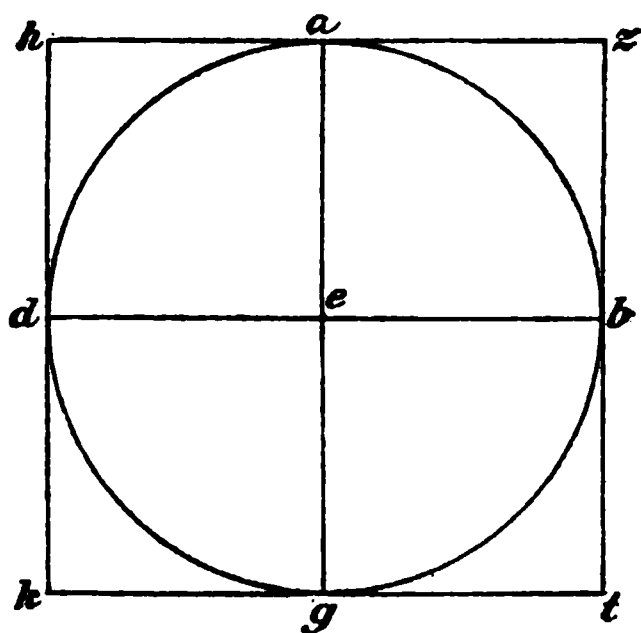
et angulus a sit rectus manifestum est, quod convenit, ut
 linea bd sit diametrus circuli; et similiter etiam, cum
 querimus, ut sit linea ab equalis lineae bg , et angulus $\langle b \rangle$
 5 rectus, sequitur, ut sit linea ag diametrus circuli. Erit
 ergo tunc punctum e centrum, | ergo angulus eab est
 equalis angulo eba . Remanet
 10 ergo tunc angulus $ae b$ rectus. Sed ipse est equalis angulo
 beg , ergo quatuor anguli, qui sunt apud centrum, sunt equa-
 les, et eorum ergo quilibet
 15 est rectus. Due itaque diametri se orthogonaliter secant.
 EUCLIDES igitur ab hoc loco incepit, et invenit centrum,
 et fecit supra ipsum transire duas diametros sese ortho-
 gonaliter secantes. Ergo invenit, quod querebat.



31

In septima figura¹⁾

20 nihil dixit YRINUS: Eam sol-
 vam, sicut est, et ponam ita-
 que, ut quadratum sit factum
 circa circulum. Propter hoc
 igitur, quod linea zh con-
 25 tingit circulum supra pun-
 ctum a , erit linea, que a
 puncto a orthogonaliter pro-
 trahitur, transiens per
 centrum; et similiter lineae
 30 a punctis b et g et d



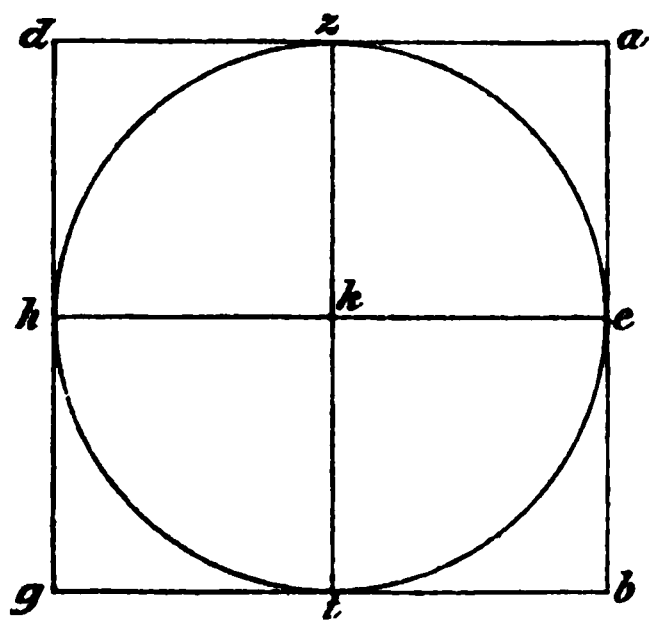
orthogonaliter protracte pro-
 venient ad centrum. Protraham ergo eas, et concurrent
 supra punctum e , quod est centrum. Et quia unusquisque

15. secant se. — 16. invenivit.

1) EUCLIDES IV, 7: *Circa propositum circulum quadratum describere.*

duorum angulorum a et b est rectus, et angulus z propositus est rectus, ergo reliquus angulus aeb est rectus; et similiter ostendam, quod angulus aed est rectus: Iam ergo protrahuntur a puncto e lineae ae duae lineae in duas diversas partes, quae sunt lineae eb et ed , et sunt duo 5 anguli, qui sunt a duabus partibus lineae ae , equales duobus rectis: ergo duae lineae be , ed secundum rectitudinem coniunguntur et fiunt una linea recta. Linea igitur bd est diametrus circuli $abgd$. Et similiter ostendam, quod linea ag est eius diametrus, et ipse iam se secant supra 10 punctum e . EUCLIDES itaque incepit et composuit ab hoc loco, ubi invenit centrum, et fecit supra ipsum transire duas diametros ag , bd secantes se orthogonaliter, et fecit transire supra extremitates diametrorum harum circulum contingentes. Deinde complevit reliquam probationem. 15

De octava figura¹⁾ nihil dixit YRINUS, sed eius solutio talis est. Quia ke est equalis kz , et linea ab con-



tingit circulum supra punctum e , et similiter linea ad contingit circulum supra 20 punctum z , ergo quilibet duorum angulorum, qui sunt apud puncta z et $\langle e \rangle$, est rectus. Sed etiam angulus a est rectus: relinqui- 25 tur ergo, ut angulus k sit rectus. Et similiter ostendam, quod angulus ekt est rectus: ergo linea zkt est coniuncta secundum recti- 30

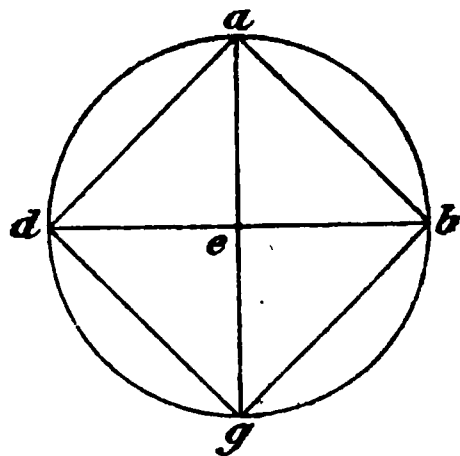
tudinem. Secundum huius quoque probationis equalitatem demonstratur, quod linea ekh est linea una recta. Queritur ergo, ut linea az sit equalis lineae zd . Et similiter

15. reliquis. — 23. punctum.

1) EUCLIDES IV, 8: *Intra quadratum assignatum circulum describere.*

ostendam ex probatione figure septime huius partis, quod circulus $ezht$ continetur a quadrato $abgd$. Secundum hoc igitur, quod in figura septima ostensum est, ostenditur, quod linea ae sit equalis lineae eb , et az sit equalis zd ,
 5 et quod unaqueque duarum linearum eh , zt sit linea recta. EUCLIDES ergo ab hoc loco incepit cum compositione, et composuit vel divisivit unamquamque duarum linearum ab , ad in duo media, et protraxit duas lineas eh , zt orthogonaliter. Deinde ordinavit probationem secundum ordinem, quem premisimus. YRINUS vero in hac
 10 nihil dixit.

Figura vero nona¹⁾ secundum modum solutionis est sic. Ponam itaque, ut circulus sit descriptus circa figuram quadratam: dico igitur, quod due lineae de , eb iam sunt
 15 coniuncte secundum rectitudinem, et similiter ae , eg . Et quia lineae, quae a centro ad circumferentiam protrahuntur, erunt equales, ergo linea ea , eb , eg , ed sunt equales. Ergo
 20 duo latera ae , eb sunt equalia duobus lateribus ae , ed ; sed et basis ad est equalis basi ab , ergo angulus $ae b$ est equalis angulo aed . Iam ergo <sunt> protracte a puncto e
 25 lineae ae due lineae eb , ed secundum rectitudinem, et fiunt linea una recta, ergo linea db est recta; et similiter linea ag . EUCLIDES igitur hic incepit, et protraxit duas lineas ag , bd . Deinde complevit probationem.



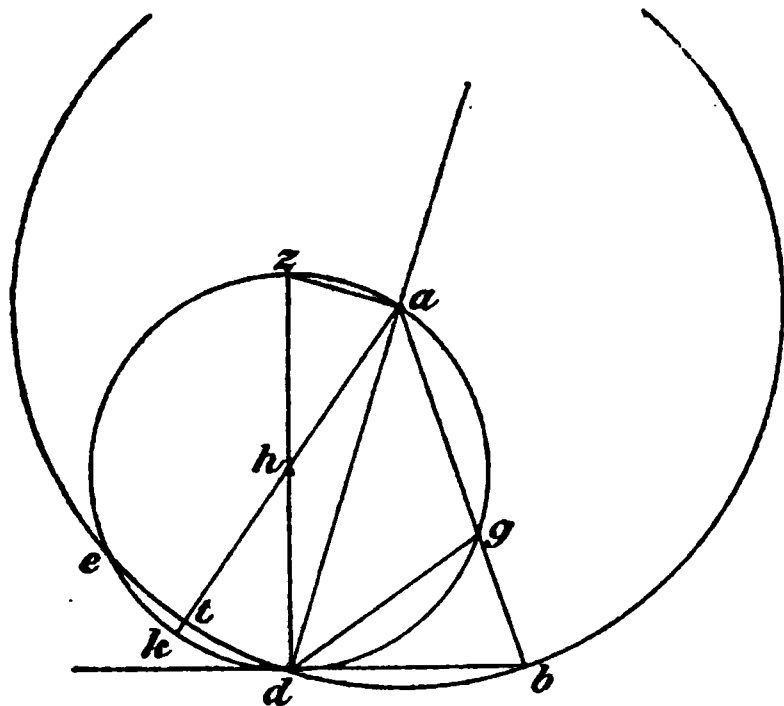
In figura decima²⁾ nihil dixit YRINUS. Verump-

8. linearum ad , dh . — 10. Invenit vero in hac. — 24. protractum.

1) EUCLIDES IV, 9: *Circa assignatum quadratum circulum describere.*

2) EUCLIDES IV, 10: *Duum equalium laterum triangulum designare, cuius uterque duorum angulorum, quos basis optinet, reliquo duplus existat.*

tamen possibile est, ut circa triangulum agd describatur circulus, postquam factus fuerit angulus agd rectus aut expansus: dico igitur, quod linea bd contingit circulum gad ,



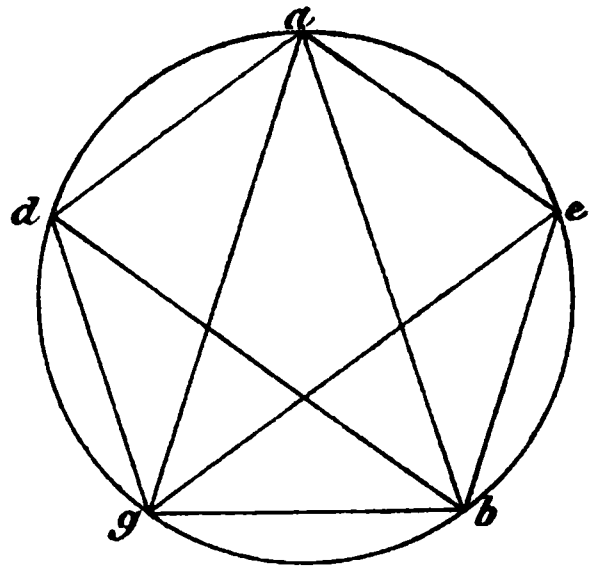
et angulus bda est acutus: ergo linea, 5 que est perpendicularis supra punctum d lineae bd , est diametrus circuli agd , et est casus eius a linea da 10 sicut casus lineae dz , portio igitur dga est minor semicirculo: ergo angulus agd est expansus. Ponam au- 15 tem, ut centrum circuli agd sit nota h ,

et protraham lineam ah . Manifestum est itaque, quod linea ah est equalis lineae hd , quoniam ipse sunt producte a centro. Sed linea ht est minor medietate dia- 20 metri circuli agd ; protraham itaque ipsam usque ad k , et erit equalis medietati diametri: ergo manifestum est, quod circulus agd secat circulum edb ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Secundum solutionis vero modum est ita. Ponam 25 quod triangulus abd sit constitutus, et quod quisque duorum angulorum b , d sit duplum anguli bad . Dividam ergo angulum adb in duo media cum linea dg : ergo unaqueque duarum sectionum est equalis angulo gad . Quero igitur, an superficies rectorum angulorum, que con- 30 tinetur a duabus lineis ab et bg , sit equalis quadrato ag . Ergo, quia angulus bad est equalis angulo adg , erit linea ag equalis lineae gd ; et quia angulus bgd est equalis duobus angulis gad , adg , qui sunt equales, ergo angulus bgd est duplus anguli gad . Angulus igitur bgd 35 est equalis unicuique duorum angulorum abd , adb : ergo linea gd est equalis lineae bd . Sed linea gd iam fuit

equalis lineae ag : ergo linea ag est equalis lineae bd . Sed
 angulus agd est maior angulo bgd , ergo ipse est obtusus.
 Erigam itaque supra punctum d lineae bd perpendicularem,
 que sit dz . Cum ergo constituerimus circa triangulum agd
 5 circulum agd , erit linea dz diametrus circuli, et linea bd ,
 contingens circulum apud punctum d , erit extra ipsum.
 Sed ab ipso $\langle b \rangle$ protracta est linea ba secans eum et
 linea bd contingens ipsum: ergo rectangulum, quod
 continetur $\langle a$ lineis $\rangle ab$ et bg , est equale quadrato bd .
 10 Sed bd est equalis ag , ergo rectangulum, quod continent
 \langle linee $\rangle ab$ et bg est equale quadrato ag . Ab hoc itaque
 loco incepit EUCLIDES, et posuit quandam lineam sicut
 lineam ab . Deinde divisit eam supra punctum g , et post-
 quam sic divisit eam, ordinavit probationem, sicut dixi-
 15 mus; et illud est, quod demonstrare volumus.¹⁾

Undecima figura²⁾ secundum solutionis modum
 sic declaratur. Ponam itaque,
 ut pentagonus $adgbe$ sit in
 circulo descriptus, et ponam,
 20 ut angulus age sit equalis
 angulo bge , quod manifestum
 est ex hoc, quod arcus be
 est equalis arcui ea ; et simili-
 ter ostendam, quod anguli abd ,
 25 dbg , bag sunt equales, et
 ostendam, quod quisque duorum
 angulorum abg , agb est du-
 plus anguli bag . EUCLIDES
 igitur ab hoc loco incepit et ordinavit probationem; et
 30 illud est, quod demonstrare volumus.



2. obtusus] obliquus. — 14. probationem] provident.

1) Prima pars additionis ANARITHI ab iis, quae de ea re in editione CAMPANI inveniuntur, essentialiter est diversa. Secunda pars, ut prius, analysim constructionis declarat.

2) EUCLIDES IV, 11: *Intra datum circulum equilaterum et equiangulum pentagonum describere.*

De figura quinta decima¹⁾ dixit YRINUS, quod ipsa est, sicut dixit EUCLIDES. Quidam tamen querunt, quare EUCLIDES apposuit figuram exagoni, et non apposuit figuram decagoni. Sed si quis dixerit, quod exagonus est necessarius figuris superficialibus, quae sunt elementa figurarum corporearum, nos dicemus, quod decagonus non minus est necessarius, quam exagonus; et etiam si dixerit, quod descriptio exagoni et decagoni est manifesta, scilicet quod, cum descripserunt in circulo triangulum equilaterum, et dividerunt quemque arcum laterum in duo media, et coniunxerunt notas cum lineis, fiet in circulo dato exagonus equilaterus et equalium angulorum; et similiter etiam fecerimus in decagono, id est, ut faciamus in circulo pentagonum. Ergo, quia iste tres figure fuerint, sicut diximus, dimisit decagonum et apposuit exagonum. Nos vero dicimus, quod EUCLIDES non ideo apposuit exagonum, quod est manifesta eius descriptio, sed ideo, quod probatur in ipso, quod, cum fuerit in circulo exagonus equalium laterum et angulorum, erit latus exagoni equale medietati diametri circuli; et cum fuerit in circulo figura equalium laterum, et fuerit medietas diametri equalis uni laterum ipsius, erit et illud latus exagoni. Hoc enim in figuris corporeis est necessarium. Propterea dixit YRINUS: Licet hoc ita sit, tamen addam hoc, quod EUCLIDES cum hoc, quod fecit in exagono, innuit, quod de aliis, quae sunt hoc modo, sit faciendum, sicut est decagonus et alii huius modi.²⁾

In figura sexta decima³⁾ dixit YRINUS, quod ipsa

1) EUCLIDES IV, 15: *Intra propositum circulum exagonum equilaterum et equiangulum describere. Ex hoc itaque manifestum est, quod latus exagoni equum est dimidio diametri circuli, cui inscribitur.*

2) Illa pars additionis, quae a verbis incipit: „Quidam tamen querunt“, ut ex ultima alinea patet, ab HERONE addita est.

3) EUCLIDES IV, 16: *Intra datum circulum quindecagonum equilaterum et equiangulum designare. Deinde circa quemlibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atque equiangulum, atque intra datum quindecagonum circulum describere. —*

est, sicut dixit EUCLIDES, que ubilibet est necessaria superioribus spheris. In his enim spheris necessarium est, ut sit in arcu, qui est inter circulum equinoctialem et inter unumquemque duorum circulorum solstitialium, figura
 5 habens duodecim bases, et astrologi dixerunt, scilicet quod arcus, qui est inter circulum equinoctii et inter unum duorum circulorum solstitialium, quod scilicet est arcus unius circulorum, qui transeunt per polos sphere, scilicet polos tocus, recipit figuram duodecim basium equalium,
 10 et ideo EUCLIDES apposuit hanc figuram, ut nihil pretermittatur non probatum.

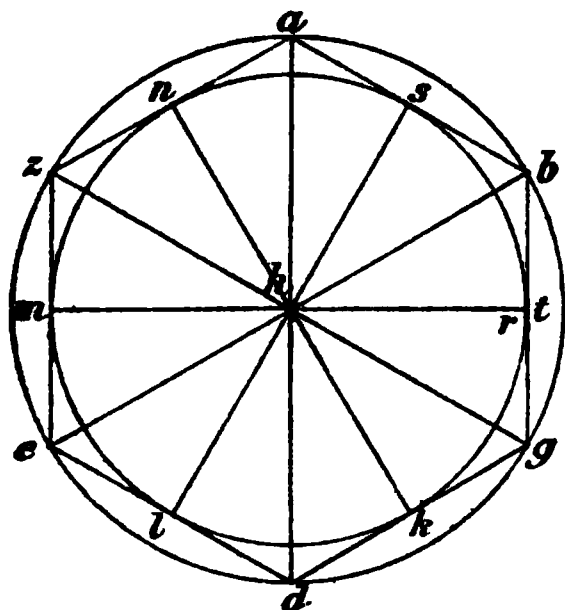
Et postquam iam manifesta sunt ea, que diximus¹⁾, et figure omnes sunt demonstrate, ergo non pretermittam, quin faciam figuram, cum qua potest describi circulus
 15 circa figuram equalium laterum et equalium angulorum aut intra eam, et ad hoc declarandum premittam propositionem. Dicam ergo: Intra omnem figuram equalium laterum et angulorum, quam recte continent linee, est punctum, a quo omnes linee recte ad angulos
 20 figure protracte sunt equales; et hoc punctum figure plurium angulorum est centrum, et centrum circuli descripti circa eam et descripti intra ipsam. Exempli causa ponam figuram *abgdez*, et ponam, ut eius latera sunt equalia et anguli equales: dico igitur,
 25 quod intra figuram *abgdez* est punctum, a quo omnes linee ad angulos figure producte sunt equales, et omnes perpendiculares ab eo ad latera figure protracte sunt equales. Probatio eius, quoniam dividam duos angulos

2. speris et sic semper. — 4—5. figura unius duodecim. — 10—11. nihil nisi pretermittant vero probatum.

Ex ipsis verbis propositionis patet, quod utroque loco additionis ANARITHI „quindecim“ legendum est pro „duodecim“. Cum autem Mscptm. utroque loco clare „duodecim“ expressis verbis praebeat, textum alterare nolui.

1) Haec additio et sequens HERONIS est. Sequens enim ea demonstrat, quibus in prima utitur.

figure in duo media, que intra continue sequuntur, (et ponam, ut ipsi sunt duo anguli abg , bgd), cum duabus lineis bh , gh , que intra figuram $abgdez$ supra punctum h concurrant: dico ergo, quod punctum h est centrum



figure, quam recte continent 5
linee, et circuli descripti intra ipsam et descripti circa ipsam.

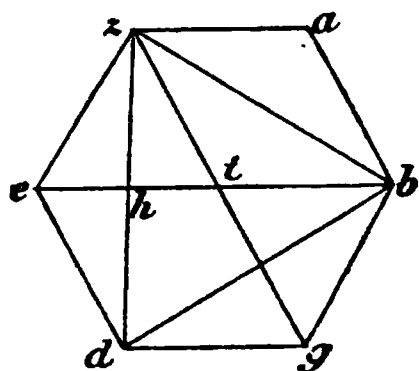
Probatio eius. Quoniam angulus gbh est equalis angulo bgh , ergo linea bh est equalis 10
linee gh ; et etiam quia ab est equalis linee bg , et linea bh est equalis linee gh , ergo due linee ab , bh sunt equales duabus lineis bg , gh . Sed etiam 15
angulus abh est equalis angulo bgh , ergo basis ah est

equalis basi bh : ergo tres linee ah , bh , gh sunt equales, et angulus bah est equalis angulo gbh . Sed angulus gbh est medietas anguli abg : ergo angulus bah est 20
medietas anguli baz , quoniam totus angulus baz est equalis toti angulo abg . Angulus itaque baz iam est in duo media partitus cum linea ah . Secundum huius quoque probationis equalitatem ostenditur, quod relique linee a puncto h ad angulos figure protracte sunt equales. 25
Supra igitur h cum spatio unius harum linearum ad angulos protractarum describam circulum continentem figuram $abgdez$, et dico etiam, quod idem punctum est centrum circuli descripti intra figuram $abgdez$, et quod eius circumferentiá transit per puncta, ad que perpendiculares 30
a puncto h ad latera figure protracte proveniunt. Protraham ergo perpendiculares ht , hk , hl , hm , hn , hs . Et quia angulus htb est equalis angulo hsb , et angulus abh est equalis angulo gbh , ergo latere bh communi erit per-

2. ipsa. — 7. circa] extra. — 9. est est equalis. — 34—p. 154, 1. perpendicularis perpendiculari dh .

pendicularis th equalis perpendiculari sh . Et secundum huius probationis similitudinem ostendam, quod reliqui perpendiculares sunt equales. Cum ergo posuerimus punctum h centrum, et circumduxerimus circulum secundum
 5 spatium unius harum perpendicularium, transibit per reliqua puncta t, k, l, m, n, s ; et linee protracte a puncto h ad hec puncta erunt perpendiculares. Manifestum est igitur ex probatione figure quindecime partis tercie, quod latera figure contingunt circulum descriptum intra ipsam;
 10 et illud est, quod demonstrare voluimus.

Dixit YRINUS: Preterea ponam, ut due recte linee, que dividunt duos angulos abg, bgd in duo media, concurrant intra figuram. Ponam itaque figuram equalium laterum et angulorum, scilicet supra
 15 qua sunt a, b, g, d, e, z , et coniungam zd et zb et zg et bd , et dividam angulum abg in duo media cum linea bh . Et quia due linee ba, az sunt equales duabus lineis
 20 gb, gd , et angulus g est equalis angulo a : ergo basis bz est equalis basi bd , et angulus zba est equalis angulo dbg . Sed nos cum divisimus angulum abg in duo media cum linea bh : ergo angulus zbh est equalis angulo dbh . Et etiam, quia
 25 linea zb est equalis lineae db , ergo linea dh communi erunt due linee zb, bh equales duabus lineis db, bh , et angulus zbh est equalis angulo dbh : ergo basis zh est equalis basi dh , et angulus bhz est equalis angulo bhd , ergo angulus bhz est rectus. Et etiam, quia zh est
 30 equalis hd , ergo he posita communi erunt due linee zh, he equales duabus lineis dh, he . Sed basis ze est equalis basi ed : ergo angulus zhe est equalis angulo dhe , et angulus zeh est equalis angulo deh . Angulus igitur e iam est divisus in duo media. Sed angulus zhe est rec-
 35 tus, et iam fuit ostensum, quod etiam angulus zhb est rectus: ergo linea bh iuncta est linea he secundum rectitudinem. Linea ergo dividens angulum abg provenit ad



angulum c , et dividit ipsum in duo media, et secat lineam gz supra punctum t ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Dixit EUCLIDES¹⁾ *Figurarum, quarum laterum numerus <est> impar, lineae due, quae dividunt angulos, perpendiculariter cadunt super latera figure.* Et etiam est manifestum, quod intra concurrant; et illud est, quod demonstrare volumus. 5

1) Locum, ubi EUCLIDES de hac re disseruit, invenire non potui. Sed ea, quae dicuntur, adhuc ad demonstrationem ultimae propositionis HERONIS pertinent.

INCIPIIT PARS QUINTA.

Dixit EUCLIDES: *Minor quantitas est pars maioris quantitatis, quando mensurat maiorem.*

Ideo EUCLIDES dixit hic „partem“ et non „partes“,
5 quia dixit <de> multiplicibus et quantitatibus proportionalibus, et etiam ideo dixit, quia ex hoc, quod dixit „partem“, intelligunt partes esse.

Et est maior multiplex minoris, cum cadit supra ipsam mensuratio minoris. — Et proportio est aliqua relatio quan-
10 *titatis, que est inter duas res unius generis.*

Ex hoc, quod EUCLIDES dixit „relatio aliqua“, voluit intelligi, quod relatio est communis omnibus predicamentis, vel ideo dixit „relatio aliqua“, quia relatum communicat predicamentis, et posuit ipsam in una cathegoria, scilicet
15 cet quantitate. Et cum dixit „inter duas quantitates“ voluit intelligi instantiam, quam una duarum quantitatum habet ad aliam, quia proportio est instantia¹⁾ unius quantitatis ad aliam | quantitatem, que sunt unius generis; 33
scilicet instantia lineae ad lineam, aut instantia superficiei
20 ad superficiem, aut corporis ad corpus, aut numeri ad numerum, <aut> orationis ad orationem, aut temporis ad tempus, aut loci ad locum. Hoc autem habitudo²⁾ communicationis, et aliud habitudo seiunctionis. Habitudo autem communicationis est, an duarum quantitatum sit
25 alia quantitas communiter metiens eas, aut una earum

1) „Instantia“ idem est, quod GHERARDUS immediate ante „relationem“ dicit. Conferas ad hunc locum, quae leguntur in editione Heibergiana EUCLIDIS vol. V, p. 286—287, scholio 15.

2) „Habitudo“ quoque tertia est expressio vocum „relatio“ et „instantia“.

aliam metiatur. Quod si una earum fuerit mensurans
 alteram, erit habitudo minoris ad maiorem habitudo partis,
 et erit habitudo maioris ad minorem habitudo multiplicium.
 Quod si superfluerit ex maiore pars una minor quantitate
 minore, impossibile est, quod ulla pars, que superfluit, 5
 metiatur quantitatem minorem, donec finiat eam totam, aut
 donec supersit ex minore pars minor superfluitate prima:
 ergo semper, <si>, que primum superfluit, mensuraverit
 quantitatem minorem et finit eam, ipsa erit tertia quan-
 titas, que communicantes quantitates duas metitur. Et 10
 si superfluerit una pars, que sit superfluitate prima minor,
 impossibile est etiam, quin ipsa metiatur superfluitatem
 primam, donec finiet eam, aut superfluat ex superfluitate
 prima pars minor superfluitate secunda. Quod si ipsa
 mensurans fuerit primam superfluitatem, ipsa erit tertia 15
 quantitas, que metitur duas quantitates communicantes.
 Et si superfuerit pars minor superfluitate secunda, im-
 possibile est, quin hec habitudo sit una duorum modorum,
 scilicet ut huius superfluitates perveniant ad unam super-
 fluitatem, que mensuret eam, que est ante ipsam, et finiat 20
 ipsam, que erit quantitas tertia, que metitur duas quanti-
 tates; et erit habitudo minoris ad maiorem habitudo
 partium, et illa superfluitas erit pars partium maioris.
 Aut non perveniat ad aliquam superfluitatem, que metia-
 tur eam, que est ante ipsam, ullo modo, et erit habitudo 25
 hec habitudo, que est inter duas quantitates incommuni-
 cantes.

Dixit EUCLIDES: *Proportionalitas est similitudo propor-
 tionum. — Et minor proportionalitas que est, in tribus
 existit quantitatibus.*

30

Similitudo erit in proportionem, cum quantitates fuerint
 plures duabus, et fuerit <proportio> prime ad secundam
 sicut proportio alterius quantitatis ad aliam, sicut est
 proportio secunde ad terciam, et tercie ad quartam, et
 sic in aliis quantitatibus, que continue sequuntur. Et 35

minor que erit, hec similitudo erit in tribus quantitatibus, et est comparatio habitudinis, que est inter duas quantitates primas proportionales, et habitudinis, que est inter alias. Ergo, cum fuerit habitudo, que est inter duas
 5 primas, eadem, que est inter duas postremas, dicitur tunc, quod est hec habitudo similitudinis in proportionem; et cum non fuerit sic, non erit tunc habitudo similitudinis in proportionem; et hec est quantitas et non qualitas. Quoniam, si fuerit habitudo, que est inter duas primas, habitudo equalitatis,
 10 <aut> erit habitudo, que est inter duas primas, habitudo multiplicium, aut habitudo partis, aut habitudo partium, aut alia habitudo proportionis, quas quantitates communicantes <habent>: erit etiam habitudo, que est inter duas postremas, eadem habitudo, quia hec sunt qualitates et non quantitates.
 15 Et similiter etiam habitudo erit inter quantitates incommunicantes. Quod si fuerit in tribus quantitatibus, prima scilicet, secunda et tertia, et fuerit proportio prime ad secundam ut secunde ad terciam, et mensuraverit prima secundam, et superfluerit superfluitas una minor prima;
 20 et postea mensuraverit secunda terciam, <et> superfluerit superfluitas una minor secunda, et fuerit mensuratio, qua secunda mensurat terciam, eadem, qua prima mensurat secundam; deinde etiam mensuraverit superfluitas, que superfluit ex secunda, quantitatem primam, et super-
 25 fluerit alia superfluitas, que sit minor superfluitate prima, que superfluerat ex secunda quantitate; et mensuraverit etiam super<fluitas> secunda, que superfluerat ex tertia quantitate, secundam, et superfluerit alia superfluitas minor superfluitate prima, que superfluerat ex tertia;
 30 et fuerit mensuratio, qua superfluitas prima, que superfluerat ex tertia, mensurat quantitatem secundam, eadem, qua superfluitas prima, que superfluit ex secunda, cum prima mensuravit eam, mensurat primam; et superfluit super-

5. dicentium. — 6—7. cum vero fuerit. — 13. autem et etiam. — 14. quia] quod. — 17. fuerit et. — 19. minor in uno primo. — 28. alia et.

fluitas secunda, que remansit ex secunda, cum mensurat ipsam superfluitas, que remansit ex tertia, minor superfluitate, que remansit ex tertia; neque unquam removerit se multitudo mensurationis superfluitatum usque in infinitum: tunc quantitates, que erunt secundum hanc habitudinem, dicuntur proportionales, et erit habitudo, que erit inter eas, similitudo proportionis. 5

Verbi gratia. Ponam primam quantitatem ab , et secundam gd , et terciam ez , et ponam, ut ab mensuret gd bis secundum quantitatem scilicet gh , ht , et superfluat 10

$a \quad m \quad n \quad b$
|-----|-----|-----|

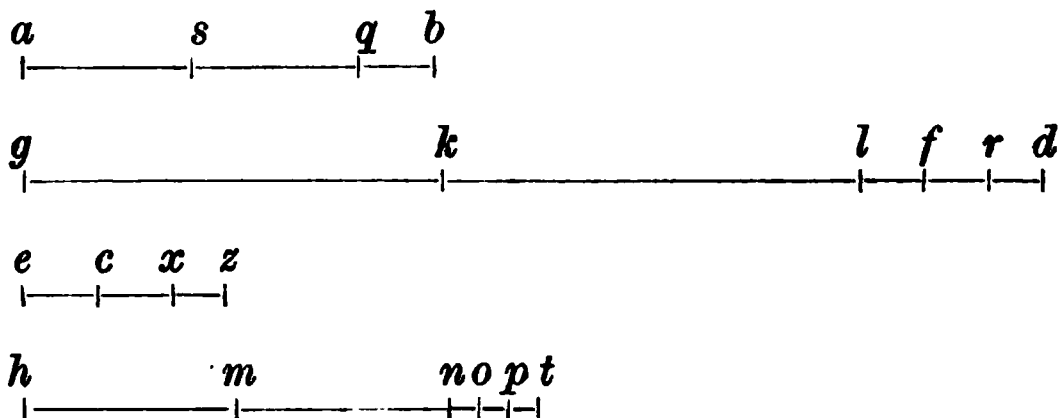
$g \quad \quad \quad h \quad \quad \quad t \quad s \quad q \quad d$
|-----|-----|-----|-----|

$e \quad \quad \quad \quad \quad \quad k \quad \quad \quad \quad \quad \quad l \quad \quad \quad z$
|-----|-----|-----|-----|

td minor ab ; et mensuret etiam gd eadem mensuratione ez , scilicet ek , kl , et superfluat lz , minor gd ; et deinde etiam mensuret dt ab , et ponam, ut etiam mensuret eam bis, scilicet am , mn , et superfluat nb minor dt ; et mensuret lz eadem mensuratione td , scilicet, ts , sq , et superfluat qd minor lz ; et non removetur hec vicissitudo ab his tribus quantitatibus currens sequi equalitatem usque in infinitum: erit ergo tunc hec habitudo \langle habitudo \rangle similitudinis proportionis, et est proportionalitas, que est inter quantitates. Et habitudo, que est inter quantitates communicantes, est communis quantitate discrete et omnibus quantitatibus continuis, cum fuerint communicantes; sed hec habitudo, que est sectionum, est propria in quantitatibus continuis. 15

Et ita etiam esset, si poneremus quatuor quantitates, et foret proportio prime ad secundam sicut proportio tercie ad quartam. Verbi gratia. Ponamus, ut ab sit prima, et secunda gd , et tertia ez , et quarta ht ; et ponamus, 25

ut ab mensuret gd bis, scilicet gk , kl , et superfluat ld minor ab ; et tociens ez mensuret ht , scilicet hm , mn , et superfluat superfluitas, que sit minor ez , que est nt ; et ponamus, quod ld mensuret ab bis, scilicet as , sq , et
 5 superfluat qb minor ld ; et similiter mensuret tn ez ,



scilicet ec , cx , et superfluat xz minor nt ; et postea etiam mensuret qb ld , quotiens volumus, et ponamus, ut mensuret ipsam bis, scilicet lf , fr , <et superfluat rd minor gb >; et similiter mensuret xz nt , scilicet no , op , et super-
 10 fluat pt minor xz . Secundum hunc ergo modum currat habitudo inter has quatuor quantitates: tunc fluat proportionalitas, cum mensuret ab gd aliquo modo mensura, et superfluat aliqua superfluitas minor ab , mensurabit ez eadem mensura ht , et superfluat superfluitas, que erit
 15 minor ez ; et similiter <cum> superfluitas ld mensurabit ab cum quolibet numero <et superfluat superfluitas, que erit minor ld >, mensurabit nt cum eodem numero xz , et superfluat superfluitas, que erit minor nt ; et non removebitur hec vicissitudo ab eis in superfluitatibus usque in
 20 infinitum. Et si non fuerit habitudo quantitatum in similitudine, que est inter eas, hec eadem habitudo, ita non erunt proportionales. Quod si prima mensuraverit secundam secundum numerum minorem numero, quo tertia numerat quartam, et superfluat aliqua superfluitas ex
 25 secunda mensurans quantitatem primam secundum numerum minorem numero, quo superfluitas remanens ex quarta

mensurat terciam; et superfluerint etiam due superfluitates
 ex prima et tertia, quarum habitudo <non> sit ad alias
 34 duas primas, que remanserunt ex secunda et quarta,
 eadem habitudo, et non remanet hec habitudo similitudinis
 currens inter superfluitates vicissim usque in infinitum: 5
 tunc hec habitudo erit habitudo, in qua erit proportio
 prime ad secundam maior proportionem tercie ad quartam.
 Et si non fuerit ita, sed numerus, quo prima mensuret
 secundam <fuerit> maior numero, quo tertia mensuret
 quartam, et superfluerit superfluitas ex secunda, que men- 10
 suret primam secundum numerum maiorem numero, quo
 superfluitas quarte mensuret terciam; et superfluerint etiam
 due superfluitates ex tertia et prima, quarum habitudo
 ad superfluitates primas sit eadem habitudo; neque rema-
 net hec habitudo vicissim currens inter superfluitates usque 15
 in infinitum: tunc hec habitudo erit habitudo, in qua
 dicunt, quod proportio prime ad secundam est minor
 proportionem tercie ad quartam.

Dixit EUCLIDES: *Quantitates, inter quas dicitur esse
 proportio, sunt, quarum possibile, cum multiplicantur, alias 20
 addere.*

Voluit EUCLIDES intelligere habitudinem, que est inter
 quantitates secundum proportionem eandem, que est inter
 quantitates unius generis, quarum una ex speciebus quanti-
 tatum ipsarum metitur hec, <et> cum multiplicam hanc, 25
 producentur multiplicia earum, aut equalia, aut alia ad-
 dentia super alia secundum quantitatem eius communem;
 aut supererunt ex unaquaque earum superfluitates unius
 speciei. Sic, cum fuerit sic, superfluerit, <si linea,> linea;
 <si superficies,> superficies; si corpus, corpus; si tempus, 30
 tempus; si fuerint loca, loca; aut si fuerint orationes,
 orationes; aut <si> numeri, numeri. Verbi gratia. Cum
 fuerit proportio linearum ad lineas ut proportio super-

1. si fuerit. — 2. sit eadem. — 13. tertia ex prima. —
 22. que cum inter. — 28. superfluitatem. — 32. numeros
 numeri.

ficierum ad superficies, erit superfluitas, que superest ex
 mensura, qua prima mensurat secundam, linea; et erit
 superfluitas, que superest, cum superficies mensurat super-
 ficiem, superficies: ergo erit habitudo vicissitudinis inter
 5 superfluitates hec eadem habitudo; scilicet quod superest
 ex linea, erit linea, et quod superest ex superficie, erit
 superficies. Quod si habitudo, que dicitur proportionalitas,
 posita fuerit inter lineam et superficiem, aut inter super-
 ficiem et corpus, impossibile <esset, quod> superficies
 10 mensuret lineam, aut corpus superficiem. Licet enim linea
 multiplicaretur, impossibile esset, quod aut ei equaretur,
 aut maior ea fuerit cum tali aut tali quantitate. Quod
 ideo YRINUS dixit de iis, quod sunt, quarum, cum multi-
 plicate fuerint, possibile alias maiores esse aliis, scilicet
 15 voluit, ut essent unius generis. Linee enim, licet in in-
 finitum multiplicarentur, nunquam tamen superficie essent
 maiores; et similiter ea, que non sunt homogenea. Homo-
 genea sunt species, quarum alias aliis comparari possibile
 est, ut linea linee, angulus angulo, corpus corpori.

20 Dixit EUCLIDES: *Quantitates dicuntur homogenee, que,
 cum multiplicata fuerint, possibile est, <quod> earum multi-
 plicia quedam essent aliis maiora.¹⁾*

ASAMITHES vero vocat eas quantitates, quarum alie
 aliis comparantur.²⁾

25 Dixit EUCLIDES: *Quantitates, que dicuntur esse in pro-
 portione una, prima ad secundam et tertia ad quartam,
 sunt, cum fuerint multiplicia prime et tercie equaliter ac-
 cepta utraque simul addentia super multiplicia secunde et
 quarte equaliter accepta, quecumque multiplicia fuerint, aut
 30 simul equantur eis, aut simul minuunt ab eis, cum alia
 aliis continue fuerint comparata.*

17—18. *Ante Homogenea iteratur: que non sunt.*

1) Hanc definitionem quantitatum homogenarum apud
 EUCLIDEM invenire non potui; etiam apud HERONEM non exstat.

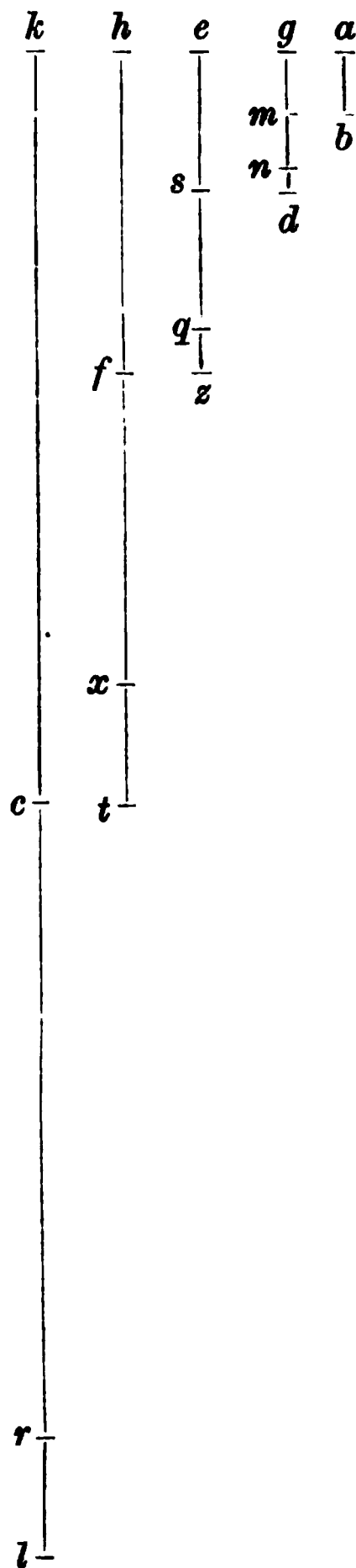
2) Neque apud ARCHIMEDEM talem definitionem invenire
 potui.

Non vult, ut essentie multiplicium sint addentes aut equantes aut minuentes, sed tota quantitas, que est multiplex prime, si fuerit minuens, erit minuens; et si fuerit equalis ei, erit equalis ei; et vult, ut vices augmenti sint equales numero communi, qui mensurat primam et secundam, et terciam et quartam, quod tunc <erit>, cum prima communicat secunde, et tertia quarte. Quod si non fuerint communicantes, sed incommunicantes, erit numerus quantitatum, quo mensurant multiplicia prime multiplicia secunde, equalis numero <quantitatum>, quo multiplicia tercie metiuntur multiplicia quarte; et erit numerus quantitatum, quo superfluitas secunde mensurat primam, equalis numero quantitatum, quo superfluitas quarte mensurat terciam; <et> quod erit numerus quantitatum, quo superfluitas prime metitur secunde superfluitatem, equalis numero quantitatum, quo superfluitas tercie metitur superfluitatem <quarte>; et hoc non removebitur usque in infinitum. Neque EUCLIDES voluit nisi hoc. Si quis dederit operam, ut supra hoc et supra alia inducat probationes, pro nihilo laborabit, quoniam oportebit eum efferre alias figuras, que sequuntur; et si secundum veritatem pro certa vice de eo sciret, quod non est eis necessarium, ut probetur etiam, quod ad hunc pervenient locum. Queque enim per se habet elementa secundum ordinem sui.

Dixit EUCLIDES: *Quantitates, que sunt in proportione una, nominantur proportionales. — Et si fuerint multiplicia eisdem vicibus accepta, scilicet multiplicia prime addentia super multiplicia secunde, sed multiplicia tercie non fuerint addentia super multiplicia quarte; dicunt tunc, quod proportio prime ad secundam est maior proportione tercie ad quartam. — Et proportionalitas ad minus erit in tribus terminis. — Et cum fuerint tres quantitates proportionales, erit proportio prime ad terciam proportio prime ad secundam duplicata cum iteratione.*

2. totam quantitatem. — 6. et tercie. — 15. equale. — 23. per se] ps. — 29. probatio.

Scilicet numerus vicium, quibus quantitas prima metitur secundam, cum in se fuerit multiplicatus, proveniet numerus, qui erit proportio prime ad terciam. Et si fuerint quatuor quantitates, multiplicetur ille quadratus in numerum primum, et erit summa, que provenit, proportio prime ad quartam. Et similiter, si fuerint quinque quantitates, multiplicetur, qui provenit, in numerum primum, et quod proveniet, erit proportio prime ad quintam. Verbi gratia. Ponamus quinque quantitates ab , gd , ez , ht , kl , et mensuretur ab bis gd , et superfluat, quod sit equale tercie ab ; ergo ab metitur gd bis et cum tercia unius vicis, et numerus eas denominans est duo et tercia. Cum ergo duo et tercia in se multiplicati fuerint, erunt quinque et quatuor none; et iste est numerus, qui denominat vices, quibus ab metitur ez . Et cum multiplicaverimus hanc summam in duo et terciam, erit summa 12 et sex none et tercia none; et ista est quantitas, qua ab metitur ht . Et si multiplicaverimus 12 et sex nonas et tertiam none in duo et terciam, erit summa 29 et quinque none et septem none nonarum; et iste est numerus vicium, quibus ab metitur kl . Et ponamus, ut quantitates, que sint in gd equales ab , sint gm , mn , et superfluat nd equalis tercie ab ; et similiter sint quantitates, que sunt in ez equales gd , es , sq , et superfluat gz equalis tercie gd ;



1. quibus quia prima. — 2. multiplicata. — 11. ad quartam. — 23. tercia. — 31. quantitate. — 31—32. equales gd , ab .

et eodem modo sint in ht quantitates equales ez , hf , fx ,
 et superfluat xt equalis terciæ ez ; et similiter quantitates,
 que sunt in kl equales ht , sint kc , cr , et supersit rl equa-
 lis terciæ ht . Et quia es est equalis gd , et gd est duplum
 ab et terciæ, erit numerus communis, qui metitur eas, 5
 terciæ ab : ergo numerus communis numerat gd septies.
 Sed es est equalis gd , ergo numerus communis mensurat
 es septies, ergo metitur eq quaterdecies. Sed qz est
 equalis terciæ gd , ergo metitur numerus communis $\langle ez \rangle$
 35 bis et cum terciæ, ergo numerat ez | sex decies et cum 10
 terciæ. Sequitur ergo, ut numerus communis, qui metiatur
 ez et ab , sit nona ab : ergo metitur ab novies, et men-
 surat ez quadragesies novies, et metitur gd vicies semel
 [Sed novem et 21 et terciæ et due septime terciæ unius.
 ergo cum in se multiplicare fuerint, fit numerus, qui pro- 15
 venit, numerus, quo ab mensurat ez]¹⁾, ergo, quia nume-
 rus mensurat ab novies et ez quadragesies novies, men-
 surat ab ez quinquies et cum quatuor nonis. Et secun-
 dum hunc modum scies reliqua, queque remanserunt,
 scilicet ab , gm , mn , nd , et gz , hf , xt , kc , kl . Quod si 20
 quantitates fuerint incommunicantes, hoc idem erit omnino
 necessarium secundum has vices, quibus prima mensurat
 secundam et terciæ quartam, et superfluitatibus mensuranti-
 bus secundum hunc modum, quem ostendimus.

Et dixit: *Quod cum fuerint quatuor quantitates pro- 25*
portionales, erit proportio prime <ad quartam proportio
prime> ad secundam triplicata cum iteratione.

Et secundum hunc exemplum sunt ea, que sequuntur,
 et iam diximus de eis, que sufficiunt.

Dixit EUCLIDES: *Dicitur in quantitatibus, quod sunt 30*
mutasicha²⁾ in proportione, cum comparantur antecedentes
cum antecedentibus et consequentes <cum> consequentibus.

27. cum ratione. — 31. comparaverit.

1) Uncis quadratis inclusa, quia sensui abhorrent, delenda sunt.

2) *Mutasicha* = $\delta\mu\acute{o}\lambda\omicron\gamma\alpha$.

— *Conversio proportionis est, accipere consequentes in ordine antecedentis et antecedentes in ordine consequentis.*¹⁾

Verbi gratia. Sit

proportio ab anteceden-
 5 tis ad gd consequens,
 sicut proportio gd ante-
 cedentis ad ez conse-
 quens. Conversio igitur huius proportionis: accipiantur gd
 et ez antecedentes, et accipiantur ab et ed consequentes:
 10 ergo redibit proportio gb ad ba sicut proportio ze ad ed .

*Permutata proportio est, ut sumatur antecedens ad antecedens, et consequens ad consequens.*²⁾

Verbi gratia. Sint

antecedentes ab , de et
 15 consequentes sint bg , ez :
 ergo, cum fuerit pro-
 portio ab ad bg sicut
 proportio de ad ez , et permutaverimus, erit proportio
 ab ad de sicut proportio bg ad ez .

20 *Composita proportio est, ut sumatur antecedens cum
 sequente ad consequens in ordine unius rei.*³⁾

Verbi gratia. Cum fuerint quatuor quantitates pro-
 portionales, scilicet ut sint ab , de antecedentes, et bg , ez
 sint quantitates conse-

25 quentes. Cum ergo com-
 posuerimus, accipiemus
 antecedens et consequens
 sicut rem unam, scilicet
 accipiemus ab et bg sicut lineam unam, et de cum ez
 30 sicut lineam unam: ergo erit proportio ag ad gb sicut
 proportio dz ad ez , que sunt consequentes.

5 et 7. consequentis. — 10—11. gd ad ab sicut proportio
 ze ad gd . — 18. permutavimus.

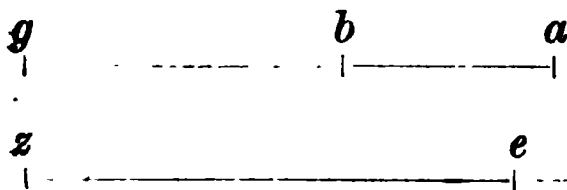
1) Ἀνάπαλιν λόγος.

2) Ἐναλλάξ λόγος.

3) Σύνθεσις λόγου.

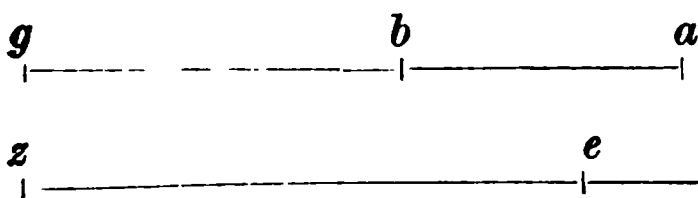
*Divisa proportio est, ut sumatur superfluitas antecedentis super consequens ad consequens.*¹⁾

Dico, quod, cum primum posuerimus quantitates proportionales ab , bg , de , ez , et erant antecedentes ab , de et consequentes bg , ez ; sed postea, cum <com>posuerimus, posuimus quatuor alias quantitates proportionales abiectis illis, in quibus erant antecedentes ag , dz , et



consequentes bg , ez ; et modo, cum voluit dividere, invenit ista dua antecedentia et duo

consequentia, scilicet duo antecedentia ag , dz et duo consequentia bg , ez , et dixit, quod secundum divisionem erit proportio superfluitatis antecedentis super consequens ad consequens sicut proportio superfluitatis antecedentis super consequens ad consequens. Sit ergo exemplum. Primum ergo erit superfluitas antecedentis, quod est ag , super consequens, quod est bg , ab ; et similiter superfluitas antecedentis secundi, quod est dz , super consequens, quod est ez , <erit> de : ergo redibit proportio ab , que est superfluitas, <ad bg , que est consequens, sicut proportio de , que est superfluitas>, ad ez , que est consequens. Ergo quantitates redierunt ad habitudinem, in qua erant prius



ante compositionem.

*Eversa proportio est, ut sumatur antecedens ad suam superfluitatem super consequens.*²⁾

Dicitur, quod proportio ag , quod fuit antecedens post

2. super consequentes. — 7. abiectis illis] abiβillius.

1) Διαίρεσις λόγου. Versio „Divisa proportio“ huius relationis usque ad saeculum XVI semper in usu erat.

2) 'Αναστροφή λόγου.

compositionem, ad ab , quod est superfluitas super consequens, est sicut proportio dz ad de .

Proportio equalitatis est, cum fuerint quantitates et alie secundum eundem numerum, et cum sumpte fuerint
 5 *due unius partis, <que> erunt secundum proportionem duarum alterius partis, et accepte fuerint extremitates abiectis illis, que sunt in medio.*¹⁾

Dixit, quod, cum accepte fuerint quantitates et alie quantitates, quarum queque due primarum secundum proportionem quarumque duarum aliarum, proportio equalitatis erit proportio extremitatum. Verbi gratia. Sint quantitates prime a, b, g , et postreme d, e, z , et sit pro-
 15 portio duarum primarum sicut proportio duarum postremarum, scilicet proportio a ad b sicut proportio d ad e , et proportio b ad g sicut proportio e ad z . Cum ergo removebimus ea, que sunt in medio, 20 erit proportio a ad g sicut proportio d ad z ; et similiter, si erunt quantitates plures istis.

$$\begin{array}{cc} \frac{d}{e} & \frac{a}{b} \\ \frac{z}{g} & \end{array}$$

Dixit: *Proportionalitas ordinata est, cum fuerit antecedens ad consequens et consequens ad rem aliam.*²⁾

Verbi gratia. Sint a et
 25 b antecedentes, et g et d sint consequentes, et e et z sint alie due res: dico igitur, quod proportio a antecedentis ad g con-

$$\begin{array}{cc} \frac{b}{d} & \frac{a}{g} \\ \frac{z}{e} & \end{array}$$

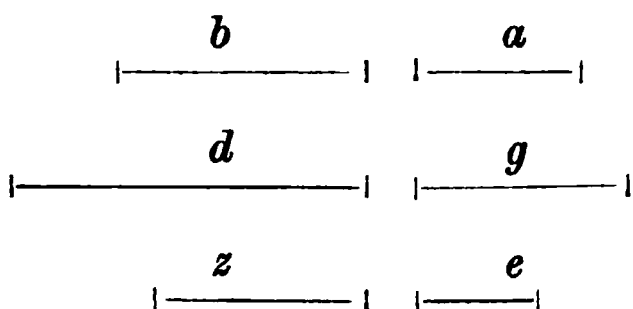
1—2. consequentem. Quia antecedens et consequens apud GHERARDUM semper neutra sunt, et hic talia posui. — 3. aut fuerit. — 7. abiectis illis] abißillius. — 20. sicut proportio g ad e .

1) $\Delta\iota' \text{ ἴσων λόγος}$. Ex nostro textu patet, sensum huius expressionis esse: Si $a : b = d : e$ et $b : g = e : z$, erit $a : g = d : z$ et non, ut dicit HEIBERGIIUS ad EUCLIDEM vol. II, p. 7, nota 1, si $a : b : c = \alpha : \beta : \gamma$, erit $a : c = \alpha : \gamma$.

2) „Proportionalitas ordinata“ apud EUCLIDEM non definitur, sed per se manifesta iudicatur.

sequens sicut proportio b antecedentis ad d consequens, et proportio g consequentis ad e , que est res alia, sicut proportio d consequentis ad z , que est res alia.

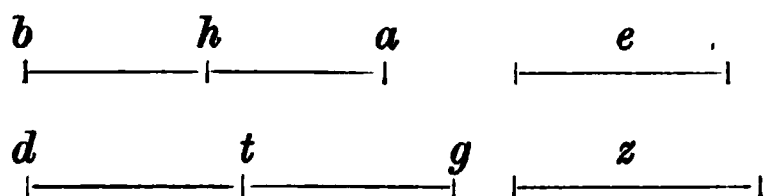
Dixit: *Proportionalitas inordinata est, cum fuerit antecedens ad consequens sicut antecedens ad consequens et consequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedens.*¹⁾



Verbi gratia. Sint a et e antecedentia, et b et z consequentia, et g et d sint due alie res: dico ergo quod 10
proportio a antecedentis ad b consequens est sicut proportio e antecedentis ad z

consequens, et proportio b consequentis ad g , que est res alia, sicut proportio d , que est res alia, ad e antecedens. 15

De prima figura.²⁾ Quod sint quantitates ab <et gd >, et fuerint due linee, tunc possibile erit, ut ex



unaquaque earum secentur multiplicia, in quibus erunt ex multiplicibus e et z , et hoc secundum probationem figure

tercie prime partis; et similiter si fuerint anguli; et si fuerint arcus ex probatione figure <30°> partis tercię. Sed cum fuerint corpora duo, tunc illud erit impossibile. 25
Hic autem multiplicia ad hoc tantum sunt posita, ut imaginetur, quod si illud, quod est in ab ex multiplicibus e , fuerit duplum, <duplum> erit, quod est in gd ex multiplicibus z , aut <si> fuerit medietas eius, <medietas erit>, quod est in gd ex multiplicibus z . Et similiter, quecun- 30

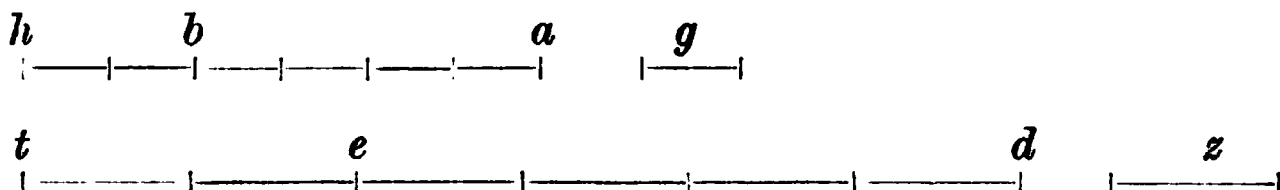
22. protractionem.

1) Τεταραγμένη ἀναλογία.

2) EUCLIDES V, 1: Si fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem eque multiples, aut singuli singulis equales, necesse est, quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas se habere.

que multiplicia fuerint, ad probationem modus hic necessarius erit.

De secunda figura.¹⁾ In hac figura nihil est omnino nisi ordo disciplinarum, quarum prima arismetica, 5 que est de numeris, post quam est geometria. Propter hoc ergo primas disciplinales demonstrat necessarias, quas



in hac doctrina inveniemus. Ex quibus est, quod, postquam iam scivimus, quod ab numerat g secundum numerationem viciū, cum cuius equalitate de numerat z , et 10 etiam bh numerat g numeratione aliquarum viciū, <cum> cuius numerationis equalitate et numerat z , ergo vices, in quibus ab numerat g et bh numerat g , erunt equales numeratione viciū, quibus de numerat z et et numerat z . Erit ergo numeratio multiplicium ah equalis numeratione 15 multiplicium dt ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De figura quarta decima.²⁾ Locus huius ignoratur³⁾, quoniam, si b fuerit minor a , ergo g erit propinquior b quam a . Cum ergo fuerit proportio a ad

3. In ac figura. — 11. equalitatem. — 13. numerator. — 16. ignorant.

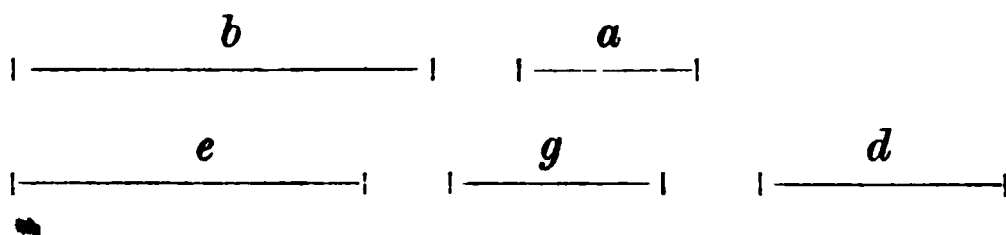
1) EUCLIDES V, 2: Si fuerint sex quantitates, quarum prima ad secundam atque tertia ad quartam eque multiplices, quinta vero ad secundam atque sexta ad quartam eque multiplices, totum prime et quinte ad secundam, totumque tercie et sexte ad quartam eque multiplicia esse conveniet.

2) EUCLIDES V, 14: Si fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque maior prima tertia, necesse est, secundam quarta esse maiorem; quod si minor, et minorem; si vero equalis, et equalem esse.

3) Quid velint verba: „Locus huius ignoratur“, nescio. Fortasse interpres vult intelligi, se ipsum nescire, cui theoremati adscribenda sint, quae adduntur. Textus quoque sequens scholii textu propositionis male congruit.

b sicut proportio g ad d , erit minor a quam b . Similiter ergo erit proportio g ad d minor proportione a ad b .

Figura adiuncta figure sextadecime.¹⁾ Cum fuerint quatuor quantitates, fueritque prime proportio ad secundum maior proportione tercie ad 5 quartam, ergo, cum permutatur, erit proportio prime ad terciam maior proportione secunde ad quartam. Exempli causa. Sint quatuor quantitates a , b , g , d , et sit proportio a ad b maior proportione g ad d : dico igitur, cum permutaverimus, erit proportio a ad g maior 10
36 proportione b ad d . Probatio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Quod si fuerit possibile, fit ergo



proportio a ad g aut equalis proportioni b ad d aut minor ea. Ponam itaque primum, ut sit ei equalis. Sit itaque proportio a ad g sicut proportio b ad d . Cum 15 ergo permutaverimus, erit proportio a ad b sicut proportio g ad d , quod est contrarium et impossibile, quoniam proportio a ad b est maior proportione g ad d . Et dico etiam, quod non est possibile, ut sit proportio a ad g minor proportione b ad d . Probatio eius. Quoniam 20 ponam, ut proportio a ad g sit sicut proportio b ad e . Cum ergo permutaverimus, erit proportio a ad b sicut proportio g ad e ; <sed proportio a ad b maior proportione g ad d ,> ergo proportio g ad e maior proportione g ad d . Sed illa, ad quam quantitatis proportio est maior, est 25 minor, ergo erit e minor d , maior scilicet minor minore,

6. permutabunt. — 22—23. maior proportione g ad d . — 24. eius ad d .

1) EUCLIDES V, 16: *Si fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.*

quod est inconveniens et impossibile; et illud est, quod demonstrare volumus.

Figura adiuncta figure octave <decime>.¹⁾

Cum fuerint quantitates quatuor proportionales,
 5 et fuerit proportio prime ad secundam maior
 proportionem tercie ad quartam, et cum coniungun-
 tur, erit proportio prime <et> secunde coniunc-
 tarum ad secundam maior proportionem tercie et
 quarte coniunctarum ad quartam. Exempli causa.
 10 Sit proportio ag ad gb maior proportionem de ad ez : dico
 igitur, quod, <cum> coniunguntur, erit proportio ab ad
 bg maior propor-
 tione dz ad ze .

Probatio eius,

15 quoniam non est possibile aliter

esse. Quod si fuerit possibile, fit proportio ab ad bg
 sicut proportio dz ad ze aut minor ea. Ponam autem
 primum, ut sit ei equalis. Cum ergo diviserimus, erit
 20 proportio ag ad gb sicut proportio de ad ez , quod est
 impossibile: ergo non est equalis. Et dico etiam, quod
 est impossibile, ut sit proportio ab ad bg minor pro-
 portione dz ad ze . Probatio eius, quoniam <ponam>,
 ut sit proportio ab ad bg sicut proportio dz ad zh .

25 Cum ergo diviserimus, erit proportio ag ad gb sicut
 proportio dh ad hz . Sed nos iam posuimus, quod pro-
 portio ag ad gb est maior proportionem de ad ez : ergo
 proportio de ad ez est minor proportionem dh ad hz , quod
 est inconveniens, quoniam dh est maior < de , et hz est
 30 minor> ez ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Figura addita vicesime tercie.²⁾ Iste due

4. quatuor] coīnē. id est communicantes. — 16—17. aliter
 erit.

1) EUCLIDES V, 18: *Si fuerint quantitates disiunctim pro-
 portionales, coniunctim quoque proportionales erunt.*

2) EUCLIDES V, 23: *Quia hic et in sequentibus textus
 CAMPANI neque cum textu EUCLIDIS, neque cum illo, quem*

figure, scilicet vicesima secunda¹⁾ et vicesima tertia, sunt communes omnibus quantitatibus, que sunt secundum proportionem aliarum quantitatuum, quodcumque sint. EUCLIDES tamen non declaravit eas nisi secundum minorem numerum quantitatuum, in quibus est minor proportionalitas. 5 Et quia proportionalitas, que est <minor>, in tribus existit quantitatibus, ergo ipse ostendit eas in tribus quantitatibus. Est enim conveniens, ut probatio fiat in minoribus quantitatibus, in quibus ipsa potest demonstrari, et ipse sint secundum minorem numerum, in quo potest ostendi probatio; namque communis toti genere. Prime autem due figure, scilicet vicesima²⁾ et vicesima prima³⁾, non possunt demonstrari nisi in tribus quantitatibus. Que etiam si possent, non magna proveniret utilitas, quoniam precedunt has duas figuras, scilicet vicesimam secundam 15 et vicesimam tertiā. Hec autem due figure sunt communes omnibus quantitatibus, que sunt plures tribus. Ponam itaque quatuor quantitates, et ostendam, qualiter extremitates vicissim sint unius proportionis. Sint ergo quatuor quantitates, super quas sint a, b, g, d , et sint 20 alie secundum earum numerationem, super quas sint e, z ,

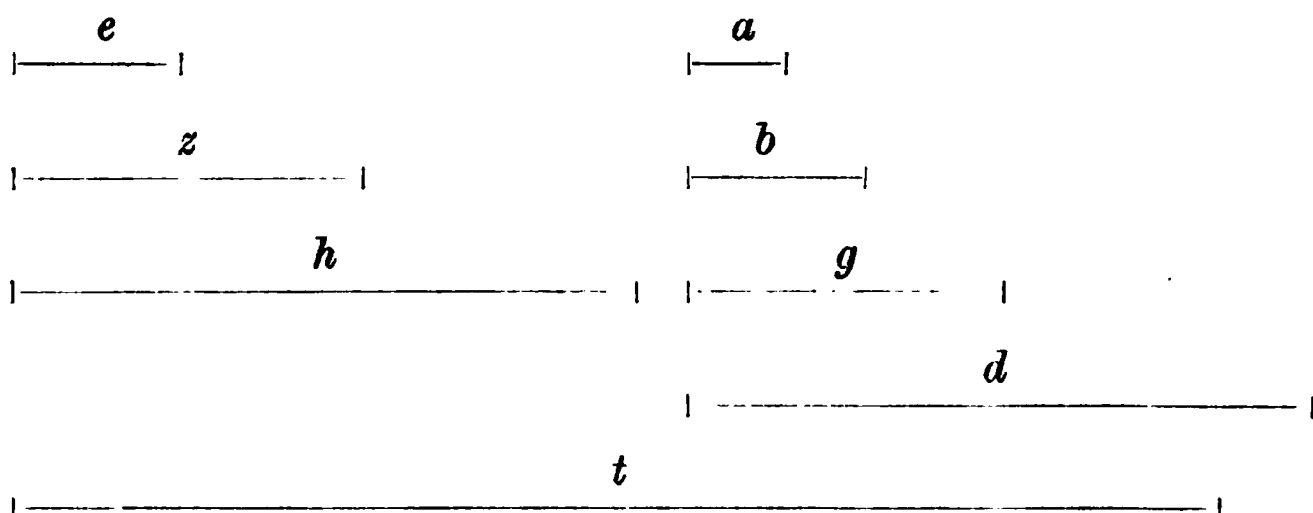
ANARITIUS legisse videtur, concordat, et hic et in tribus sequentibus notis textum graecum editionis Heibergianae afferam: *Ἐὰν ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ λόγῳ, ἡ δὲ τετραγαμμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.*

1) EUCLIDES V, 22: *Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.* In demonstratione ipsa autem EUCLIDES quoque solis tribus quantitatibus utitur.

2) EUCLIDES V, 20: *Ἐὰν ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.*

3) EUCLIDES V, 21: *Ἐὰν ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τετραγαμμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.*

h, t , et sint omnes et aliarum continue in proportione, scilicet sit proportio a ad b sicut proportio e ad z , et proportio b ad g sicut proportio z ad h , et proportio g ad d sicut proportio h ad t : dico igitur, quod proportio
 5 a ad d est sicut proportio e ad t . Probatio eius. Quoniam proportio a ad b est sicut proportio e ad z , et

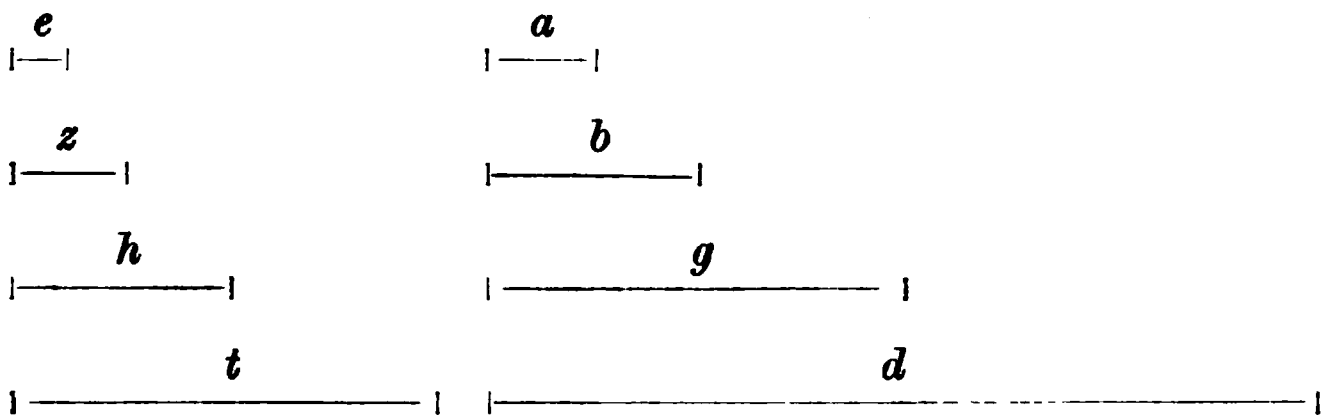


proportio b ad g est sicut proportio z ad h , ergo secundum probationem figure vicesime secunde huius partis erit proportio a ad g sicut proportio e ad h . Et etiam, quia
 10 proportio a ad g est sicut proportio e ad h , et proportio g ad d est sicut proportio h ad t , ergo secundum probationem figure vicesime secunde huius partis erit proportio a ad d sicut proportio e ad t ; et illud est, quod demonstrare volumus.

15 Figura secunda addita figure vicesime tercie huius partis secundum probationem ordinatam. Cum fuerit proportio a ad b sicut proportio h ad t , et proportio b ad g sicut proportio z ad h , et proportio g ad d sicut proportio e ad z , dico, quod proportio a ad d erit
 20 sicut proportio e ad t . Probatio eius. Quoniam proportio a ad b est sicut proportio h ad t , et proportio b ad g est sicut proportio z ad h , ergo secundum probationem figure vicesime tercie huius partis erit proportio a ad g sicut proportio z ad t . Et quia proportio a ad g est

9. est sicut.

sicut proportio z ad t , et proportio g ad d est sicut
 proportio e ad z , ergo secundum probationem <figure>



vicesime tercie huius partis erit proportio a ad d sicut
 proportio e ad t . Et illud est, quod demonstrare volumus.

INCIPIIT EXPOSITIO SEXTE PARTIS EUCLIDIS SECUNDUM ANARITUM.

Dixit EUCLIDES: *Superficies similes sunt, quarum anguli sunt equales, et latera continentia angulos equales*
5 *sunt proportionalia.*

Ex hoc, quod hic apposuit „superficies“ voluit intelligi figurarum rectis lineis contentas. Hic tamen duo non sunt principia, quoniam indigent probatione, scilicet quod omnium duarum superficierum rectilinearum, cum
10 fuerint anguli equales, tunc latera angulos equales continentia sunt proportionalia. EUCLIDES quoque super hoc induxit probationem probando figuram quartam huius partis, et probavit in secunda probatione figure quinte huius partis, quod omnium duarum superficierum recti-
15 linearum, quarum latera ipsarum angulos continentia sunt proportionalia, anguli sunt equales. Ipse tamen hec duo premisit, ut per ea diffiniet superficies similes, et separet ab hac diffinitione superficies, que non sunt similes.

Superficies latera habentes alternata sunt, quarum
20 *latera proportionalia secundum antecessionem et consequentiam.*¹⁾

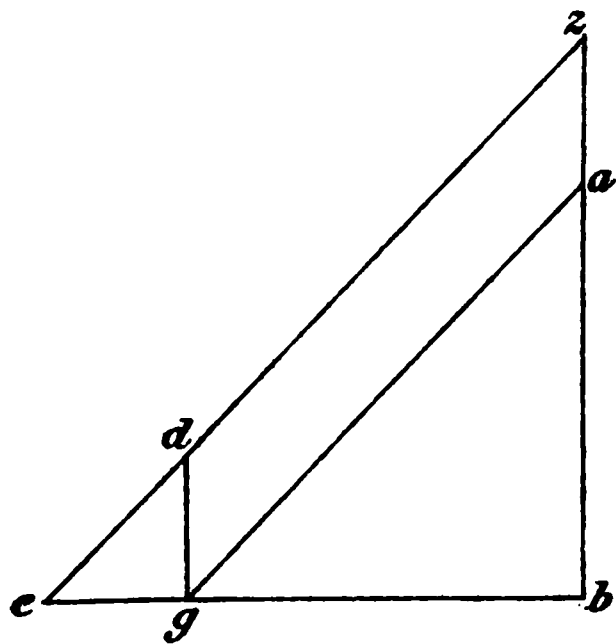
In aliis tamen scripturis reperitur, quod alternate sunt, <quarum> in unaquaque est antecedens et consequens.

20. consequentia.

1) Quod HEIBERGIIUS in sua EUCLIDIS editione vol. II, p. 73, nota 1 dicit, hanc definitionem fortasse ex HERONE desumptam esse, verisimillimum videtur, cum et hic de additionibus HERONIS agitur. In commentariis autem huius libri hac definitione utitur.

Differentia autem, que est inter similes et alternatas, hec est, quod omnium duarum figurarum similium rectilinearum, si in una fuerit antecedens, in altera erit consequens, neque in ea, in qua est antecedens, invenitur consequens, neque in ea, in qua est consequens, invenitur antecedens. Alternate vero sunt, in quarum una, scilicet prima, invenitur antecedens, tum \langle in \rangle secunda invenitur consequens; deinde in secunda \langle invenitur antecedens \rangle et in prima invenitur consequens, neque sit unius rei interpositio, donec omnia compleantur latera. 10

Altitudo figurarum est perpendicularis producta a summitate usque ad basim. — Linea recta erit secundum proportionem \langle habentem medium \rangle et duo extrema divisa, cum fuerit proportio totius lineae ad maiorem sui sectionem sicut proportio maioris sectionis eius ad ipsius minorem. 15



Duo elementa, que sequuntur, quia bene translata sunt in EUCLIDE, pretermisi.¹⁾

Figure quarte additio.²⁾ 20

Est possibile, ut huius figure descriptio fiat, cum angulus rectus fuerit in ea, secundam hunc modum. Protraham itaque eg usque ad b ad rectitudinem, et ponam, ut gb sit equalis uni laterum trianguli, quod

refert ei, scilicet gb , et sit angulus egd rectus, et similiter angulus gba rectus. Et quia coniunctio duorum angu- 30

4. inveniunt. — 12. erunt. — 21—22. hec figure. — 29. reffert.

1) Praeter quintam igitur definitionem editionis Heibergianae ANARITIUS insuper unam talem legisse videtur.

2) EUCLIDES VI, 4: *Omnium duorum triangulorum, quorum anguli unius angulis alterius sunt equales, latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.* † Additio plane debilis et paene eadem est ac demonstratio EUCLIDIS.

lorum abg , deg est minor duobus rectis angulis, | ergo 37
 due linee ba et ed , cum protrahuntur secundum rectitu-
 dinem, concurrent. Sit ergo earum concursus supra
 punctum z . Ostendam autem, sicut ostendit in ea, que
 5 precessit: ergo erunt latera proportionalia, sicut diximus;
 et illud est, quod demonstrare voluimus.

In figura septima¹⁾ non ob aliud dixit EUCLIDES,
 ut anguli g et z sint maiores aut minores recto, nisi quia,
 cum quisque earum fuerit rectus, et duo anguli a et d
 10 sunt equales, tunc duo anguli b et e erunt equales.

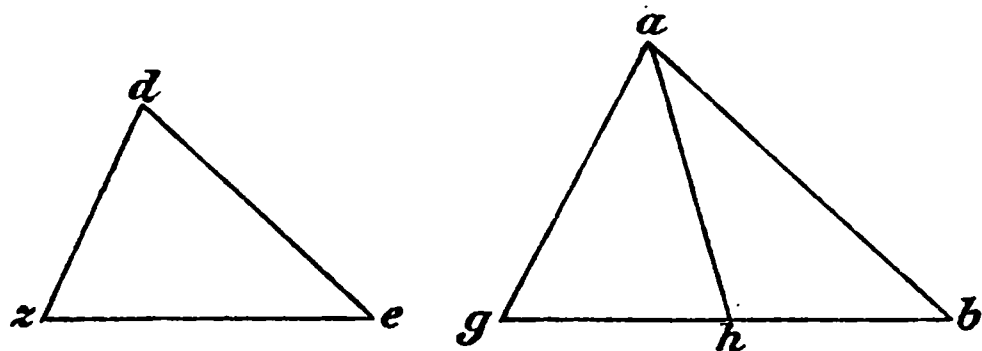
In figura octava decima²⁾ dixit YRINUS, quod, si
 linea, <que> sequitur bg in proportione, fit maior linea $[bg]$,
 que proportionatur ad bh , donec proportio bg ad ez sit
 sicut proportio ez ad bh , erit reliqua probatio equalis
 15 probationi EUCLIDIS. Nostra autem additio in hoc est
 huius <modi>. Cum fuerint duorum triangulorum
 abg et dez duo anguli b et e equales, et fuerit
 proportio trianguli abg ad triangulum dez sicut
 proportio lateris bg ad latus ez duplicata, tunc
 20 duo trianguli erunt similes. Probatio eius, quoniam
 protraham lineam bh in proportione sequente duas lineas
 bg , ez . Ergo proportio bg ad ez est sicut proportio ez

8—9. qui cum. — 11—12. sit linea.

1) EUCLIDES VI, 7: *Si fuerint duo trianguli, quorum unus
 angulus uni angulo alterius equalis, duoque suorum reliquorum
 angulorum lateribus proportionalibus contenti, duorum vero de-
 mum reliquorum uterque aut neuter recto angulo minor, necesse
 est, illos duos triangulos omnibus suis angulis se invicem equi-
 angulos esse.*

EUCLIDES VI, 18: *Propositio, quam hic commentat ANA-
 RITIUS nec apud CAMPANUM, nec apud HEIBERGIIUM est VI, 18,
 sed apud CAMPANUM est VI, 17 et apud HEIBERGIIUM VI, 19: Si
 fuerint duo trianguli similes, proportio alterius ad alterum est
 tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus
 alterius duplicata.* ANARITIUS demonstrat conversam propositionis
 et hic usus est definitione triangulorum symmetricorum, cuius
 in nota 1 p. 176 mentionem fecimus.

ad bh , ergo proportio bg ad bh est sicut proportio bg ad ez duplicata. Sed proportio bg ad bh est sicut proportio trianguli abg ad triangulum abh , et proportio bg ad ez duplicata est sicut proportio trianguli abg ad triangulum



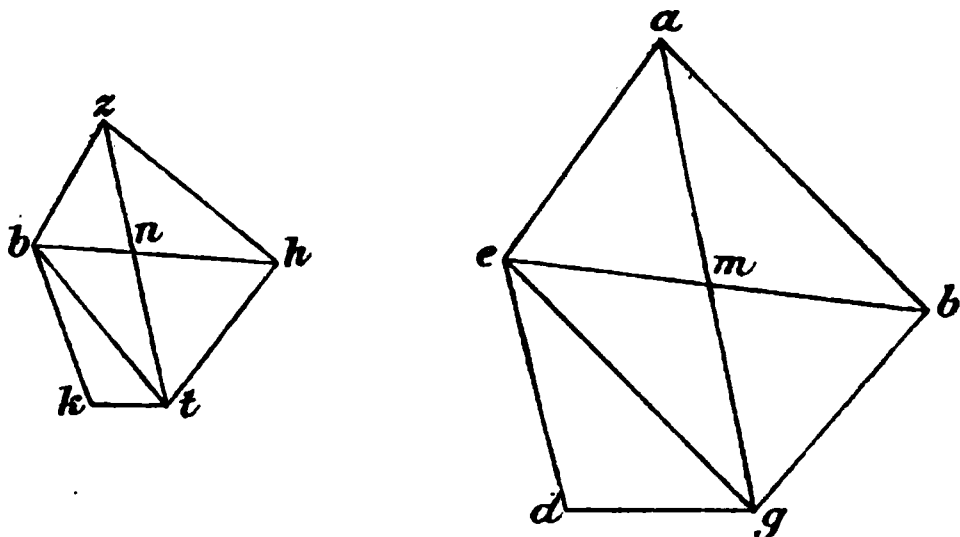
dze : ergo proportio trianguli abg ad duos triangulos abh , 5
 dze est una, ergo duo trianguli abh , dze sunt equales.
 Sed in uno eorum est angulus equalis angulo, qui est in
 altero, qui sunt duo anguli b et e , latera quoque sunt
 alternata, proportionem ab ad de existente sicut proportio
 ez ad bh , et proportio ez ad bh est sicut proportio bg 10
 ad ez , ergo proportio ab ad de est sicut proportio bg
 ad ez . Sed anguli b et e sunt equales: ergo secundum
 probationem figure sexte huius partis erit triangulus abg
 similis triangulo dze ; et illud est, quod demonstrare
 volumus. 15

De figura nonadecima.¹⁾ Secundum intentionem
 vero EUCLIDIS ex hoc, quod fuit in triangulis, qui pro-
 veniunt secundum sectionem, sicut ipse probavit, quod est
 inde, quoniam protraxit lineas, est hoc, quod sequitur. Et
 quia due superficies $abgde$ et $zhtkl$ sunt similes, ergo 20
 angulus abg est equalis angulo zht , et proportio ab ad zh

6. equales iteratur. — 21. ergo proportio.

1) EUCLIDES VI, 19: Est propositio VI, 18 CAMPANI et VI, 20 HEIBERGII: *Omnes due superficies similes multangule sunt divisibiles in triangulos similes atque numero equales, estque proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius proportio duplicata.* Demonstratio ANARITHI omnino eadem est ac EUCLIDIS.

est sicut proportio bg ad ht ; et quia duo anguli duorum
 triangulorum abg et zht equantur et latera ipsos con-
 tinentia sunt proportionalia, ergo triangulus abg similis
 erit triangulo zht : ergo angulus bam est equalis angulo hzn .
 5 Et secundum huius probationis equalitatem ostendit, quod
 angulus abm est equalis angulo zhn . Remanet ergo



angulus amb equalis angulo zhn : ergo triangulus abm
 est similis triangulo zhn . Ergo proportio bm ad hn est
 sicut proportio am ad zn . Et secundum similitudinem
 10 huius probationis demonstravit, quod triangulus $bm g$ est
 similis triangulo hnt , et quod proportio $\langle bm$ ad hn est
 sicut proportio $\rangle gm$ ad tn . Cum ergo abstulerimus medium,
 remanebit proportio am ad zn sicut proportio mg ad nt .
 Cum ergo permutaverimus, erit proportio am ad mg sicut
 15 proportio zn ad nt . Sed proportio am ad mg est sicut
 proportio trianguli abm ad triangulum gbm , et proportio zn
 ad nt est sicut proportio trianguli zhn ad triangulum hnt :
 ergo proportio trianguli abm ad triangulum $bm g$ est sicut
 proportio trianguli zhn ad triangulum hnt . Sed proportio am
 20 ad mg est \langle etiam \rangle sicut proportio trianguli ame ad tri-
 angulum emg et sicut proportio trianguli abm ad tri-
 angulum $bm g$, et proportio coniunctionis duorum antece-
 dentium ad coniunctionem duorum consequentium est sicut

3—4. similis erit] summi lateri. — 16. quod proportio. —
 20. amg .

proportio antecedentis ad antecedens: ergo proportio trian-
 guli abm ad triangulum $bm g$ erit sicut proportio totius
 trianguli abe ad totum triangulum gbe . Et similiter pro-
 portio trianguli zhn ad triangulum nht erit sicut pro-
 portio totius $\langle \text{tri} \rangle$ anguli zhl at totum triangulum htl . 5
 Sed proportio trianguli abm ad triangulum $bm g$ est sicut
 proportio trianguli zhn ad triangulum nht : ergo proportio
 totius trianguli abe ad totum triangulum bge est sicut
 proportio totius trianguli zhl ad totum triangulum hlt .
 Cum ergo permutaverimus, erit proportio trianguli abe 10
 ad triangulum zhl sicut proportio trianguli bge ad tri-
 angulum htl . Et similiter ostendam, quod proportio tri-
 anguli bge ad triangulum htl est sicut proportio tri-
 anguli gde ad triangulum tkl ; et ita etiam ostendam, quod
 proportio trianguli bge ad triangulum htl est sicut pro- 15
 portio trianguli abe ad triangulum zhl : ergo proportio
 trianguli abe ad triangulum zhl : est sicut proportio trianguli
 beg ad triangulum htl , et sicut proportio trianguli ged ad
 triangulum tkl . Sed proportio unius antecedentium ad
 comparem suum ex consequentibus est sicut proportio 20
 omnium antecedentium ad omnia consequentia: ergo pro-
 portio trianguli abe ad triangulum zhl est sicut pro-
 portio totius superficiei $abgde$ ad totam superficiem $zhtkl$.
 Sed proportio trianguli abe ad triangulum zhl est sicut
 proportio lateris ab ad latus zh duplicata: ergo proportio 25
 superficiei $abgde$ ad superficiem $zhtkl$ est sicut proportio
 lateris ab ad latus zh duplicata; et illud est, quod de-
 monstrare volumus.

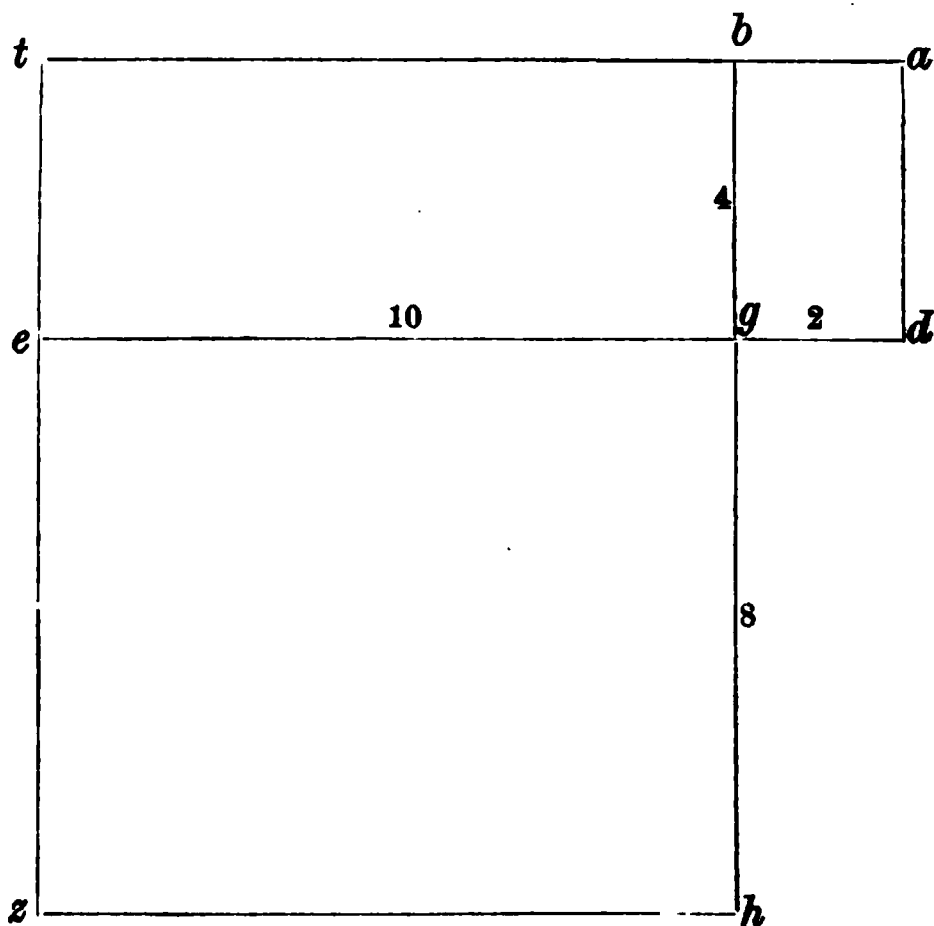
In vicesima $\langle \text{figura} \rangle^1$) non ob aliud fit triangulus,

20. comparem] corpatem. — 29. vicesima iteratur.

1) EUCLIDES VI, 20 (id est VI, 21 CAMPANI; VI, 22 HEIBERGH):
*Si fuerint quotlibet lineae proportionales atque super binas et binas
 similes superficies designentur, ipse quoque superficies erunt pro-
 portionales. Si vero super binas et binas similes superficies con-
 stitute fuerint proportionales, ipsas quoque lineas proportionales
 esse necesse est.*

nisi quia, cum triangulorum anguli fuerint equales, latera erunt proportionalia. In parallelis autem grammis non contingit illud.

De vicesima quinta figura.¹⁾ Multiplicatio proportionis et aggregatio proportionis non est nisi proportionum ad invicem multiplicatio. Exempli causa ponam,
 10 ut bg et gh et dg et ge sint ex quantitatibus communicantibus, quas omnes
 15 mensuretcubitus, et ponam, ut bg sit quatuor cubitorum, et gd duorum cubitorum,
 20 et gh sit octo cubitorum, et ge decem cubitorum. Superficiem



igitur ag numerat superficies equidistantium laterum, cuius
 25 unumquodque latus est unius cubiti, et anguli sunt equales angulis superficiei ag , octies; quod illa eadem superficies numerat superficiem gz octuagesies: superficies igitur ag est decima superficiei gz . Cum ergo multiplicaverimus numerum, a quo denominat^{ur} proportio bg ad gh , que
 30 est medietas, ^{<in>} numerum dominantem proportionem dg

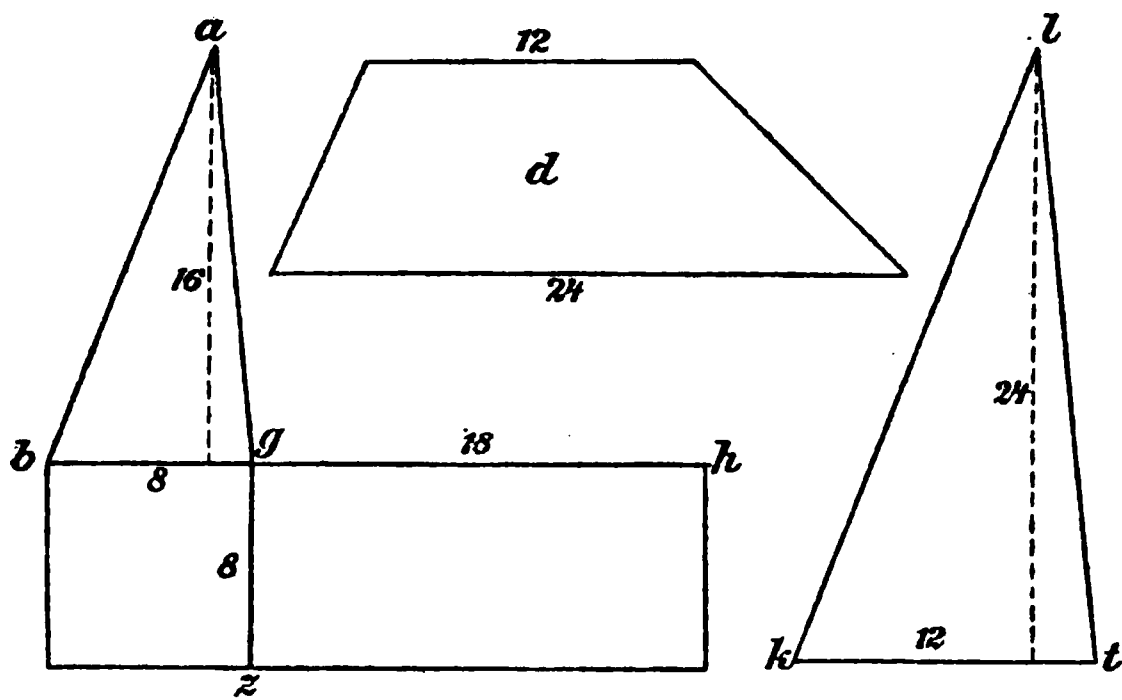
2. erunt] eius. — 25. anguli *iteratur*. — 30. denominationem.

1) EUCLIDES VI, 25 (id est CAMPANI VI, 24; HEIBERGH VI, 23): *Omnium duarum superficierum equidistantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius equalis, proportio alterius ad alteram est, que producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.*

ad ge , que est quinta, erit, quod congregatur, decima; et illud est, quod demonstrare volumus.

Quod sequitur, addendum figure vicesime sexte huius partis.¹⁾

Sit itaque huius figure exemplum secundum numeros. 5
Ponam ergo superficiem trianguli abg sexaginta quatuor,



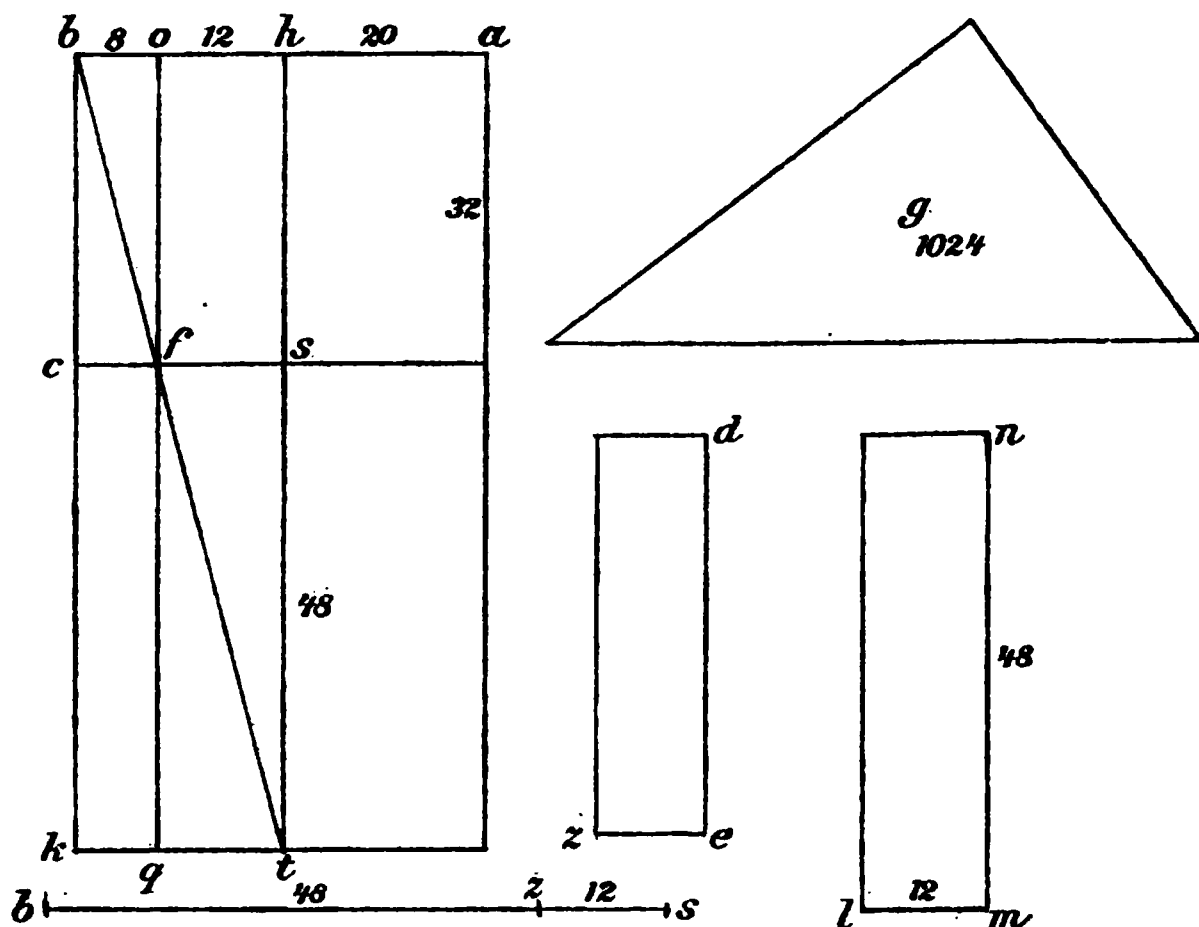
et basim eius bg octo. Cum ergo adiunxerimus ad bg superficiem rectorum angulorum equalem superficiei trianguli abg , erit latus eius secundum, quod est gz , octo cubitorum, erit ergo parallelogrammum bgz equilaterum. Ponam 10 autem figuram aliam $\langle d \rangle$, cuius tota superficies sit centum quadraginta quatuor cubitorum. Cum ergo adiunxerimus eam ad gz , erit latus eius secundum, quod est gh , decem et octo ex numeris. Si igitur protraxerimus inter duas lineas bg et gh lineam terciam eis proportionalem, que 15 sit inter eas, et sit sicut linea tk , erit linea tk duodecim cubitorum. Cum ergo fecerimus supra kt triangulum similem triangulo abg , erit perpendicularis eius viginti quatuor cubitorum. Quod inde est, quia proportio per-

5. numerum. — 11. centrum. — 13. ea. — 15. eius.

1) EUCLIDES VI, 26 (id est VI, 25 CAMPANI et HEIBERGH):
Date superficiei similem aliquae propositae equalem designare.

pendicularis trianguli abg ad perpendicularem trianguli tkl \langle est \rangle sicut | proportio lateris bg ad latus tk ; et illud est, 38 quod demonstrare volumus.

Quod sequitur, additum est figure vicesime
5 octave \langle huius \rangle partis.¹⁾ Impossibile est, ut ad omnem



lineam omnes superficies adiungantur inveniens ex comple-
mento lineae superficiem similem superficiei rectorum angu-
lorum date, nisi posquam positum fuerit, quod superficies,
quam adiungere volumus, non sit maior, superficie ad-
10 iuncta ad medietatem lineae date simili diminute, quemad-
modum dixit. Neque enim premisit figuram, quae est ante
istam, nisi secundum hanc eandem intentionem. Ponam

1) EUCLIDES VI, 28 (id est CAMPANI VI, 27; HEIBERGII VI, 28):
*Trilatera superficie proposita equum ei super quamlibet assigna-
tam lineam parallelogrammum designare, cui desit ad complen-
dam lineam alii superficiei propositae simile parallelogrammum,
quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimi-
dium date lineae collocato minime maius existat. Ex textu ad-
ditionis ANARITHI patet, eum etiam legisse: „trilatera superficie“,
non ut in textu HEIBERGII: „figura rectilinea“.*

itaque ipsam secundum numeros, ut ex eorum exemplo manifeste declaretur. Ponam ergo, ut tota superficies trianguli g sit mille viginti quatuor cubitorum, et ponam, ut longitudo lineae ab sit quadraginta cubitorum, et ut longitudo lateris de sit quadruplum lateris ez : erit ergo 5 linea ah viginti cubitorum. Cum ergo adiunxerimus ad lineam ah superficiem similem superficiei dz , que est superficies at , manifestum est quod linea ht , que est equalis bk , erit octoginta cubitorum. Cum igitur fuerit proportio de ad ez sicut proportio th , que est equalis bk , ad ah , et de 10 est quadruplum ze , necesse erit, ut ht <sit> quadruplum < ha >, ergo ht est octoginta cubitorum. Positum autem est, quod ah est viginti cubitorum: superficies igitur at est mille et sexcentorum cubitorum. Sed ipsa est maior triangulo g . Ponam igitur augmentum eius supra tri- 15 angulum g superficiem nl similem superficiei dz , quod quidem constat secundum probationem figure vicesime sexte huius partis. Manifestum est igitur, quod necessarium, ut latus mn sit quadruplum lateris ml . Latus igitur mn est quadraginta octo cubitorum <et lm duodecim cubi- 20 torum, et superficies nl erit quingentorum cubitorum> et septuaginta sex. — Secundum numerorum partem volo ostendere, qualiter duo numeri aut due lineae reperiantur, quorum unus erit altero quadruplus, et sit superficialis, qui provenit ex multiplicatione unius eorum in alterum, 25 quingenti et septuaginta sex. Ponam itaque duas lineas, <ut> bz in zs sint quingenti et septuaginta sex. Cum ergo diviserimus bz in quatuor sectiones, erit multiplicatio cuiusque sectionis in zs centum quadraginta quatuor, ergo zs erit duodecim, et bz quadraginta octo. Iam ergo inveni- 30 mus, quod voluimus. — Complebo itaque superficiem ak . Superficies igitur hk est equalis superficiei at , et est mille et sexcentorum cubitorum. Secabo igitur ex linea ht

2. manifestum. — 5. longitudo lateris ed sit quadruplum.
 — 16. superficies nl . — 19. laterum ml . — 22. sexaginta. —
 26. quingenta et sextuaginta. — 27. quingenta et sextuaginta.
 — 29. centrum.

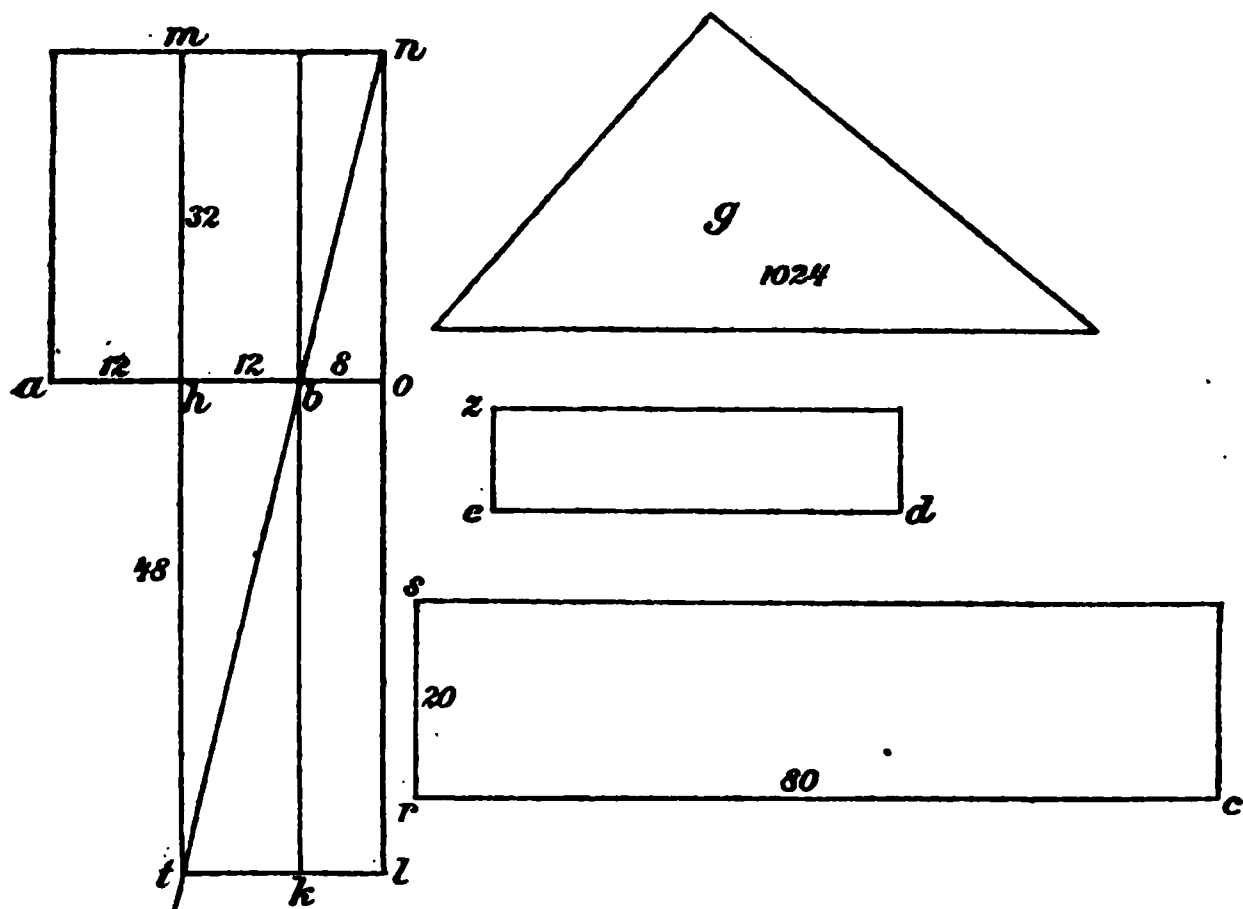
lineam ts , quam ponam equalem lineae mn , et tq equalem ml ,
et protraham diametrum bt , et complebo superficies hf ,
 fb , fk . Superficies itaque qs est quingenti septuaginta
sex, remanet ergo gnomon $hffk$ mille et viginti quatuor.
5 Sed ah est viginti cubitorum, et ho duodecim cubitorum,
ergo oa est triginta duorum cubitorum, et etiam fo est
triginta duorum cubitorum, quoniam fq est quadraginta
octo, et bo est octo cubitorum. Iam ergo adiunxerimus
ad lineam ab superficiem af equalem triangulo g , que
10 est mille et viginti quatuor, inveniens ex completionem lineae
superficiem fb similem superficiei zd , quod ideo est, quo-
niam latus mn est quadruplum lateris ml , et similiter
latus fo est quadruplum lateris bo ; et illud est, quod
demonstrare volumus. Quod si contingeret, ut triangulus g
15 \langle esset equalis \rangle aut plus mille sexcentis cubitis, quorum
superficies est at , non esset possibile, ut ad lineam ab
adiungeretur superficies equalis ei, et numeret ex comple-
mento eius superficiem oc , et esset fo quadruplum bo , nisi
foret proportio fo ad ob sicut proportio de ad ez secundum
20 illud maior. Sicut si esset superficies trianguli g duorum
milionum cubitorum, tunc necessarium esset, ut ab esset
minor centum cubitis, et similiter reliquorum operum pars
se habet. Sed \langle si \rangle dz fuerit quadratum sive diversorum
laterum, probatio uno modo erit, \langle et \rangle eodem modo, sive
25 quadratum fuerit rectorum angulorum sive diversorum.

De figura vicesima nona.¹⁾ Quod oportet ad-
iungi figure vicesime nonae huius partis, est illud, quod

3. quinginta. — 9. equale. — 15. plus] plurimum. — cubi. —
20—21. duo milionum. — 26. De figura vicesima nona iam ante
verba Sed si dz in linea 6 invenitur.

1) EUCLIDES VI, 29 (CAMPANI VI, 28; HEIBERGII VI, 29):
Super datam lineam date superficiei trilatere equum parallelo-
grammum constituere, quod addat super completionem date lineae
superficiem equidistantium laterum date superficiei equidistantium
laterum similem. — Hic quoque textus HEIBERGII habet: „figura
rectilinea“, loco: „superficies trilatera“.

sequitur, et quod sic nos probationem faciemus cum numerorum exemplo. Sit igitur linea ab viginti quatuor, et hb sit medietas, scilicet duodecim, et sit triangulus g mille et viginti quatuor, et sit latus superficiei dez similis ad-
dite, quod est latus de quadruplum ez . Cum ergo ad-
iunxerimus ad lineam hb superficiem similem superficiei dz et equalem superficiei g , erit th quadruplum bh , que est



duodecim, ergo $\langle ht \rangle$ erit quadraginta octo. Superficies igitur hk est quingentorum cubitorum et septuaginta sex cubitorum. Cum ergo dividerimus, $\langle et \rangle$ fecerimus super-
ficiem equalem \langle aggregato ex triangulo g et superficie hk
et similem \rangle parallelogrammo dez , que sit superficies cs ,
manifestum est, quod necessarie erit, ut sit latus cr
quadruplum rs : ergo erit linea cr octoginta cubitorum, et
linea rs erit viginti cubitorum. Quod si quesierimus illud
secundum partem numerorum aut quantitatum, inveniemus
illud $\langle eo \rangle$ modo, quo fecimus in figura precedente: ergo cr

est octoginta et rs viginti, et tm est octoginta cubitorum, et tl est viginti cubitorum: ergo superficies lm est mille et sexcentorum cubitorum. Cum igitur acceperimus ex ea superficiem kh , que est quingentorum et septuaginta sex
 5 cubitorum, remanebit gnomus $lbmn$ mille viginti quatuor cubitorum, que est equalis triangulo g . Sed gnomus est equalis superficiei an , ergo superficies an est mille et viginti quatuor cubitorum, et simul super lineam ab erit superficies bn , que est similis superficiei dz , quod ideo
 10 est, quoniam ob est octo, et on est triginta duo, quod est quadruplum ob ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

De figura tricesima.¹⁾ Idem est, sive sit superficies ad orthogona sive non, quoniam illud, quod est necessarium, non est, nisi ut sint latera equalia. Iam quod
 15 dixit, ut sit illud, quod additum, simile superficiei, id est ad , <sufficit>, quoniam hoc communiter <dicitur>, eam rectorum angulorum esse. Quod si aliter intentio esset, nisi ad foret rectorum angulorum, esset eius dictum in addito: oportet, ut sit quadratum rectorum angulorum.

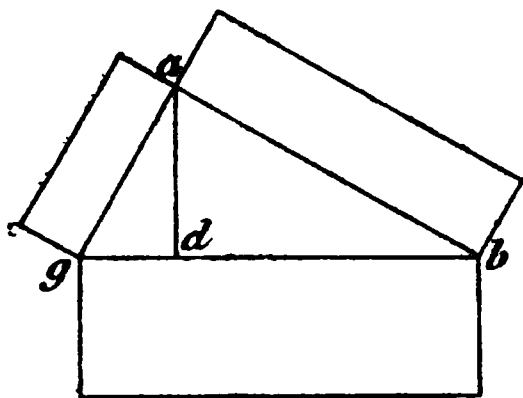
De tricesima secunda figura.²⁾ Testimonium eius ita est. Quod proportio prime gb ad terciam bd , cum sit <sicut> proportio similis adiuncte ad primam, que est gb , ad similem adiunctam ad secundam, que est ba ; et similiter proportio prime, que est bg , ad terciam, que
 25 est gd , est sicut proportio similis adiuncte ad primam, que est bg , ad similem adiunctam <ad> secundam, que

8. erunt. — 16. quoniam] quam.

1) EUCLIDES VI, 30 (CAMPANI VI, 29; HEIBERGII VI, 30): *Quamlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium et duo extrema secare.*

2) EUCLIDES VI, 32 (CAMPANI et HEIBERGII VI, 31, quare ANARITHUM propositionem VI, 30 CAMPANI in eadem loco legisse patet): *In omni triangulo rectangulo superficies lateris, quod subtenditur angulo recto, equalis est superficieribus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis, cum fuerint similes ei in lineatione et creatione.*

est ga ; et quia proportionalitas laterum quantitatum est solum prime, que est bg , et quinte gd , et tercię, que est similis adiuncta ad bg , et quarte, que est similis adiuncta ad da , et quinte, que est similis adiuncta ad ba , et etiam prime bg et quinte gd , et tercię, 5 que est similis adiuncta ad bg , et sextę, que est similis adiuncta ad ga : dicimus, quod proportio prime, . que est gb , ad secundam, que est gd , est sicut pro- 10 portio tercię, que est similis adiuncta ad bg , ad quartam, que est similis adiuncta ad da ; et



etiam proportio prime $\langle bg \rangle$ ad gd quintam est sicut proportio similis adiuncte ad bg , que est tercię, ad similem 15 adiunctam ad ag , que est sextę. Secundum id igitur, quod precessit in probatione figure vicesime quarte quintę partis, erit proportio prime ad secundam \langle et quintam \rangle coniunctas sicut proportio tercię ad quartam et sextam coniunctas. Deinde redeam ad conversionem et ad figuram 20 vicesimam quartam quintę partis, scilicet quod prima est ea, quam diximus, gb , et secunda et quinta sunt bd et dg , et tercię est similis adiuncta ad bg , et quarta et sexta sunt similes adiuncte ad ba et ga : si igitur prima est equalis secunde et quintę, tercię est equalis quarte et 25 sextę; et illud est, quod demonstrare volumus.

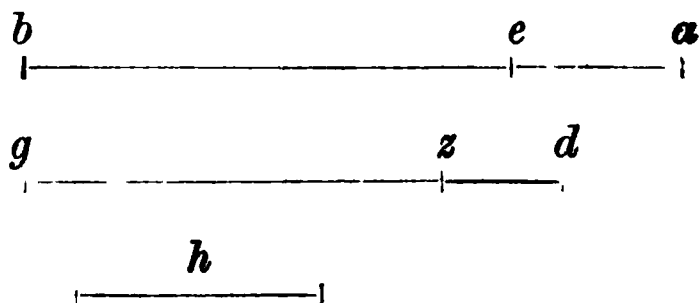
20. reddam et conversione.

INCIPIT EXPOSITIO ANARITHI SUPER SEPTIMUM GEOMETRIE EUCLIDIS.

Ipsius tamen elementa non reperi, neque primum theorema, quoniam deerat primum folium in exemplari.¹⁾

5 Quod sequitur, figure secunde additum.²⁾ Iam etiam ostensum est quod omnis numerus existens minor numero maiore, qui numerat duos communicantes, numerat

numerum maiorem
10 communem, qui numerat eos. Quod inde est, quoniam numerus, qui est minor gz , cum fuerit <numerans> duos



15 numeros, ille numerat eb . Et similiter posuimus ipsum numerantem totum ba : ergo ipse <numerat> ab et gd . Tunc ipse numerabit etiam numerum gz , propter hoc, quoniam, cum numerus ille numerat gd , et gd numerat eb , ergo numerus numerat reliquum, ergo numerat dz : ergo
20 numerus ille numerat dz . Sed posuimus ipsum nume-

3. *Haec linea in Mscpto. ante lineam 1 legitur. — 10—11. quod iuvat eos. — 16—19. Verba: „ ab et gd numerus“ in margine leguntur et signo \therefore ad suum locum transferuntur.*

1) Maxime dolendum est, quod in textu originali unum folium deerat. Commentarius enim ad definitiones huius libri reliquias, ut videtur, Heronianas continebat.

2) EUCLIDES VII, 2: *Propositis duobus numeris ad invicem compositis maximum numerum communem eos numerantem invenire. Unde manifestum est, quod omnis numerus duos numeros numerans numerat numerum maximum ambos numerantem.*

rantem etiam gd , ergo ipse numerat gz , qui est maior numerus communis; et illud est, quod demonstrare voluimus.

YRINUS preterea in hac secunda figura partis septime dixit: Et ex hoc manifestum est, quod, cum fuerit numerus numeros numerans duos tunc ipse numerabit totum eorum, 5 scilicet omnes duos numeros; et etiam quod, cum fuerit numerus numerans numerum, quem pars eius numerat, tunc ipse numerabit reliquum eius.

In figura tertia¹⁾ dixit YRINUS: Non oportet existimari, ut possibile, tribus tantum numeris <non> primis 10 datis numerum communem invenire, sed quotcumque numeris propositis. Quod ideo est, quoniam iam probatum est, quod omnis numerus numerans alios numeros numerat maiorem communem numerantem eos. Cum ergo egerimus, quomodo egerit EUCLIDES, inveniemus numeris datis, 15 quotcumque fuerint numeri, maiorem communem numerantem eos.

De figura nonadecima partis septime.²⁾ Quod si fuerint tres numeri proportionales, erit multiplicatio primi in tertium equalis <multiplicationi> 20 secundi in se ipsum. Et similiter, cum fuerit <multiplicatio> primi in tertium equalis multiplicationi secundi in se ipsum, erunt numeri proportionales. Huius autem figure modus est sicut modus figure septime decime, quem quidem egebimus ad probationem figure 25

1. earum gd . — 7. partis. — 10. dicit primis. — 14. numerante. — 18. duodecima.

1) EUCLIDES VII, 3: *Propositis tribus numeris ad invicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium invenire.*

2) EUCLIDES VII, 19 (CAMPANI VII, 20): *Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producet, equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum producet, equum est ei, quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.* Conferas ad hanc additionem HERONIS, quae addit CAMPANUS ad hunc locum, et editionem EUCLIDIS Heibergianam vol. II p. 428—431: *Uulgo VII, 20.*

undecime <huius> partis; [et illud est, quod demonstrare volumus.]

Quod sequitur, additum est figure vicesime.¹⁾
 Iam igitur ostensum est, impossibile esse, ut minores numeri, qui sunt secundum proportionem aliorum numerorum, sint partes illorum numerorum. Quod si non fuerint partes eorum, erunt pars ipsorum, cuique eorum fuerint; pars erit, secundum quod in precedentibus ostensum est, minor minoris et maior maioris. Cuius exemplum sit <in> numeris, ut sit proportio trium ad quatuor, sicut est proportio novem ad duodecim, neque est possibile, ut secundum proportionem novem ad duodecim sint duo minores numeri quam tres et quatuor, minor quorum numerat minorem secundum quantitatem, qua maior numerat maiorem, quoniam tres numerat novem secundum numerum vicium, quibus quatuor numerat duodecim. Si quis ergo dixerit, quia proportio trium ad novem est sicut proportio quatuor ad duodecim, ergo erunt tres <et> novem duo minores numeri secundum proportionem quatuor ad duodecim, et tamen tres sunt partes quatuor, sicut novem duodecim; dicam tunc, quod hoc est impossibile. Quod inde est, quoniam proportio unius ad tres est sicut proportio numerorum, qui sunt secundum hanc <proportionem>, scilicet secundum proportionem quatuor ad duodecim, et est minor, qui est unus, pars minoris, qui est quatuor, sicut est maior, qui est tres, pars maioris, qui est duodecim. Hec igitur figura est, que est adiungenda theoremati.

4—5. minorem numerum quod. — 6. sicut partes. — 9. sit numerus. — 13. minor quoque. — 18. ergo erit. — 25. quod est unius partis. — 25—26. est pars maior qui est tres maioris. — 26—27. igitur gratia figura.

1) EUCLIDES VII, 20 (CAMPANI VII, 21): *Numeri secundum quamlibet proportionem minimi numerant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.*

INCIPIIT EXPOSITIO LIBRI OCTAVI.

Quod sequitur, secundo additur theoremati.¹⁾

Iam vero ostensum <est>, quod, cum minores numeri secundum proportionem unam fuerint constituti, si fuerint tres, tunc duo extremi erunt quadrati; quod si fuerint 5 quatuor, duo extremi erunt cubi. Ponam itaque horum exemplum secundum numeros. Sit ergo proportio data in proportionem addente medietatem, et sunt duo minores numeri, qui sunt secundum hanc proportionem, numeri duo et tres, quoniam tres sunt equales duobus et medietate ipsorum. 10 Cum ergo multiplicaverimus duos in se, proveniunt inde quatuor, et cum multiplicaverimus duo in tres, aggregabunt in sex, et cum multiplicaverimus tres in se, aggregabunt novem: numeri ergo quatuor et sex et novem sunt continui secundum proportionem duorum ad tres. Quod 15 etiam, cum multiplicaverimus duo in tres numeros, scilicet in quatuor et sex <et> novem, aggregabunt in octo et duodecim et decem et octo; tres quoque cum multiplicaverimus in novem, provenient viginti et septem. Quatuor ergo numeri sunt secundum proportionem duorum ad tres, 20 quorum duo extremi, scilicet octo et viginti septem, sunt cubi; et duo extremi trium numerorum scilicet quatuor et novem, sunt quadrati. Sed si vellemus, ut essent in proportionem dupli, accipiemus unum et duos. Est igitur proportio unius ad duos proportio dupli. Unus igitur in se 25

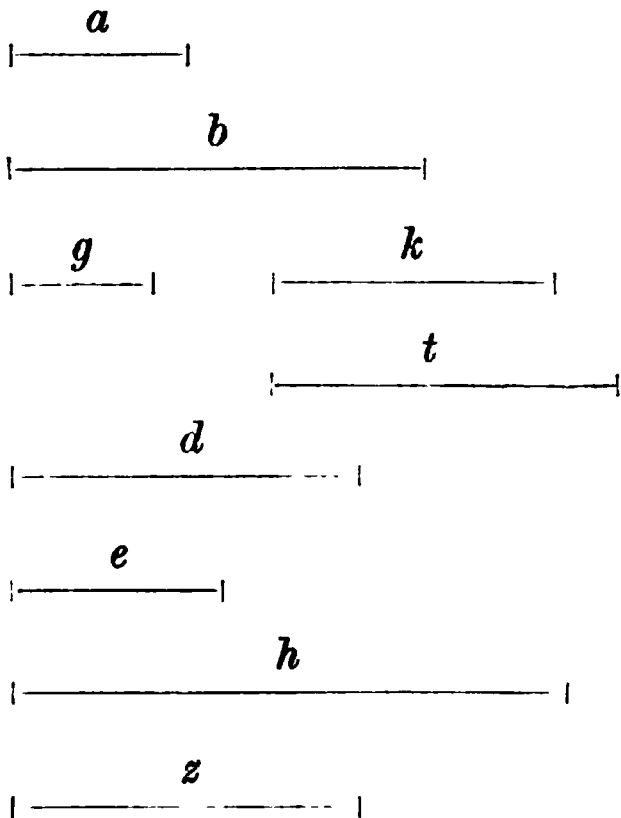
6. cbi. — 16. duos et tres. — 18. tes. — 19. in novem] in uno \overline{nc} .

1) EUCLIDES VIII, 2: *Numeros quotlibet continue proportionalitatis secundum proportionem datam minimos invenire. Unde manifestum est, quod, si fuerint tres numeri continue proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati; quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.*

est unus, qui <est> quadratus, et duo in duos sunt quatuor, qui similiter est quadratus; et illud est, quod demonstrare volumus. [Hec autem figura iam precessit.]

Quod sequitur, theoremati quinto decimo
5 octave partis additur.¹⁾

Et etiam ponam, ut latus g numerat latus d : dico igitur, quod cubus a numerat cubum b . Si igitur dispositione probationis manente
secundum dispositionem prime
10 probationis eum fecero, illud ostendetur, sicut ostensum est prius, quod numeri a , t ,
 k , b sunt continui secundum
proportionem g ad d . Sed
15 proportio g ad d est sicut
proportio cubi a ad solidum
 t , et positum est, ut latus g
numerat latus d : ergo cubus
 a numerat solidum t . Sed
20 cum numeri fuerint continui
secundum proportionem unam,
et fuerit primus numerans
secundum, tunc ipse etiam
numerabit alium. Sed a primus numerat t secundum,
25 ergo ipse etiam numerat b postremum: ergo cubus a
numerat cubum b ; et illud est, quod demonstrare volumus.



Additio vero, quam YRINUS addidit post figuram vicesimam quintam²⁾, est duarum figurarum,

4. decime. — 4—26. *In margine legitur: Hoc in fine mei continetur. Hoc vult intelligi, quod totum capitulum in suo EUCLIDIS exemplari legitur.*

1) EUCLIDES VIII, 15 (apud CAMPANUM VIII, 14): *Si cubus alium cubum numeret, latus quoque suum latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.*

2) EUCLIDES VIII, 25 (apud HEIBERGIIUM VIII, 27): *Omnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum sicut*

quarum una est hec: Cum fuerint duo numeri, quorum
 unius ad alterum proportio sit sicut proportio
 numeri quadrati ad numerum quadratum, ipsi
 erunt superficiales similes. Altera est: Cum fuerint
 duo numeri, quorum unius ad alterum proportio 5
 sit sicut proportio cubi ad cubum, ipsi sunt solidi
 similes. Harum autem probatio facilis, quoniam inter
 omnes duos numeros quadratos cadit numerus et continu-
 atur proportionaliter, ergo inter duos quadratos cadit
 numerus unus; et inter duos cubos cadunt <duo> numeri 10
 et continuantur proportionaliter. Igitur numeratio eius,
 quod cadit inter eos ex numeris, est sicut numeratio eius,
 40 quod | cadit inter omnes duos numeros secundum propor-
 tionem ipsorum: ergo cadit inter omnes duos numeros,
 qui sunt secundum proportionem duorum quadratorum, 15
 numerus unus; et inter duos numeros, qui sunt in pro-
 portione duorum numerorum cubicorum, duo numeri, et
 continuantur proportionaliter, et duo numeri, qui sunt
 secundum proportionem duorum numerorum quadratorum,
 sunt superficiales similes; et duo numeri, qui sunt secun- 20
 dum <proportionem> duorum numerorum cubicorum, sunt
 solidi <similes>, et illud est, quod demonstrare voluimus.

2 — 3. proportio unius quadrati. — 4. latera est. — 15.
 quod sunt.

alicuius cubi ad aliquem cubum. Haec duae propositiones HERONIS,
 ultimae, in quibus eius mentio fit, conversas praebent huius et
 immediate antecedentis propositionis EUCLIDIS.

INCIPIT EXPOSITIO LIBRI NONI.

Figurarum primam¹⁾ et secundam²⁾ non e partis sequitur hoc, scilicet, quod illud, quod aggregatur ex multiplicatione cuiuslibet numeri quadrati in numerum quadratum, est numerus quadratus³⁾, quod inde <est>, quoniam omnes duo numeri quadrati <sunt> superficiales similes. Ostensum est autem in figura prima <huius partis>, quod omnium numerorum superficialium similium, quod ex unius in
10 alterum multiplicatione provenit, est numerus quadratus: ergo superficialis, qui provenerit ex multiplicatione unius omnium duorum quadratorum in alterum, est quadratus.

Ostendam quoque, quod, si aliquis numerus multiplicatur in quemlibet <numerum> quadratum, et numerus, qui ex multiplicatione provenit, sit quadratus, numerus, qui in eum multiplicatur, est quadratus.⁴⁾ Ponam itaque, ut numerus a sit quadratus, in quem multiplicetur numerus b , et aggregetur ex multiplicatione numerus g , qui sit quadratus: dico

10. alteram. — 11. quod provenit. — 16. quod in eum.

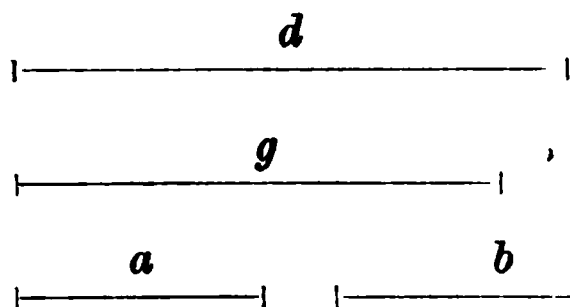
1) EUCLIDES IX, 1: *Si fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu unius in alterum producentur, numerum quadratum esse necesse est.*

2) EUCLIDES IX, 2: *Si ex ductu alterius in alterum tetragonus producat, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.*

3) Videas CAMPANI corollarium ad IX, 2: *Ex his itaque patens est, quia, si tetragonus in tetragonum ducatur, qui ex eis producentur, tetragonum esse.*

4) Ibidem: *Si vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus fit, illum numerum aliquem tetragonum esse.*

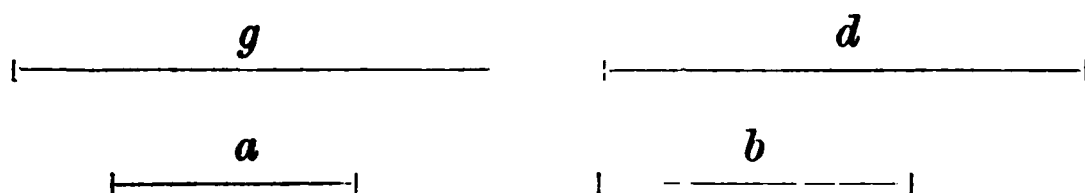
igitur, quod b est quadratus. Probatio eius, quoniam numerus a multiplicatur in se ipsum et aggregetur quadratus d ; et quadratus a iam multiplicatus fuerit in numerum



b , et aggregatus fuerat quadratus g : ergo proportio a ad b est sicut proportio d ad g . Ergo inter duos quadratos d et g cadit numerus unicus, qui cum duobus quadratis d 10

et g fit continuus secundum proportionem unam, ergo inter duos numeros a et b cadit numerus unicus, qui cum eis fit continuus secundum proportionem unam. Sed numerus a est quadratus, ergo numerus b tertius est quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus. 15

Manifestum est etiam, quod, cum numerus quadratus in aliquem numerum multiplicatur, et constat, quod inde aggregatur numerus non quadratus, tunc etiam ille numerus est non quadratus.¹⁾ Exempli causa sit numerus a quadratus, qui multiplicetur 20 <in> numerum b , et aggregetur numerus g , qui non sit



quadratus: dico igitur, quod etiam numerus b est non quadratus. Probatio eius, quoniam numerus a est quadratus, et ex eius multiplicatione in se provenit quadratus d , et etiam ex multiplicatione eius in b aggregatur < g >: 25 ergo proportio a ad b est sicut proportio d ad g . Sed d est quadratus, <et g est non quadratus>, ergo duo numeri

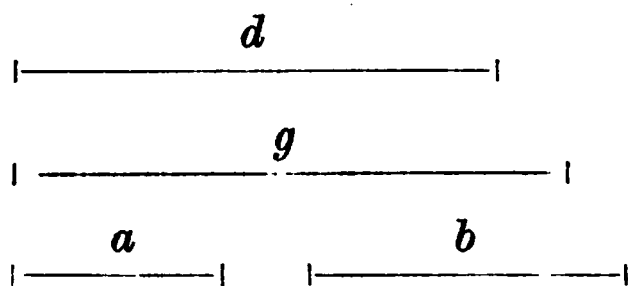
4. fuerit. — 9—10. quod cum. — 24. et sex eis.

1) Ibidem: *Itemque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat, eum numerum aliquem non tetragonum esse.*

d et g sunt superficiales non similes. Non est ergo possibile, ut cadat inter eos numerus, et fient tres numeri secundum proportionem \langle unam \rangle . Impossibile est ergo, quod cadat inter duos numeros a et b numerus, et fient tres numeri continui proportionales. Duo igitur numeri a et b non sunt superficiales similes. Sed numerus a est quadratus, ergo numerus b est \langle non \rangle quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Ostendam etiam, quod, cum numerus quadratus multiplicat numerum non quadratum, qui inde aggregatur, est numerus non quadratus.¹⁾ Probatio eius, ut redeamus ad figuram, et sit a quadratus, et b non quadratus, et aggregetur ex multiplicatione unius

eorum in alterum superficialis g , et sit numerus d quadratus a . Et quia numerus a est quadratus, et numerus b



non quadratus, ergo duo numeri a , b sunt superficiales non similes. Non igitur cadit inter eos numerus tercius, ut fiant tres numeri continue proportionales, non ergo etiam inter duos numeros d et g cadit numerus tercius, \langle ut \rangle continuantur tres numeri proportionaliter: \langle ergo \rangle duo numeri d et g non sunt duo numeri superficiales similes. Sed numerus d est quadratus, ergo numerus g est non quadratus; et illud est, quod demonstrare voluimus,

Quod sequitur, additum est figure sexte.²⁾ Ex hac figura, quam premisi, ostendam, sicut ostendimus \langle in \rangle quadratis, quod, cum numerus cubicus in nume-

1. non similes *iteratur*. — 10. multiplicatur. — 23. tres numeros.

1) Ibidem: *Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producet, non tetragonum esse necessé est.*

2) EUCLIDES IX, 6: *Si ex ductu cuiusdam numeri in se ipsum cubus producat, eum esse cubum necessario comprobatur.*

rum non cubicum multiplicatur, superficialis, qui inde aggregatur, est non cubicus. Et, cum numerus [non] cubicus multiplicat numerum, et quod inde provenit, est non cubicus, tunc numerus, in quem fuit multiplicatus, est non cubicus; et illud est, 5 quod demonstrare volumus.

Quod sequitur, figure duodecime additum est.¹⁾ Ostensum est, quod, <si> omnes duo numeri incommunicantes <sunt> minores numeri secundum proportionem, et sunt numerantes omnes duos numeros secundum 10 proportionem suam equaliter minor minorem et maior maiorem, necesse <est>, ut numeri positi sint quatuor, quatinus cum numerus primus numeravit tertium, sic secundus numerus numerat quartam, et quod primus et secundus sint incommunicantes. Probatio . . . tantum 15 proveniunt numeri, qui sunt numeri e , t , a . Sed ipsi sunt proportionales, et primus et secundus sunt incommunicantes. Dicit ergo aliquis, quod primus numerat secundum, et non est necesse nisi, ut numerat tertium, ergo convenit, ut numerus a in duobus ponatur locis, donec proveniat 20 numerus quartus. Ergo erit proportio numeri primi e ad numerum equalem numero a , qui est secundus, sicut numerus tertius a ad numerum t quartum. Sed numerus e <est> incommunicans numero a posito equali numero a , ergo ipsi numerant duos numeros secundum proportionem suam minor 25 minorem et maior maiorem equaliter, ergo numerus e primus numerat numerum a tertium. Sed iam fuit ei incommunicans, quod est impossibile; et illud est, quod 40 demonstrare volumus. |

3. multiplicatur. — 8. Auctum est. — 12. sint] sicut. — 14. quoniam primus. — 15. Post Probatio certe lacuna statuenda est. — 23. tertia a .

1) EUCLIDES IX, 12: *In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.* An haec additio ad hanc propositionem, immo ad hunc librum pertineat, dubito.

| <Figura 13^a libri noni.¹⁾> Si fuerint numeri 50
 ab uno incipientes secundum proportionem unam continui,
 quotcumque sint, et fuerit ille, qui sequitur unum, primus:
 numerum, qui ex eis est maior, non numerabit nisi numerus
 5 ex eis.

Verbi gratia sint numeri a, b, g, d ab uno incipientes
 continui secundum proportionem unam, et sit numerus a
 sequens unum primus: dico, quod numerum d , qui est
 maior, non numerat nisi unus numerorum a, b, g . Pro-
 10 batio eius, quoniam non est possibile aliter esse. Sed si
 fuerit possibile, ut numerum d numeret numerus preter
 numeros a, b, g , ponam, ut sit numerus e numerans eum.
 Impossibile est igitur, quod numerus e [aut] sit numerus
 primus, sed compositus, quod quidem constat secundum
 15 probationem figure tricesime partis septime. Quod si
 statuerimus, ut numerus e sit primus, cum ipse numerat
 numerum postremum, qui est d , numerabit etiam numerum
 a , qui sequitur unum, et hoc secundum probationem figure
 undecime huius partis. Positum vero est, quod numerus
 20 a est primus numerus, <et e est> numerans ipsum, quod
 inconueniens est et impossibile. Numerus ergo e non est
 primus, ergo ipse est numerus compositus. Omnis autem

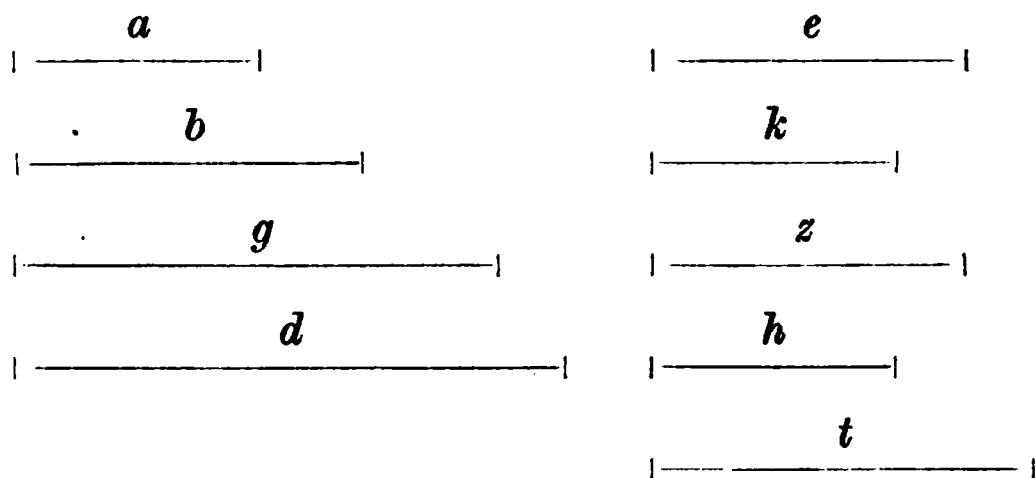
3. quodcumque. — fuerint. — 8—9. numerus d , quod est
 maiorum. — 14. aut compositus. — 15—16. si tacuerimus.

1) Haec propositio in Mscpto. addita est commentario X.
 libri in medio omnino aliarum considerationum, item propositio
 posterior IX, 36. Demonstrationes omnino eadem sunt cum
 EUCLIDEIS variationibus nullius paene momenti. Aut ergo folia
 permutata sunt in arabico originali — duae enim propositiones
 et in versione GHERARDI duas paginas, id est unum folium im-
 plent —, aut fragmentum genuinae versionis EUCLIDIS Gherardia-
 nae ibi conservatum est. Secundum equidem casum probabiliorem
 censeo. Has quoque propositiones, ut par erat, in contextum
 IX libri, ex quo depromptae sunt, ponere mihi visum est.
 Textus autem CAMPANI propositionis EUCLIDIS IX, 13 est: *Quot-*
libet numeris ab unitate continue proportionalibus, si, qui uni-
tatem sequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de
numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

numerus compositus omnino primo numeratur, quemad-
 modum ostensum est ex probatione figure vicesime none
 partis septime. Dico igitur, quod non est numerus primus,
 qui numerat e , preter a , nec fiat unus duorum numerorum
 b , g . Quod si numerus primus a non fuerit numerans e 5
 numerum compositum, igitur connumeret ipsum numerus
 alius preter a , sitque numerus k . Et quia k numerat e ,
 et e numerat d , ergo k numerat d . Sed numerus k est
 primus, et omnis numerus primus numerans postremum
 numerum numerat numerum, qui sequitur unum, ergo 10
 numerus k numerat numerum a , qui sequitur unum. Ipse
 vero est primus, hoc igitur est inconueniens et impossibile.
 Numerum ergo e <non> numerat numerus primus preter
 a , quoniam iam ostensum <est, quod> impossibile esset,
 ut numeret ipsum aliquis ex numeris primis. Numeri 15
 vero <primi> potentialiter sunt infiniti, et neque est ali-
 quis ex illis numeris numerans e numerum compositum,
 impossibile quoque est, quin omnis numerus compositus a
 numero primo numeretur. Solus autem numerus a est ex
 numeris primis, super quem non cadit probatio, quoniam 20
 ipse etiam numerat e . Cum ergo numeri primi sunt multi
 <et> infiniti potentialiter, et numerans a sit tantum, et
 omnes numeri primi intrant in his duabus divisionibus,
 scilicet numeri, qui sunt potentialiter infiniti preter
 numerum a tantum, et neque sit ex illis numeris primis, 25
 qui sunt infiniti, aliquis preter numerum a numerans
 numerum e , ergo numerus a est numerus primus, qui
 numerat numerum e . Sed numerus e numerat numerum
 d , sit ergo numerus z ex unitatibus secundum equalitatem
 eius, quo numerus e numerat numerum d : dico igitur, 30
 quod numerus z non est equalis uni ex numeris a , b , et
 quod ipse numerat numerum g . Probatio eius. Quoniam
 numerus e numerat d secundum equalitatem eius, quod
 est in numero z ex unitatibus, numerus e multiplicetur in

4. donec fiat. — 5. et non fuerit. — 8—9. et primus. — 15.
 numeris primis. — 17. illius. — 20. numeris primis. — 22. finiti.
 — 34. est multiplicatur.

numerus z , et aggregetur d . Sed numerus a multiplicetur in g , et aggregetur numerus d , ergo superficialis, qui fit ex e in z , equalis est superficiali, qui fit ex a in g . Ergo proportio a ad e est sicut proportio z ad g . Sed a 5 numerat e , ergo numerus z numerat g . Et dico etiam, quod numerus z non est equalis uni numerorum a , b , quoniam iam ostensum est ex probatione precedentis figure, quod, cum numeri ab uno incipientes secundum proportionem unam continuantur, tunc minor numerat maiorem 10 secundum aliquem numerorum illius proportionis. Sed numerus z non numerat d nisi cum quantitate unitatum



<numeri e , et> numerus e non est equalis uni ex numeris a , b , g , quoniam, si numerus z esset equalis uni numerorum a , b , g , esset z numerans d cum uno ex numeris 15 a , b : ergo numerus z non est equalis uni ex numeris a , b , g . Sed ipse non numerat eum cum uno eorum, neque numerat ipsum nisi secundum numerum e , qui nulli numerorum a , b , g equalis existit. Iam ergo ostensum est, quod numerus z nulli numerorum a , b est equalis. 20 Sed ipse numerat numerum g : numeret ergo ipsum secundum equalitatem eius, quod est in numero h ex unitatibus. Probabo itaque, quemadmodum probavi, quod numerus a numerat numerum z , et quod numerus h numerat numerum

2—3. fit ex g est e in z . — 7. precedenti. — 10—11. si numerus. — 11—12. unitatum est numerus c . — 22. Probatio. — quemadmodum probatio. — 23. numerum z , et quod numerus z , et quod numerus h .

b , et quod numerus h etiam <non> est equalis alicui
 numerorum a, b . Et quia h , sicut manifestum est, numerat
 b , ergo sit in t ex unitatibus secundum equalitatem eius,
 quo numerus h numerat b . Sed numerus h aut est
 primus aut compositus. Quod si h fuerit <primus>, cum 5
 ipse numerat b , numerabit etiam numerum a , quoniam
 ipse sequitur unum. Sed numerus a est primus, et
 numerus h numerat ipsum, quod omnino est inconveniens.
 Numerus igitur h non est primus, ergo ipse est compositus;
 ipsum itaque numerabit numerus primus. Dico autem 10
 impossibile esse, quod numeret ipsum numerus primus
 preter numerum a , quoniam, cum quilibet numerus primus
 numerat numerum h , et numerus h etiam numerat b , ergo
 ille numerus primus numerat numerum b , ergo ipse
 numerat numerum a , qui sequitur unum. Sed numerus 15
 a est primus et numerus numerat ipsum, quod est in-
 conveniens. Relinquitur igitur, ut numerum h non numerat
 aliquis ex numeris primis nisi numerus primus a . Dico
 igitur, quod numerus t non est equalis a , qui sequitur
 unum. Quod ideo est, quoniam numerus t non numerat 20
 b nisi secundum quantitatem eius, quod est in numero h
 ex unitatibus. Sed numerus h non est equalis numero a ,
 ergo numerus t non est equalis numero a , quoniam, si
 foret equalis ei, esset numerus h numerans numeros $b, g,$
 d . Sed ipse non est unus numerorum b, g, d , quoniam 25
 ipse numerat numerum b , ergo numerus t non est equalis
 numero a . Sed numerus h numerat b secundum equali-
 tatem eius, quod est in t ex unitatibus, ergo h multipli-
 cetur in numerum t , et aggregetur numerus b . Sed
 numerus a multiplicetur in se, et aggregetur numerus b , 30
 ergo quadratus a est equalis superficiali, qui fit ex t in
 h : ergo proportio a ad h est sicut proportio t ad a , quod
 ideo est, quoniam assumam duos numeros equales numero
 a ; ergo numerus a primus multiplicatur in numerum a
 quartum, et fit, quod provenit, equale ei, quod aggregatur 35

ex numero h secundo in numerum tertium t : ergo proportio primi, qui est a , ad numerum secundum h est sicut proportio numeri t terti ad numerum quartum a . Sed numerus primus a , qui sequitur unum, numerat
 5 secundum h , ergo numerus t terti numerat numerum quartum a . Sed numerus quartus a est equalis primo numero a , qui sequitur unum, ergo numerus t numerat numerum a , qui sequitur unum. Sed ipse est primus, et t non est equalis a , quod est inconueniens et impossibile.
 10 Iam ergo ostensum est, quod numeri incipientes ab uno | 51
 si proportionentur continue, et fuerit ille, qui sequitur unum, primus, non numerabit maiorem eorum nisi aliquis illorum numerorum; et illud est, quod demonstrare
 volumus. | 51

15 | Figura, que sequitur, addita est theoremati 40
 sexto decimo partis none.¹⁾

Omnium duorum numerorum, quorum unus in quotlibet dividitur sectiones, quod aggregatur ex multiplicatione unius duorum numerorum in
 20 alterum, equale est coniunctioni, que provenit ex multiplicatione numeri indivisi in sectiones numeri divisi.²⁾

Exempli causa sint
 duo numeri ab et
 25 gd , et sit gd divisus in duas sectiones supra punctum
 e : dico ergo, quod est multiplicatio <numeri ab in gd equalis multiplicationi numeri ab in ge et multiplicationi
 30 numeri ab in ed , cum coniunguntur. Probatio eius.

18. agregatur.

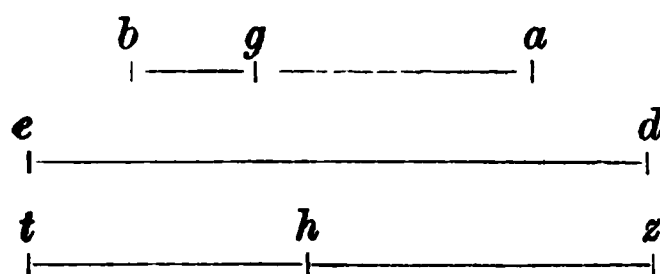
1) EUCLIDES IX, 16: *Si fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportionemini, quilibet ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.*

2) Videas additiones CAMPANI ad hanc propositionem. Haec additio eadem est ac propositio II, 1.

Quoniam ponam, ut, quod aggregatur ex ab in gd , sit hz ,
et quod aggregatur ex ab in ge , sit kl , et quod ex ab
in ed , sit lm . Ergo gd numerat hz secundum numerum
unitatum, qui est in ab , et ge numerat kl secundum
numerum unitatum ab , et ed numerat lm secundum
numerum unitatum ab : ergo coniunctio gd numerat km
secundum equalitatem eius, quod est in ab ex unitatibus,
ergo numerus km est equalis numero hz . Ergo super-
ficialis, qui provenit ex ab in gd , est equalis coniunctioni
duorum superficialium, qui continentur ab ab et ge et ab 10
et ed ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Figura alia addita theoremati sexto decimo
partis none.¹⁾

Omnis numeri in duas sectiones divisi coni-
unctio duorum superficialium, qui sunt ex toto 15
numero in unamquamque duarum sectionum,
equalis <est> quadrato numeri totius. Exempli



causa sit numerus ab in
duas sectiones divisus supra
punctum g : dico igitur, quod 20
duo superficiales facti ex ab
in bg et ex ba in ag , cum
coniunguntur, sunt equales

quadrato ab . Sit ergo quadratum ab , de , et superficialis
41 ab in bg sit th , et superficialis ba in ag sit hz : dico 25
igitur, quod numerus de est equalis numero tz . Probatio
eius. Quoniam numerus ag numerat numerum zh secun-
dum equalitatem eius, quod est in ab ex unitatibus, et
 bg numerat ht secundum illud, quod est in ab ex uni-
tatibus, et bg numerat ht secundum illud, quod est in ab 30
ex unitatibus, ergo bg et ga coniunctio numeraverit zh
et ht coniunctionem secundum equalitatem eius, quod est
in ab ex unitatibus. Sed bg et ga coniuncti sunt equales

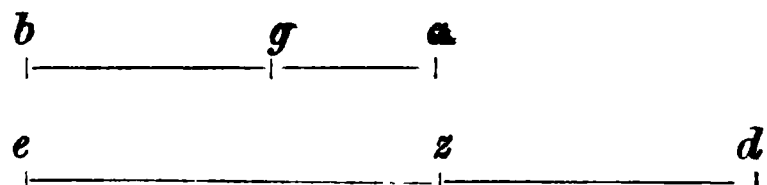
4. quod est. — 10. continent. — 26. numerus bg .

1) Ibidem. Vide etiam II, 2.

numero ab , et numeri zh et ht coniuncti sunt equales numero zt , ergo numerus ab numeret numerum zt secundum quantitatem eius, quod est in ab ex unitatibus, ergo numerus zt est equalis quadrato ab . Sed quadratus ab est de , ergo numerus zt est equalis de ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Alia Figura addita theoremati sexto decimo none partis.

Superficialis ab omni numero in duas sectiones 10 ones diviso et ab uno duarum sectionum equalis \langle est \rangle superficiali, qui fit ex una duarum sectionum in alteram, cum quadrato facto ex reliqua sectione.¹⁾ Exempli

causa sit numerus ab 15 divisus in duas sectiones supra punctum g :


dico igitur, quod superficialis factus ex ab in bg equalis est coniunctioni superficialis facti ex ag in bg cum quadrato facto ex numero 20 gb in se ipsum. Sit ergo superficialis factus ex ab in bg superficialis de , et numerus equalis superficiali ag in gb sit dz : dico igitur, quod quadratus gb est numerus ez . Probatio eius. Quoniam numerus gb numerat numerum de secundum equalitatem eius, quod est in ab ex unitatibus, sed ag numerat dz secundum equalitatem eius, quod 25 est in gb ex unitatibus, ergo remanebit ex unitatibus ab unitates gb , cum quibus gb numerat numerum ez : ergo numerus ez \langle est \rangle quadratus gb ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

30 Figura predicto theoremati addita.

Omnis numeri in duas sectiones divisi quadratus ex toto numero factus equalis est coniunctioni duorum quadratorum duarum sectionum et duplo

2—3. zt g quantitatem. — 26. remanet.

1) Ibidem. Confer etiam II, 3.

superficialis, que continetur ab una duarum sectionum cum altera.¹⁾

Exempli causa sit numerus ab divisus <in duas> sectiones supra punctum g : dico ergo, quod quadratus ab est equalis coniunctioni duorum quadratorum ag et gb 5 et duplo superficiali ag in bg .

b _____ g _____ a Probatio eius. Quoniam superficialis ab in bg est equalis superficiali ag in bg <cum quadrato bg , et superficialis ab in ag est equalis superficiali ag in gb > cum quadrato ag , 10 ergo coniunctio duorum quadratorum ag et gb cum duplo superficiali ag in gb est equalis coniunctioni duorum superficialium ab in bg et ba in ag . Sed coniunctio duorum superficialium ab in bg et ba in ag est equalis quadrato ab secundum illud, quod prius ostensum est, ergo quadra- 15 tum ab est equalis coniunctioni duorum quadratorum ab et gb <et duplo superficiali ag in gb >; et illud est, quod demonstrare volumus.

Vicesimo septimo²⁾ additur figura quedam, 41 sed, quia in libro valde erat corrupta, pretermisſa. | 20
51 | <Figura tricesima sexta libri noni>.³⁾

Si quilibet numeri continue accepti, qui ab uno incipientes secundum dupli proportionem existunt, aggregentur et unus cum iis, et fuerit ille totus numerus primus, deinde multiplicetur ille numerus primus in postremum numerum 25 aggregatum: numerus aggregatus ex multiplicatione erit numerus perfectus.

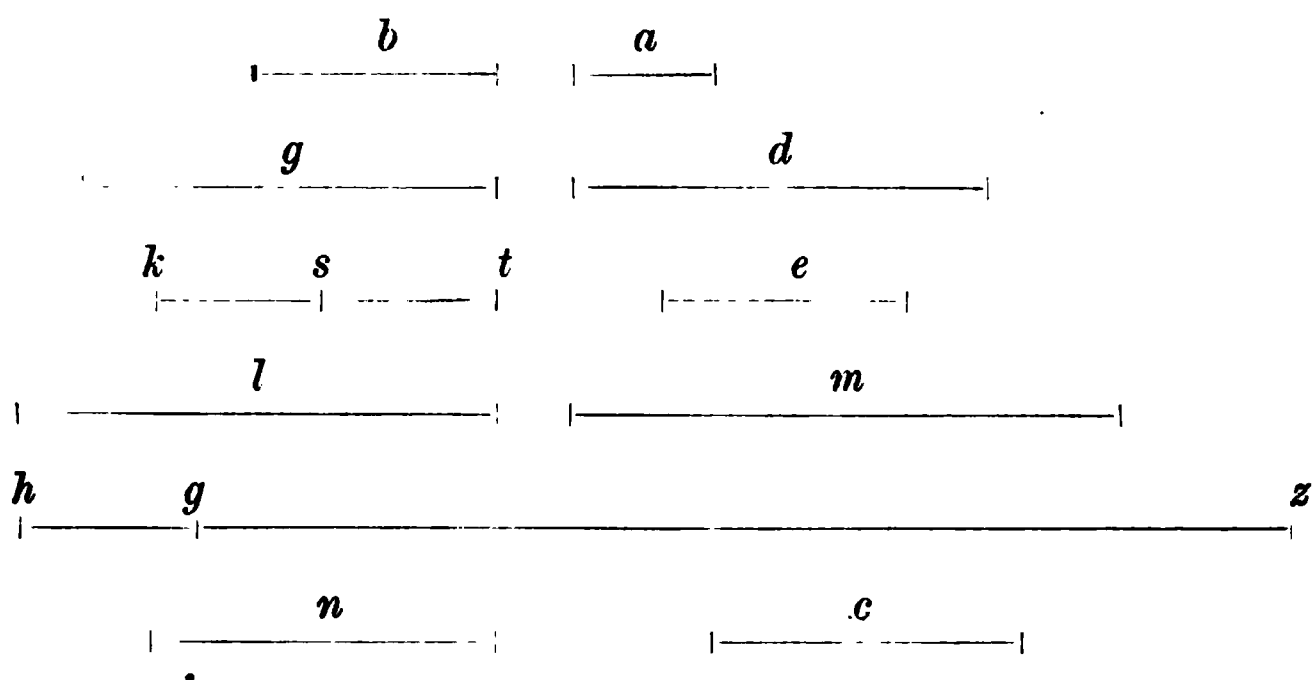
12. equalis est equalis. — 15. sicut est illud.

1) Haec quoque propositio invenitur in additionibus CAMPANI, estque = II, 4.

2) EUCLIDES IX, 27: *Si a numero impari numerum parem subtrahas, qui relinquitur, impar est.*

3) Videas p. 200 not. Textus theorematis apud CAMPANUM sic legitur: EUCLIDES IX, 39: *Cum coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli, qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.*

Exempli causa sint numeri a, b, g, d continui incipientes ab uno secundum proportionem duplam; deinde aggregentur et unus cum eis, et sit aggregatus numerus e , et sit numerus e primus, qui multiplicetur in numerum d , qui est postremus numerorum aggregatorum, et sit, quod aggregatur ex multiplicatione, numerus zh : dico igitur, quod numerus zh est perfectus. Probatio eius. Quoniam assumam numeros secundum proportionem a, b, g, d et secundum eorum numerationem continuos $\langle a \rangle$ numero e , qui sint numeri e et tk et l et m , ergo numeri a, b, g, d



sunt secundum proportionem numerorum e, tk, l, m et secundum eorum numerationem. Secundum equalitatem igitur erit proportio a ad d sicut proportio e ad m . Sed omnium quatuor numerorum proportionalium primi in quartum multiplicatio est equalis multiplicationi secundi in tertium, ergo superficialis, qui fit ex multiplicatione numeri e in numerum d , est equalis superficiali, qui fit ex multiplicatione numeri a in numerum m . Sed superficialis, qui fit ex e in d , est $z\langle h \rangle$, ergo superficialis, qui fit ex $\langle a \rangle$ in m , est zh . Sed a est duo, ergo zh est duplus numeri m , et numerus m est duplus numeri l , et numerus l est duplus numeri tk , et tk est duplus numeri

4. quod multiplicetur. — 16. quod fit.

e ; ergo numerus e et tk et l et m et zh sunt continui secundum proportionem unam. Si ergo ex secundo et ex postremo minuatur, quod sit equale primo numero, erit proportio remanentis ex secundo ad numerum primum sicut proportio remanentis ex postremo ad omnes numeros, 5 qui sunt ante ipsum, quemadmodum ostensum est ex probatione figure precedentis. Minuam itaque ex unoquoque duorum numerorum tk et hz , quod sit equale primo, qui est e , et sit ks et hg : ergo proportio remanentis ex numero tk , quod est ts , ad numerum e est 10 sicut proportio residui ex zh , quod est zg , ad omnes numeros m , l , tk , e . Sed numerus st est equalis numero e , quoniam numerus tk est duplus numeri e : ergo numerus zg est equalis omnibus numeris m , l , tk , e , et totus numerus zh est equalis numeris m , l , tk et duplo numeri e . 15 Sed numerus e est equalis numeris a , b , g , d et uno cum eis, ergo numerus zh est equalis omnibus numeris m , l , tk , e , d , g , b , a et uno cum eis. Dico autem, quod non numerat numerum zh numerus alius preter numeros m , l , tk , e , d , g , b , a et unum cum eis. Probatio eius, 20 quia aliter non est possibile. Quod si fuerit possibile, numeret ipsum numerus alius preter m , sitque numerus n . Numerus itaque n non est unus ex eis et numerat numerum zh . Numeret ergo eum secundum equalitatem eius, quod est in c ex unitatibus: ergo n multiplicetur in e , 25 et aggregetur zh . Sed e multiplicetur in d , et aggregetur zh , ergo superficialis, qui fit ex c in n , est equalis superficiali, qui fit ex e in d ; ergo proportio e ad c est sicut proportio n ad d . Sed $\langle n \rangle$ non est unus ex numeris a , b , g : ergo n non numerat numerum d , quoniam, cum 30 numeri continuantur ab uno secundum proportionem unam, et fuerit, qui sequitur unum, primus, non numerat numerum maiorem nisi numerus ex eis, quemadmodum ostensum est ex probatione \langle figure \rangle tercie decime huius partis.

1. ergo quoniam. — 18—19. quod nominat numerum. — 21. Quod illud est non possibile.

Numerum ergo d non numerat nisi aliquis ex numeris a ,
 b , g . Sed numerus n non est unus ex eis, ergo numerus
 n non numerat numerum d . Sed proportio n ad d est
 sicut proportio e ad c , et n non numerat d : ergo e non
 5 numerat c . Sed e est primus, ergo duo numeri e , c sunt
 primi, et ipsi sunt maiores numeri secundum proportio-
 nem suam, et numerat omnis duos numeros secundum
 proportionem suam minor minorem et maior maiorem
 equaliter: ergo c numerat d , ergo ipse est unus ex
 10 numeris a , b , g , quoniam, cum fuerint numeri ab uno
 vicissim continui secundum proportionem \langle unam \rangle , et fuerit
 ille, qui sequitur unum, primus, non numerat postremum
 nisi numerus ex eis. Sed c numerat d postremum, ergo
 ipse est unus ex eis. Ponam itaque, ut ipse sit numerus
 15 b . Deinde assumam a numero e numeros continuos secun-
 dum proportionem numerorum b , g , d , et secundum eorum
 numerationem, qui sint numeri e , tk , l . Secundum equa-
 litatem igitur erit proportio b ad d sicut proportio d ad l :
 ergo superficialis, qui fit ex e in d , est equalis super-
 20 ficiali, qui fit ex b in l . Sed iam ostensum est, quod
 superficialis, qui fit ex e in d , est \langle equalis \rangle superficiali,
 qui fit ex c in n : ergo superficialis, qui fit ex c in n ,
 est equalis superficiali, qui fit ex b in l . Sed super-
 ficialis, qui fit ex c in n est zh , ergo superficialis, qui
 25 fit ex b in l est zh , ergo proportio b ad c est sicut pro-
 portio numeri n ad numerum l . Sed b est equalis c ,
 ergo n est equalis l . Sed nos iam posuimus, ut n non
 sit equalis alicui \langle numerorum \rangle a , b , g , d , e , tk , l , m ,
 quod equidem inconueniens est et impossibile. Numerum
 30 ergo zh non numerat numerus preter numeros a , b , g ,
 d , e , tk , l , m \langle et unum cum eis \rangle , et ipse est equalis
 numeris istis: ergo ipse \langle est \rangle perfectus; et illud est, quod
 demonstrare voluimus.

10. fuerit unus ab uno — 22. est superficialis.

INCIPIT PARS DECIMA EXPOSITIONIS SECUNDUM ANARITIUM.¹⁾

Dixit EUCLIDES: *Quantitates, sive sint lineae sive superficies sive corpora, quae dicuntur communicantes, sunt, quas omnes una quantitas numerat.* 5

Necesse est, ut haec propositio sit magis communis²⁾, quoniam tempus et locus sunt ex quantitatibus continuis, quibus communicatio accidit et incommunicatio, tempori scilicet ad tempus et loco ad locum. Quantitas vero, quae mensurat quantitates communicantes, est pars cuiuslibet earum. Quae pars aut erit divisa a quantitatibus communicantibus, aut erit coniuncta unicuique earum. 10

Dixit EUCLIDES: *Quantitates, quae dicuntur incommunicantes, sunt, quas omnes una quantitas non mensurat.*

Ex quo voluit intelligi, quod nullo modo invenitur 15 quantitas mensurans eas. Verumptamen possibile est, ut sit una ex quantitatibus incommunicantibus alii communicans quantitati. Exempli causa sint quantitates incommunicantes a, b, g . Possibile tamen est, ut sit aliqua quantitas unam earum mensurans, sicut quantitas d sit mensurans 20

9. Quantitates vero.

1) In nullo libro numeri theorematum, quae ANARITIUS citat, a numeris editionis CAMPANI et Graeca HEIBERGII tam diversi sunt, quam in hoc decimo. Nec minor est discrepantia inter Campanos et Heibergianos numeros; textus quoque CAMPANI multis locis totus alius est quam HEIBERGII. Et ideo numeros ANARITHI, et numeros CAMPANI et HEIBERGII in notis adscribam.

2) „*Magis communis*“ vernacula lingua „*ganz allgemein*“ interpretandum videtur.

quantitatem a . Quod si ipsa mensuraverit eam, impossibile erit, ut ipsa mensuret aliam preter eam, scilicet ex quantitatibus duabus b et g . Et similiter est possibile, ut d sit mensurans unam duarum quantitarum b et g ,
 5 sed non erit quantitas $\langle d \rangle$ mensurans reliquas duas. Et similiter dixit EUCLIDES in loco, „ut non mensurat eas omnes quantitas una“, quoniam sunt ad invicem incommunicantes. Est possibile, ut sint tres alie quantitates, quarumcumque \langle queque \rangle unam ex tribus quantitatibus
 10 etiam incommunicantibus mensuret. Verbi gratia sint quantitates a, b, g incommunicantes, et quantitas d mensuret quantitatem a , et quantitas e mensuret quantitatem b , et quantitas z mensuret quantitatem g : ergo etiam quantitates d, e, z erunt incommunicantes.

15 Dixit EUCLIDES: *Linee recte, que dicuntur communicantes in potentia, sunt, cum quadrata ex eis facta superficies una mensurat.*

Neque dixit „superficiem“, nisi quia ipsa magis communis quam quadratum. Cum ergo fuerit superficies
 20 mensurans quadrata earum, erit etiam quadratum illi superficiei equale mensurans ea.

\langle Dixit EUCLIDES: \rangle *Incommunicantes vero in potentia dicuntur, cum non fuerit superficies mensurans quadrata facta ex eis.*

25 Et sicut diximus in lineis communicantibus, similiter dicemus in istis.

Dixit EUCLIDES: *Et postquam istud ita \langle est \rangle , ostenderetur, cum in principio posita fuerit linea recta, quod sint recte linee, quarum multitudo est infinita, quarum quodam sunt \langle communicantes et quedam \rangle incommunicantes, quaecumque linea fuerit, alie vero in longitudine tantum, alie in potentia et in longitudine similiter. Ergo linea recta, ex qua incepta fuerit, et cuius positio est posita prima*

3. $z b$ et g . — 6. ubi non. — 23. cum] eam. — quadrato facto. — 31. in quacumque. — alie vero] vero valuit. — 33. fuerit eius positio et posita primum lineam dicunt rationalem.

*linea, dicitur rationalis, <et que ei communicant sive in longitudine et potentia sive in potentia tantum, dicuntur rationales, que vero ei incommunicant, dicuntur irrationales>.*¹⁾

Ex hoc voluit intelligi, quod, cum acciderit, ut iste lineae sint secundum modum hunc, tunc cum fuerit linea 5 existens quantitas, cum qua relique mensurantur quantitates, sicut cubiti unius, ergo cum inceptum fuerit, et posita fuerit hec mensura, cum qua relique quantitates temptantur, invenientur quantitates infinite, scilicet lineae infinite numerationis, quarum quedam erunt incommuni- 10 cantes ei in longitudine tantum, et alie incommunicantes in longitudine et potentia simul. Et hec ille sunt, quarum quadratorum ad invicem proportio non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Et sicut evenit, ut quantitas illa iam sit posita secundum has 15 quantitates et secundum hunc <modum>, sic etiam contingit, ut sint quantitates multe et infinite numerationis, quarum alie communicant ei in potentia tantum et alie in longitudine et potentia. Quod ibi dixit, „incommu- nicant“, est locus, in quo significavit, quod hec quanti- 20 tates, quarum alie sunt incommunicantes in longitudine et alie in potentia et longitudine simul, sunt seiuncte²⁾ quantitati posite. Possibile tamen, ut alii quantitati communicent. Huius exemplum est, quod, cum acceperimus duos diversos cubitos, cum quibus mensuratur, possibile 25 erit, ut sint lineae multe et infinite <numerationis>, quarum omnes sunt incommunicantes uni duorum cubitorum, alie 42 in longitudine tantum, et alie in longitudine | et potentia; hec tamen etiam dicte lineae erunt communicantes alteri cubito, alie in potentia tantum, alie in longitudine et 30 potentia, secundum quod ipse iam exposuit, ubi dixit:

4. intelligerent. — 12. similiter. Hec que alie. — 18. communicant quia in. — 19. incommunicant] cum incipiant.

1) Textum mancum Mscpti secundum vestigia lectionis Graecae nec non Campanianae supplere conatus sum.

2) „Seiungi“ idem est ac „incommunicare“.

„dividamus lineam diffinitam, cum qua relique lineae ratiocinantur, et lineae, quae communicant ei, sunt rationales, et quae ei incommunicant, sunt irrationales“.

5 Dixit EUCLIDES: *Linea, ex qua est quadratum <ir>-rationale, est etiam irrationalis.*

Cum dixit „quadratum <ir>rationalis“, voluit intelligi quadratum, quod superficies non mensurat, scilicet non invenitur ei quantitas superficialis mensurans ipsum.

10 Et quia quadratorum ad invicem proportio est sicut proportio laterum ipsorum ad invicem duplicata, et non est quadratum, quod mensuret quadratum irrationale, non est quadrati irrationalis ad alium quadratum proportio rationalis. Non est igitur etiam proportio lateris quadrati
15 irrationalis ad lineas omnes proportio rationalis, scilicet non invenitur, quod lateris quadrati <ir>rationalis sit proportio rationalis ad aliquam lineam rationalium.

Prime figure additio¹⁾.

Hec figura est antecedens eius, quae eam sequitur,
20 quod ideo est, quoniam, cum acceperimus ex multiplicibus minoris in maiori, donec supersit residuum existens minus minore, tunc necessario erit, ut multiplicia illa sint maius medietate quantitatis maioris. Et similiter, cum accipitur in minore ex multiplicibus superfluitatis, erunt multiplicia
25 illa maiora medietate quantitatis minoris; et similiter necessarium est fieri <cum> reliquis multiplicibus. Dixit ergo in hac figura: „minus medietate“, et dicit in

6. rationales. — 7. ut voluit. — 10. proportio est] proportionem. — 15. irrationalis] ut rationalis. — lineas omnes lineas. — 20. multiplicatoribus. — 22. multiplica. — 23. cum accipitur] eam accipit.

1) EUCLIDES X, 1 (CAMPANUS et HEIBERGIIUS idem): *Si a duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoque eodem modo, necesse est, ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.*

figura secunda: „cum minuetur, remanebit residuum existens minus quantitate communi“, qua dixit mensurari eas omnes. Hiis vero duabus quantitatibus due accidunt habitudines, quarum una est positio, que est, quoniam sunt communicantes; et secunda est secundum naturam, que est, quoniam sunt diminuentes usque in infinitum. Ergo secundum partem positionis mensurat eas quantitas aliqua, que in figura secunda quantitas est; sed secundum partem nature eam invenire impossibile erit, quia diminutio pervenit ad quantitatem, que erit minor quantitate communi, que posita est, que est quantitas *e*, et illud est, sicut secundum probationem huius figure similis prime.

Additio figure tercię.¹⁾

Non ob aliud dixit EUCLIDES: „volo ostendere, qualiter inveniatur maior quantitas mensurans duas quantitates aut tres aut plures eis“, sicut in figura quarta²⁾ dixit, nisi quod hec quantitas maior est ea, que mensurat duas quantitates, et neque mensurat preter eas ex eis, que sunt minores eis. Inveniuntur tamen quantitates multe et infinite, quarum unaqueque mensurat duas quantitates positas aut tres aut plures hiis, sed omnes sunt minores maiore quantitate communi, que mensurat duas quantitates.

Dixit GEOMETER.³⁾ Non ab aliud invenit EUCLIDES

2. comuni et sic semper. — 9. eam invenire] cum invenient. — 18. dixit, nisi] dicam ubi.

1) EUCLIDES X, 3 (CAMPANUS et HEIBERGIIUS idem): *Propositis duabus quantitatibus inequalibus communicantibus maximam quantitatem communiter eas numerantem invenire. Ex hoc itaque manifestum est. Que duas metitur quantitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.*

2) EUCLIDES X, 4 (CAMPANUS et HEIBERGIIUS idem): *Propositis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas communiter numerantem invenire.*

3) Quis sit ille „GEOMETRA“ nescimus, nec potest hic esse EUCLIDES ipse, quem aliis locis ANARTIUS „Geometram“ nominat.

de quantitate maiore, que mensurat duas quantitates, nisi ut mensuratio, que cum ea fit, sit diffinita in hiis, que sunt necessaria eis, que sunt posita in figura quarta et quinta, et que sunt post eas.

5 Tercie figure additio.

Si fuerit quantitas, a qua quantitas ei in longitudine communicans inveniatur, erit etiam reliqua communicans ei, et erunt omnes commu-

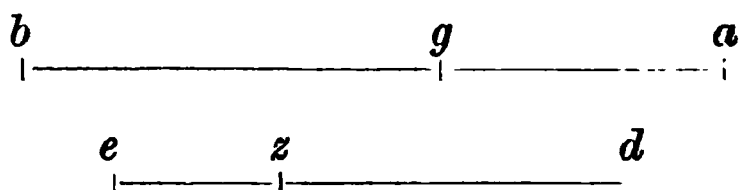
10 *ag*, et sit *ab* commu-

nicans quantitati *ag*:

dico igitur, quod *ag* com-

municat *bg*, et quod

ipse ambe sunt com-



15 municantes *ab*. Probatio eius. Quoniam, si non fuerit *ag* communicans ei, ergo sit *ag* incommunicans *gb*. Non est igitur unius earum ad alteram proportio sicut proportio numeri ad numerum. Sit itaque proportio *ab* ad *ag* sicut proportio numeri *de* ad numerum *dz*: ergo proportio quan-
20 titatis *ag* ad quantitatem *gb* est sicut proportio numeri *dz* ad numerum *ze*; ergo *ag* communicat *gb*; et illud est, quod demonstrare voluimus.

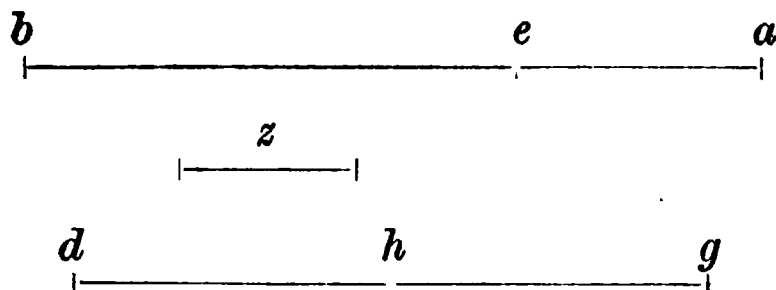
Ostendam preterea in hac figura tertia, quod, si quantitas mensurans duas quantitates non fuerit
25 quantitas maior, ipsa mensurabit quantitatem maiorem communem mensurantem duas quanti-
tates.¹⁾

Sit ergo quantitas mensurans duas quantitates *ab*, *gd* quantitas *z* <et sit quantitas *gh* quantitas maior com-
30 munis mensurans duas quantitates *ab*, *gd*: dico ergo, quod quantitas *z* mensuret quantitatem *gh*. Probatio eius,> quia *gh* mensurat quantitatem *be*. Sed ipsa mensurat quantitatem totam *ab*, ergo ipsa mensurat quantitatem *ea*;

7. comunicans et sic semper. — 16. eis. — 18. est sicut.

1) Cfr. notam 1 p. 215: „Ex hoc itaque manifestum est“ etc.

sed quantitas ea mensurat quantitatem dh : ergo quantitas z mensurat quantitatem dh . Sed ipsa mensurat

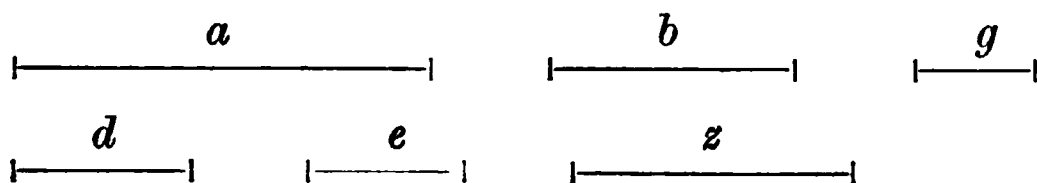


totam gd , ergo mensurat quantitatem gh . Sed gh est quantitas 5 maior communis, que mensurat duas quantitates ab , $\langle gd \rangle$: ergo quantitas z mensurat

quantitatem maiorem communem, que mensurat duas quantitates ab et gd ; et illud est, quod demonstrare volumus. 10

Probatio figure sexte¹⁾ secundum modum, secundum quem est huiusmodi.

Quia ostensum est, quod proportio quantitatis z ad quantitatem a est sicut proportio unius ad g , et proportio 15



a ad b fuit sicut proportio g ad d : ergo secundum equalitatem proportio unius ad d est sicut proportio z ad b . Sed unus numerat d , ergo z numerat b . Sed z iam fuit numerans a : ergo quantitates a , b sunt communicantes; et illud est, quod demonstrare volumus. 20

De figure septima.²⁾

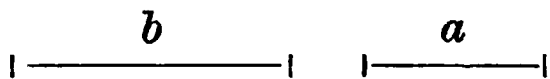
3. ge — 4. quantitatem] totam mensurat. — 13. quod. — Post 15. figuram addidi. — 18. unius.

1) EUCLIDES X, 6 (CAMP. et HEIBERG. idem): Si fuerint due quantitates, quarum sit proportio unius ad alteram tanquam numeri ad numerum, eas duas communicantes esse necesse est.

2) EUCLIDES X, 7 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 9): Omnium duarum superficierum quadratarum, quarum latera in longitudine communicant, est proportio unius ad alteram tanquam numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam tanquam proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erunt latera earum in longitudine communicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam non velut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommunicantia.

Ex hac figura ostendam, quod quadratorum, que fiunt ex lineis incommunicantibus, ad invicem proportio non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum.

5 Latera sunt in longitudine incommunicantes. Sint ergo lineae a et b incommunicantes in longitudine, non erit ergo quantitas communis eis mensurans eas, neque erit aliqua ex quantitatibus, cuius
proportio ad eas sit rationalis.



10 Proportio vero numerorum ad invicem est proportio rationalis: impossibile est igitur, ut sit proportio a ad b sicut proportio numeri ad numerum, quoniam non accipimus nisi numeros, in quibus est ex unitatibus secundum mensuram quantitatis communis unicuique duarum
15 quantitatum, quemadmodum ostensum est in figura quinta huius partis. Cum ergo non fuerit quantitas communis eius, non invenientur duo numeri secundum proportionem earum, neque erit proportio unius earum ad alteram sicut proportio numeri ad numerum. Postquam igitur non erit
20 proportio unius earum ad alteram sicut proportio numeri ad numerum, non erit proportio quadratorum ad invicem, que fiunt ex illis lineis, sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quoniam numeri quadrati non sunt illi, quorum latera sunt inventa, et que sunt post
25 inventionem suam secundum proportionem linearum. Sed positum est, quod lineae predictae sunt incommunicantes, scilicet incommunicantes in longitudine: non est igitur numerus quadratus secundum proportionem quadratorum linearum incommunicantium.

30 Huius autem inventionis conversio est hec.

Cum non fuerit quadratorum ad invicem proportio, que fiunt ex lineis, sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, latera

7. eius. — 12—13. quoniam vero non. — 14. duarum

^{9 numerus}
iteratur. — 18. earum] eius. — ad alteram] ad alteram. — 32. fiunt] fuerint

eorum erunt in longitudine in proportione incommunicantia.¹⁾

Quoniam, cum non invenitur numerus quadratus, 43
cuius proportio | sit ad numerum quadratum sicut pro-
portio quadrati lineae date ad quadratum lineae date, non 5
erit tunc inventus aliquis ex numeris quadratis, cuius
latera sunt, ut prediximus. Sed proportio laterum qua-
dratarum quantitatum ad latera quadratarum quantitatum
non est nisi sicut proportio laterum numerorum. Quia
igitur quadrati numeri non sunt reperti, non sunt latera 10
eorum reperta; sed latera quadratarum quantitatum sunt
inventae; ergo proportio earum ad invicem <non> est sicut
proportio numeri ad numerum.

Secundum ordinem vero probationis EUCLIDIS *a* et *b*
sunt incommunicantes in longitudine: dico igitur, quod 15

$\begin{array}{c} \text{quadratum } a \\ \hline \end{array}$	proportio quadrati <i>a</i> ad qua- dratum <i>b</i> non est sicut pro- portio numeri quadrati ad numerum quadratum. Sed cum proportio quadratarum 20 quantitatum ad invicem fuerit sicut proportio numeri qua- drati ad numerum quadra- tum, tunc latera ipsorum
$\begin{array}{c} a \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{c} b \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{c} \text{quadratum } b \\ \hline \end{array}$	

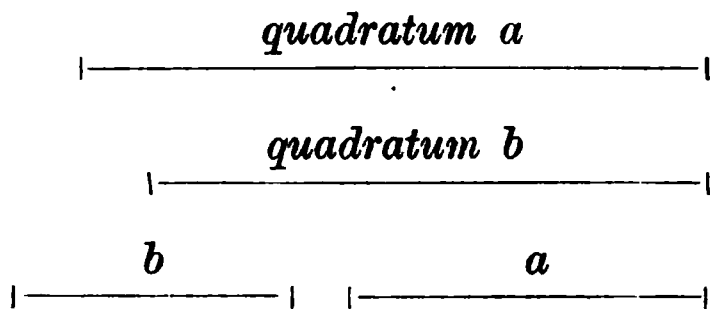
erunt in longitudine communicantia, sicut ostensum est 25
in secunda numeratione huius figure; sed latera, secun-
dum quod positum est, sunt incommunicantia in longi-
tudine: erunt igitur lineae communicantes in longitudine
et incommunicantes simul, quod contrarium est <et>
impossibile. Non est ergo proportio quadrati *a* ad 30
quadratum *b* sicut proportio numeri quadrati ad numerum
quadratum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

1. in proportione] inpositio. — 10. reperta. — 29. quod] quia.

1) Cfr. notam 2 p. 217 inde a verbis „Quod si fuerit“ etc.

Quod si non fuerit proportio quadratorum ad invicem sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, latera eorum erunt incommunicantia in longitudine. Probatio eius, quoniam
 5 non est possibile, ut sit aliter. Quod si fuerit possibile, sint latera quadratorum a , b et sint communicantia in longitudine. Sed quadratorum ad invicem proportio, que fiunt ex lineis communi-

10 est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, sicut est illud, quod est ostensum in sectione prima huius



15 figure: ergo proportio quadrati a ad quadratum b est sicut proportio numeri quadrati ad numerum \langle quadratum \rangle . Sed etiam fuit proportio unius eorum ad alterum non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: hoc autem est impossibile. Quadratorum ergo, quorum
 20 proportio non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, latera non sunt in longitudine communicantia; et illud est, quod demonstrare volumus.

Cum dicit: „in longitudine“, vult, ut latera quadratorum intelligantur; et cum dicit: „in potentia“,
 25 vult intelligi quadrata linearum.

De figura nona.¹⁾

In principio probationis dixit EUCLIDES²⁾: „ergo mensuret eas quantitas“, et non dixit: „ergo accipiemus eis quantitatem communem eis“, quod ideo
 30 fecit, quoniam non accipimus quantitatem communem nisi

14. huius prima huius.

1) EUCLIDES X, 9 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 15): *Si fuerint due quantitates communicantes, totum quoque ex eis confectum utrique earum erit communicans. Si vero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambe commensurabiles.*

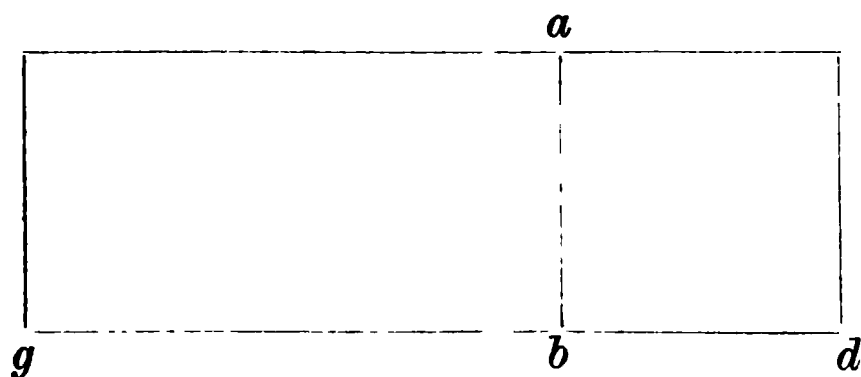
2) „Sitque earum communis mensura d “.

maiolem, qui mensurat quantitates. Iam autem ostensum est in figura tertia, quod omnis quantitas mensurans quantitates <mensurat quantitatem maiorem mensurans quantitates>, quapropter visum est ei, ut acciperemus quamlibet quantitatem, scilicet quantitatem maiorem, que mensurat 5 eas, aut aliam aliarum quantitatum, que sunt minores maiore quantitate, que mensurat eas. Et propter hoc dixit: „mensuret eas“, et non dixit: „accipiamus“.

Quod hic additum, post figuram sextam decimam sequitur.¹⁾ 10

Necessarium est, ut hec intentio sit post sextam decimam figuram: Due linee in longitudine rationales quamlibet continentes superficiem, quarum unius ad alteram proportio non est sicut <proportio> numeri <quadrati> ad numerum quadratum, neque 15 sicut proportio unius quadrati ad numerum, quemadmodum in tractatu octavo est ostensum, continent tamen <superficiem> rationalem; linea autem, que supra illam superficiem potest, est irrationalis in longitudine. 20

Sint itaque linee ab et bg rationales in longitudine, sed non sit proportio unius earum ad alteram sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: dico 25 ergo, quod supra superficiem, quam ipse continent, potest linea <ir>rationalis in longitudine. 30



Sit ergo superficies, quam linee ab et bg continent, superficies ag . Faciam itaque quadratum ad , et quia proportio

2. tercio. — 7. maiores. — 16—17. quemadmodum *iteratur*. — 21. irrationales.

1) EUCLIDES X, 16 (CAMPANUS X, 15, HEIBERGIIUS X, 19): *Omnis superficies rectangula, quam continent due linee in longitudine*

ab ad bg non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erit proportio quadrati ad ad superficiem ag non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Latus igitur quadrati equalis superficiei
 5 ag est <in>communicans lineae ab rationali in longitudine posite. <Linea ergo potens> supra superficiem ag est rationalis in potentia tantum, et est incommunicans lineae ab rationali in longitudine; et illud est, quod demonstrare volumus.

10 Ex hac autem figura declaratur, quod, cum fuerit proportio ab <ad bg > sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, linea potens supra superficiem ag erit rationalis in longitudine. Quod ideo erit, quoniam proportio ab ad bg est sicut proportio superficiei ad ad
 15 superficiem ag . Sed proportio superficiei ad ad superficiem ag est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, linea ergo potens supra superficiem ag communicat lineae ab , que potest supra superficiem ad . Sed ab est rationalis in longitudine, et linea potens supra
 20 superficiem ag communicat lineae ab ; sed quicquid communicat rationali, est rationale: ergo linea potens supra superficiem ag est rationalis in longitudine; et illud est, quod demonstrare volumus.

Additio figure septime decime <huius> partis.¹⁾

25 Oportet, ut linea, cum qua lineae mensurantur, sit apud nos posita, quod in longitudine sit rationalis et incommunicans duabus lineis ab et ag in longitudine aut uni earum. Nos enim in axiomatibus diximus, quod,

. 15. ag est sicut. Sed — 19. et] ergo.

rationales, rationalis esse probatur. Additio ANARITHI amplificationem theorematis continet.

1) EUCLIDES X, 17 (CAMPANUS X, 16; HEIBERGIIUS X, 20): *Cum adiuncta fuerit lineae in longitudine vel communicata rationali superficies rationalis rectangula, latus eius secundum erit in longitudine rationale laterique primo in longitudine communicabile.*

si due linee ab et ag fuerint in cubito incommunicantes, cum quo mensurantur terre, possibile est etiam, ut communicant alie linee, que etiam apud nos \langle posita \rangle sit rationalis in longitudine, quemadmodum nos posuimus duos cubitos¹⁾, quorum unus erit incommunicans duabus lineis ab et ag , et alter communicabit unicuique duarum linearum ab et ag ; duo tamen cubiti erunt incommunicantes. Eius vero demonstratio[ne, id quod] fit in figura octava decima²⁾, cum adiungitur ad lineam rationalem hec superficies medialis. Tunc manifestum est, quod latitudo proveniens est rationalis in potentia et \langle in \rangle communicans linee posite rationali, ad quam adiuncta est superficies.

Similiter quoque fit in figura nona decima³⁾, nisi ostenditur, quod communicans mediali est medialis, et in figura vicesima⁴⁾, quia, \langle cum \rangle voluit, ut ostendatur superfluitas medialis supra medialem, posuit lineam rationalem in longitudine. Oportet itaque, ut hec intentio in omni loco huius partis sit observata. Quod vero necessarium est premittere, est hec figura:

Volo ostendere, qualiter inveniantur due linee in potentia tantum rationales et superficiem rationalem continentes.

Ponam itaque duos \langle numeros \rangle ag et gb , quorum quisque sit numerus quadratus, sed non sit proportio conjunctionis eorum ad duos numeros ag et gb sicut pro-

4. ponemus. — 5. lineis] terciis. — 11. in] vel.

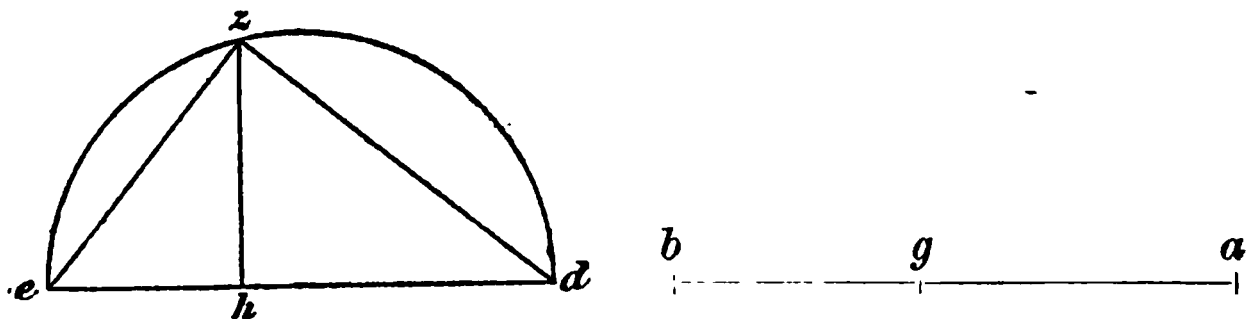
1) Conferas, quae ANARITIUS ad definitionem quintam dixit, supra pag. 213.

2) EUCLIDES X, 18 (CAMPANUS X, 20; HEIBERGIUS X, 22): *Cum adiuncta fuerit lineae in longitudine rationali superficies equalis quadrato lineae medialis, latus eius secundum potentialiter tantum erit rationale laterique primo in longitudine incommensurabile.*

3) EUCLIDES X, 19 (CAMPANUS X, 21; HEIBERGIUS X, 23): *Omnis linea communicans mediali est medialis.*

4) EUCLIDES X, 20 (CAMPANUS X, 22; HEIBERGIUS X, 26): *Omnis differentia, qua habundat mediale a mediali, irrationalis esse probatur.*

portio | numeri quadrati ad numerum quadratum; et ponam 44
 lineam de rationalem in longitudine, et hoc est, ut sit
 communicans <vel> equalis alicui lineae apud nos date
 rationali in longitudine, supra quam faciam semicirculum,
 5 et ponam, ut proportio de ad eh sit sicut proportio nu-

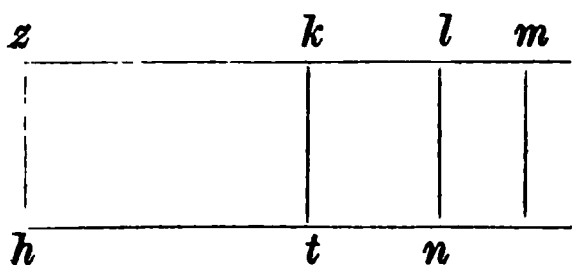


meri ab ad numerum bg : ergo de est incommunicans eh
 in longitudine. Deinde protraham perpendicularem zh , et
 coniungam puncta d, z et z, e protrahendo lineas: dico
 igitur, quod due lineae dz et ze sunt in potentia tantum
 10 rationales et continentes superficiem rationalem. Probatio
 eius. Quoniam proportio ab ad bg est sicut proportio
 de ad eh , ergo proportio de ad eh non est sicut pro-
 portio numeri quadrati ad numerum quadratum. Super-
 ficies igitur, quam ipsi continent, est rationalis <in po-
 15 tentia>, et linea potens supra illam superficiem est
 irrationalis in longitudine. Linea vero, que supra illam
 superficiem potest, est linea ze : ergo linea ze est ratio-
 nalis in potentia <et irrationalis in longitudine>. Et
 similiter ostenditur, quod linea zd est etiam rationalis in
 20 potentia et irrationalis in longitudine. Et quia proportio
 dh et eh est sicut proportio numeri quadrati ad numerum
 quadratum; erit proportio quadrati dh ad quadratum hz
 sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum.
 Sed proportio quadrati dh ad quadratum hz est sicut
 25 proportio quadrati dz ad quadratum ze : ergo proportio
 quadrati dz ad quadratum ze est sicut proportio numeri
 quadrati ad numerum quadratum. Ergo due lineae dz et

8. puncto. — 11. hb ad bg . — 19—20 irrationalis in po-
 tentia in longitudine.

ze sunt communicantes in longitudine, ergo dz communicat ze . Sed quadratum dz est rationale, enim dz est rationalis in potentia, ergo superficies, quam continent due lineae dz , ze , est rationalis. Et ostenditur etiam, quod quadrata earum coniuncta sunt rationale, quoniam sunt equalia quadrato de ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Hec autem figura utilis existit et auxiliatur figure vicesime terciæ¹⁾, ubi dicitur: *Omnis superficies rectorum angulorum contenta a duabus lineis in potentia tantum communicantibus aut est medialis aut rationalis.* Quod ideo est, quoniam, <si> due lineae zk , kl illius figure continent superficiem, erit superficies illa equalis quadrato



facto ex hz . Sed due lineae zh et tk sunt latitudines duarum superficierum kh , tl illius figure, que sunt mediales: ergo kh , tl sunt rationales in potentia. Nos autem

iam invenimus in hac figura, quam posuimus, duas lineas rationales tantum in potentia et continentes superficiem rationalem. Similiter ergo contingit, ut sint due lineae zk et kl continentes superficiem rationalem aut medialem; et illud est, quod demonstrare volumus.

Et hoc est, quod non omnes due lineae superficiem continent, que in longitudine sunt <ir>racionales et in potentia tantum rationales, superficiem continent medialem, sed etiam continent rationalem, sicut ostensum est. EUCLIDES quoque illud assignavit, quemadmodum diximus nunc, in figura vicesima terciæ. Sed quod ipse plus locutus fuit de surdis quam de rationalibus, causa fuit figure habentis

10. contanta et duabus. — 11. incommunicantibus; — 27. superficiem] esulum. — 31. surdis] sard'i.

1) EUCLIDES X, 23 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 25): *Omnis superficies, quam continent due lineae mediales potentialiter tantum communicantes, aut rationalis est aut medialis.*

viginti bases triangulas, cuius latus est linea minor, et etiam causa figure habentis duodecim bases pentagonas, cuius latus est residuum. EUCLIDES etiam, quicquid retulit, <non> ob aliud retulit, nisi ostenderet, quod illud, 5 quod est in libro eius et in tota decima parte, non est nisi antecedens linearum duarum figurarum, scilicet habentis viginti bases triangulas et habentis duodecim bases pentagonas.¹⁾

Additio figure octave decime.²⁾

10 Si quis igitur dixerit: Possibile est, ut quadrato facto ex linea mediali non sit superficies rectorum angulorum equalis duabus lineis in potentia <tantum> rationalibus contenta, dicam, quod linea medialis est diffinita ex hoc, quod ipsa est linea, que 15 potest supra superficiem rectorum angulorum contentam a duabus lineis rationalibus in potentia tantum, aut quod utreque sunt ita, aut quod una earum sit rationalis in potentia tantum et altera in longitudine. Que autem non est ita, est indiffinita. EUCLIDES non loquitur nisi de 20 quantitativibus diffinitis.

Que sequuntur, figure vicesime³⁾ sunt annexa.

Volo ostendere, qualiter inveniantur due lineae in potentia <tantum> rationales, quarum longior sit potens supra breviorum secundum 25 augmentum quadrati lineae communicantis sibi in longitudine.⁴⁾

Sit itaque numerus ab quadratus, a quo dividam numerum bg , qui etiam sit quadratus, sed reliquus nume-

15. contenta.

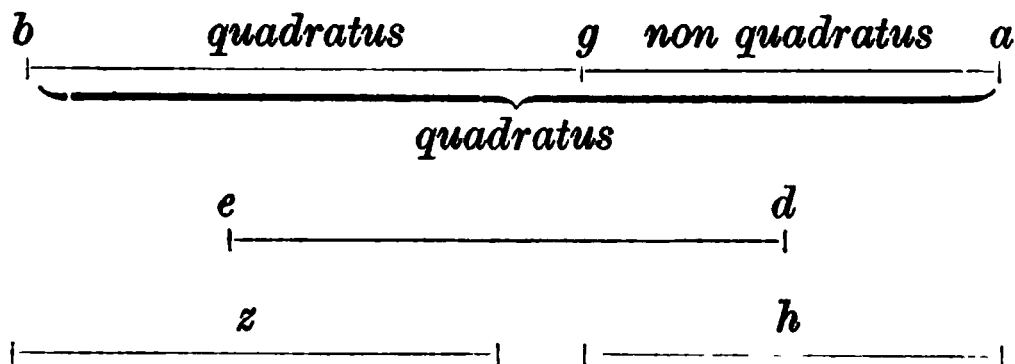
1) Hinc patet, ANARITHUM quoque illud iudicium verum accepisse, ut EUCLIDES totum opus corporum quinque regularium causa composuerit.

2) Conferas notam 2 p. 223.

3) Conferas notam 4 p. 223.

4) Est propositio 17 CAMPANI (HEIBERGHII X, 29), sed longe aliter demonstratur.

rus non sit quadratus, qui est ag , et sit de communicans alicui lineae date rationali in longitudine, et ponam, ut proportio quadrati de ad quadratum h sit sicut proportio numeri ab ad numerum ag . <Et quia> proportio numeri ab ad numerum ag fit sicut proportio quadrati facti ex 5

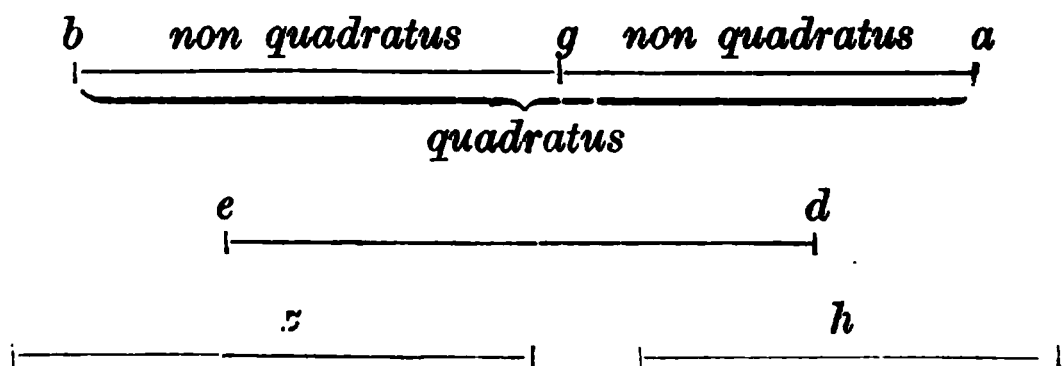


linea de ad quadratum ex linea h factum, proportio numeri ab ad numerum gb est sicut proportio quadrati facti ex linea de ad quadratum lineae z . Ergo, quia proportio ag prime ad ab secundam est sicut proportio quadrati h tercii ad quadratum de quartum, et proportio gb quinte 10 ad ab secundam est sicut proportio quadrati z sexti ad quadratum de quartum, erit proportio prime et quinte, cum coniunguntur, que sunt ag et gb , ad ab secundam sicut proportio tercii et sexti, cum coniunguntur, que sunt duo quadrata h et z , ad quartum, quod est quadratum 15 de , secundum illud, quod ostensum est ex probatione figure vicesime quarte partis quinte. Sed coniunctio prime et quinte, que sunt ag et gb , est equalis secunde, que est numerus primus ab : similiter ergo coniunctio tercii et sexti, que sunt quadrata h et z , est equalis quarto, quod 20 est quadratum de . Sed proportio quadrati de ad quadratum h est sicut proportio numeri ab ad numerum < ag >, et numerus ag est non quadratus: ergo non est proportio quadrati facti ex de ad quadratum factum ex h sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Ergo 25 de non est portio communicans h in longitudine, neque communicat ei nisi in potentia tantum. Sed linea de est

rationalis in longitudine, linea igitur h non est rationalis in longitudine, neque est rationalis nisi in potentia tantum: ergo due linee de et h sunt rationales in potentia et in ea tantum communicantes. Et etiam, quia proportio numeri ba ad numerum bg est sicut proportio quadrati facti ex linea de ad quadratum factum ex linea z , et proportio numeri ab ad numerum bg est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo proportio quadrati de ad quadratum z est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ergo de communicat z in longitudine. Ergo de potest supra h cum augmento <quadrati> lineae communicantis sibi in longitudine; et illud est, quod demonstrare volumus.

Volo ostendere, qualiter inveniantur due lineae rationales et in potentia tantum communicantes, quarum longior supra breviorē possit cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi in longitudine.¹⁾

Secundum illud idem exemplum cum ergo posuerimus ab numerum quadratum et similiter numeros ag et gb numeros non quadratos, et posuerimus, <quod> erit pro-



portio quadrati lineae de rationalis in longitudine et communicantis lineae posite rationali in longitudine ad quadratum lineae h sicut proportio numeri ab ad numerum ag ,

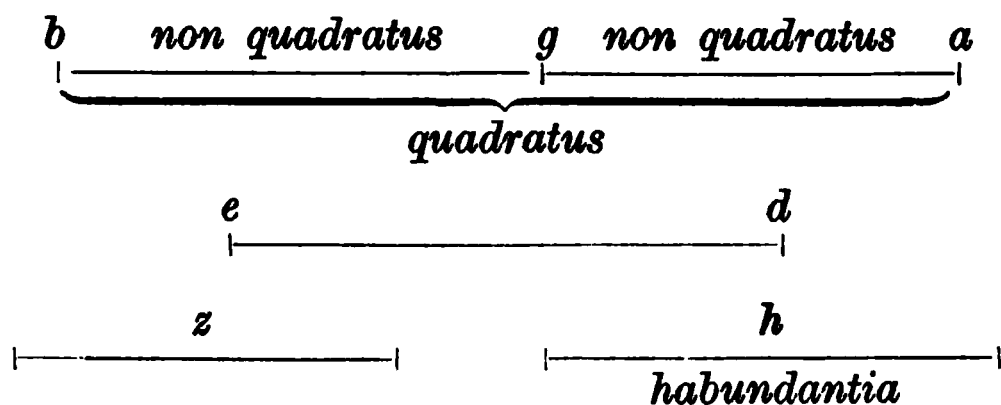
20. et numeros. — 22—23. communicans.

1) CAMPANI prop. 18 (HEIBERGHII X, 30). Hic quoque demonstratio a CAMPANI diversa est.

et proportio numeri ab ad numerum gb sit sicut proportio quadrati de ad quadratum z : ergo ostendetur, sicut ostensum est, quod coniunctio duorum quadratorum h , z est equalis quadrato de , et quod de potest supra h cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi in longitudine, quae est linea z ; et illud est, quod demonstrare volumus. 5

Volo ostendere, qualiter inveniantur duae lineae in potentia tantum rationales, quarum longior possit supra breviorum cum augmento quadrati lineae communicantis sibi in longitudine. 10

Cum ergo posuero lineam de , quae est in duabus figuris precedentibus, rationalem in longitudine, et lineam secundam rationalem in longitudine, scilicet posuero lineam rationalem et lineam secundam de , et posuero, ut de sit



linea seiuncta lineae h in longitudine, et neque communicat 15
 <ei> nisi in potentia solum, cuius etiam quadratum cadet
 supra quadratum h cum augmento quadrati lineae z , et
 erit linea z communicans lineae de in longitudine: iam
 ergo ostensum est, qualiter fit hec, et qualiter sint duae
 lineae rationales in potentia tantum, quarum <longior possit 20
 supra breviorum cum augmento quadrati lineae> communi-
 cantis sibi in longitudine.

Hec autem intentio proprie et duae intentiones, quae
 precedunt, sunt necessarie in figura surde, quae est bino-
 mium, et surdarum ipsarum sequentium, et in binomio et 25

4. super tah . — 12. rationalis. — 13. longitudinem. —
 19. et qualiter] equaliter. — 20—22. quarum una comunicat
 alteri in longitudine.

speciebus eius, et in residuo et speciebus eius. Et etiam ostenditur, qualiter inveniantur due linee in potentia <tantum> rationales, quarum longior sit potens supra brevior cum augmento quadrati
 5 existentis in linea seiuncta sibi in longitudine, secundum modum, qui precessit. Et hoc est, quoniam ponam *de* rationalem in potentia tantum, et numeros *ab* et *bg*, quorum nullus sit quadratus. Probatio autem fit, secundum quod precessit; et illud est, quod demonstrare
 10 volumus.

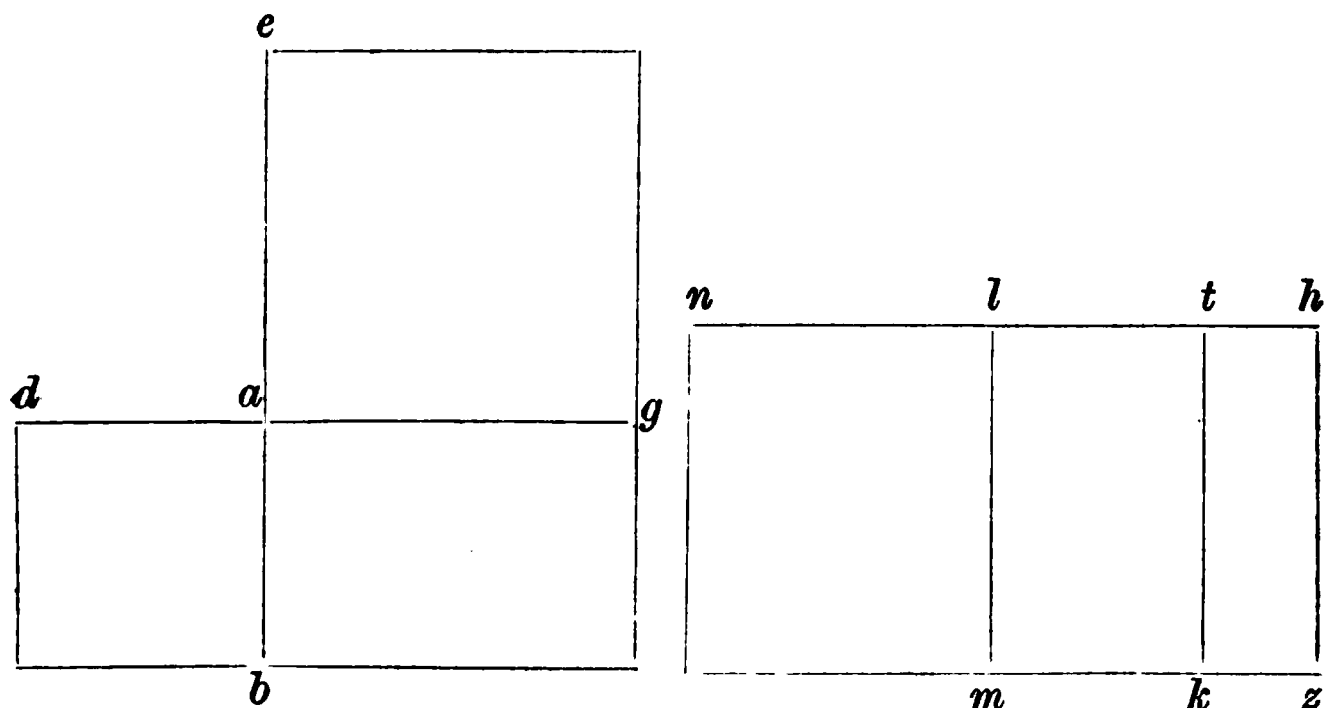
Figure vicesime tercie, quia ANARITIUS introduxit quedam in ea, quibus quidam contradixit, interponitur hoc: Omnis superficies rectorum angulorum et duabus lineis medialibus in potentia tantum
 15 <communicantibus> contenta aut est rationalis aut medialis.¹⁾

Sit ergo superficies *bg* rectorum angulorum contenta a duabus lineis *ab* et *ag*, que sint mediales <et> communicantes in potentia tantum: dico igitur, quod superficies *bg* aut est rationalis aut medialis. Probatio eius,
 20 quoniam constituam supra unamquamque duarum linearum *ab* et *ag* quadratum, sitque unum *bd* et alterum *ge*, et ponam lineam *hz* rationalem in longitudine, <et> ei adiungam superficiem rectorum angulorum equalem quadrato *bd*, que sit superficies *zt*, <et> adiungam ad lineam *tk* superficiem *kl* equalem superficiei *bg*, et ad lineam *lm* superficiem equalem <quadrato> *ge*, que sit superficies *mn*. Et quia linea *hz* est rationalis in longitudine, erit adiunctum mediale, quod est equale duabus superficiebus
 25 *bd*, *ge* medialibus communicantibus, que sunt due superficies *zt*, *mn*: ergo erit unaqueque duarum linearum *ht*, *ln* rationalis in potentia, quod sic esse constat secundum probationem figure octave decime huius partis. Et quia linea

2. equaliter. — 28. *ht*. — 29. mediale] omne.

1) Haec est ipsa propositio X, 23 CAMPANI (HEIBERGH X, 25)

ab est equalis lineae ad , et ag est equalis ae , ergo proportio ad ad ag est sicut proportio ab ad ae . Secundum probationem vero figure prime sexte partis erit proportio ad ad ag sicut proportio superficiei bd ad superficiem bg , et proportio lateris ab ad latus ae erit sicut proportio 5 superficiei bg ad superficiem ge , et hoc secundum probationem figure undecime partis quinte. Sed nos fecimus



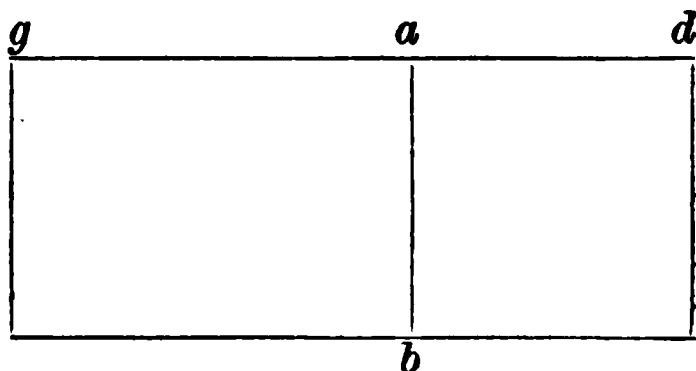
superficiem zt equalem superficiei db , et superficiem kl equalem superficiei bg , et superficiem mn equalem superficiei ge : ergo proportio superficiei zt ad superficiem kl 10 est sicut proportio superficiei kl ad superficiem mn . Sed superficies tres parallelogramme sunt unius altitudinis et super bases diversas: ergo proportio superficiei zt ad superficiem kl est sicut proportio lineae ht ad lineam tl , quod quidem ita constat esse secundum probationem figure prime 15 sexte partis. Et similiter etiam proportio superficiei kl ad superficiem mn est sicut proportio lineae tl ad lineam ln : <ergo proportio lineae ht ad lineam tl est sicut proportio lineae tl ad lineam ln . Sequitur ergo, quod lineae> sunt in potentia tantum rationales et in ea tantum communi- 20

1. equalis *eg.* — 2. ad *eg.* — 3. huius sexte. — 12. parallelograme. — 17. lineam *ba.*

cantes, scilicet latera ht et ln , et quod orthogonium, quod continetur a duabus lineis ht , ln est equale quadrato tl . Sed orthogonium, quod continetur a lineis ht , ln aut est rationale aut mediale, ergo quadratum tl aut est rationale
 5 aut mediale; et illud est, quod demonstrare volumus.

Iam ostendimus in figura septima decima, qualiter inveniatur, quod due linee sint rationales in potentia tantum et continentes superficiem rationalem: ergo due linee ht , ln aut continent superficiem medialem aut rationalem,
 10 secundum quod dixit EUCLIDES.

DIACHASIMUS¹⁾ inquit minor, quare ANARITIUS hoc apposuit, cum in libro EUCLIDIS nusquam comparantur, scilicet cum dixit, quod due linee ht et ln sunt rationales et communicantes in potentia tantum, et quod ipse con-
 15 tinent medialem. Ipse vero non sunt nisi rationales in potentia tantum et communicantes in longitudine, quoniam superficies zt est equalis quadrato bd , et superficies mn est equalis quadrato ge . Sed bd communicat ge , quoniam due linee ab , ag sunt communicantes in potentia,
 20 sicut ipse posuit eas: ergo zt communicat mn . Ergo ht communicat nl , ergo ht , nl sunt communicantes in longitudine, sed in potentia sunt rationales. Omnes autem due linee in potentia tantum rationales et in longitudine communicantes continent superficiem rationalem. Exempli
 25 causa ponam, ut linee ab , ag sint rationales in potentia tantum et in longitudine communicantes: dico igitur, quod superficies bg est rationalis. Probatio
 30 eius. Quoniam constituam



2. ht , ba . — 3. th , ba . — 7—8. tantum] tamen. — 9. ht , ba . — 12. unus quam comparant. — 21. nl] ba . — 25—31. *Figuram addidi.*

1) Quis sit DIACHASIMUS, nescimus.

supra ab quadratum, quod sit quadratum bd , et quia ab est rationalis in potentia, ergo bd est rationale. Sed ab communicat ag in longitudine, et ab est equalis ad ; ergo ad communicat ag , ergo superficies bd communicat superficiei bg . Sed bd est rationalis, ergo bg est rationalis; 5 et illud est, quod demonstrare voluimus.

Manifestum est igitur illud, quod ANARITIUS dixit de duabus lineis ht , ln , scilicet quod sint communicantes in potentia tantum, et quod continent medialem. Impossibile esset ergo, <quod> due lineae ht , ln non continent nisi | 10
 46 rationalem. Sed orthogonium, quod continetur a duabus lineis ht , ln est equale quadrato tl , ergo quadratum tl est rationale. Ipsa quoque demonstratio tacuit in hoc loco, <quasi> hec figura iam foret expleta.¹⁾ Sermo vero, quo figura terminatur rite, est: Et quia quadratum tl est 15 rationale, ergo linea potens supra ipsum, que est tl , aut est rationalis in potentia aut rationalis in longitudine. Quod si fuerit rationalis in potentia, ergo ipsa erit seiuncta tk rationali in longitudine, ergo superficies kl erit medialis. Sed superficies kl est equalis superficiei bg : 20 ergo superficies bg est medialis. Et si tl fuerit rationalis in longitudine, ergo ipsa communicabit tk rationali in longitudine, ergo kl erit rationalis. Sed kl est equalis superficiei bg : ergo bg erit rationalis [in longitudine]. Iam igitur ostensum est, quod superficies bg aut est ratio- 25 nalis aut medialis; et illud est, quod domonstrare voluimus. <Quod> in fine figure vicesime sexte²⁾ dicitur, quod impossibile sit, eas orthogonium rationale continere,

8. ht , ba . — 9. continent] comunicant. — 10 ht , ba . — 13. demonstratio] dēm. — 24. in longitudine certe est delendum.

1) Quae sequuntur, additionem interpretis latini continere videntur, vel editoris cuiusdam Arabis commentarii ANARITH.

2) EUCLIDES X, 26 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 32): *Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes, quarum longior minore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius lineae incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, invenire.*

probatum est secundum probationem figure vicesime tercie huius partis.

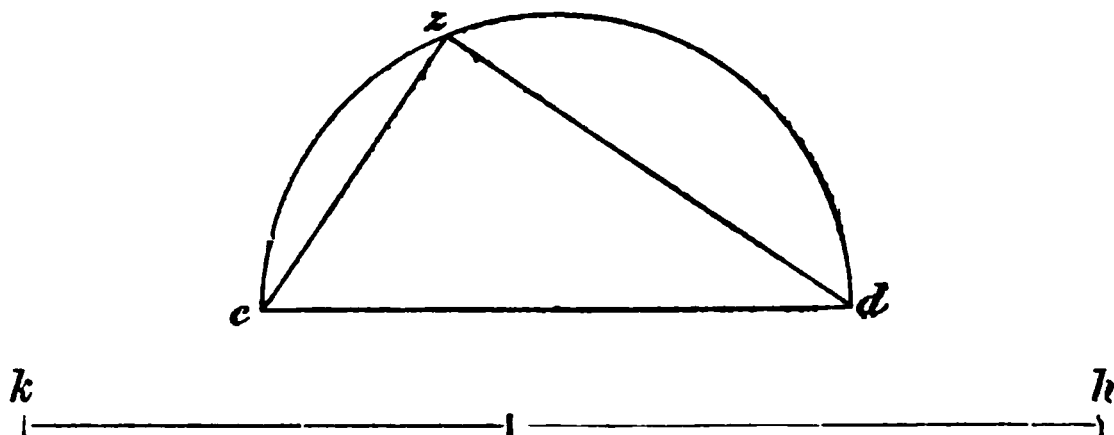
Quod sequitur, post figuram quinquagesimam invenitur.¹⁾

5 Additio ad invenienda binomia sex secundum modum alium ab eo, quo EUCLIDES ea invenire docuit in hac parte.

Figura ad inveniendum binomium primum.²⁾
Ostendam qualiter inveniatur linea, que dicitur binomium primum.

10 Sit itaque numerus ab quadratus, a quo dividam bg quadratum, et non ponam ag quadratum; sitque ag maior bg , et ponam lineam de rationalem in longitudine et

$\underbrace{b \quad \text{quadratus} \quad g \quad \text{non quadratus} \quad a}_{\text{quadratus}}$



communicantem alicui lineae in longitudine, supra quam describam semicirculum dze , et producam lineam ze , et
15 ponam, ut proportio numeri ab ad numerum bg sit sicut proportio quadrati de ad quadratum ze , et coniungam puncta d, z cum linea dz , et ponam lineam ht equalem

5. et binomium sex. — 8. inveniant lineam. — 16. numeri quadrati.

1) EUCLIDES X, 50 (CAMPANUS X, 47; HEIBERGIIUS X, 53).
Id est post inventionem Euclideam sex binomiorum.

2) EUCLIDES X, 45 (CAMPANUS X, 42; HEIBERGIIUS X, 48):
Binomium primum invenire.

de, quam secundum rectitudinem protraham usque ad *k*, et ponam, ut *tk* sit equalis *dz*: dico ergo, quod tota linea *hk* est binomium primum. Quod ideo est, quoniam proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum *ez* est sicut proportio numeri *ab* ad numerum *bg*. Quadrata ergo *de* 5 et *ez* sunt communicantia in longitudine, et remanet ergo, ut proportio quadrati *de* ad quadratum *dz* sit sicut proportio numeri *ab* ad numerum *ag*. Sed proportio numeri *ab* ad numerum *ag* non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo *de* non communicat 10 *dz* in longitudine, neque etiam communicat ei nisi in potentia. Sed *de* est rationalis in longitudine, ergo *dz* est rationalis in potentia et seiuncta *de* in longitudine: ergo due linee *de* et *dz* in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Sed linea *hk* est equalis duabus lineis 15 *de* et *dz*: ergo *hk* est binomium, et dico, quod est primum. Quod ideo est, quoniam angulus *z* est rectus, ergo *de* est maior *dz*. Sed *de* est rationalis in longitudine et etiam potest supra quadratum *dz* cum augmento quadrati linee *ze*, et iam ostensum est, quod linea *de* communicat 20 linee *ez* in longitudine: ergo due linee *de* et *dz* in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et *de*, que est longior, communicat rationali et potest supra *dz* cum augmento quadrati linee communicantis sibi in longitudine: ergo due linee *de* et *dz* coniuncte sunt binomium primum. 25 Sed ipse sunt equales *hk*: ergo *hk* est binomium primum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

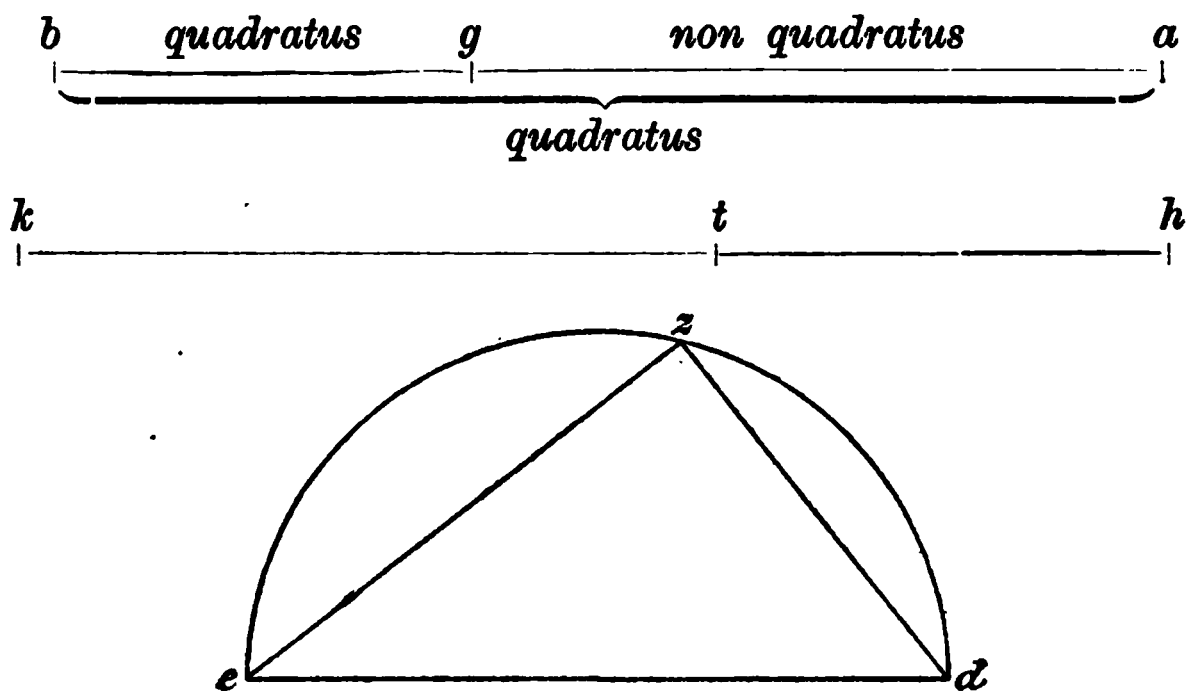
Figura ad inveniendum binomium secundum.¹⁾
Ostendam, qualiter binomium secundum reperiatur. 30

Sint itaque duo numeri *ab* et *bg*, quorum unusquisque sit quadratus, <et non ponam *ag* quadratum>, et sit

5. quadratum.

1) EUCLIDES X, 46 (CAMPANUS X, 43; HEIBERGIUS X, 49):
Binomium secundum reperire.

ag maior bg . Ponam etiam lineam rationalem in longitudine communicantem in longitudine lineae posite rationali in longitudine, quae sit linea ht , et proportio numeri ag ad numerum ab sit sicut proportio quadrati facti ex ht ad quadratum factum ex tk : ergo tk est longior ht . Et ponam, ut de sit equalis tk , supra quam constituam semicirculum dze , in quo ponam lineam dz equalem lineae th :

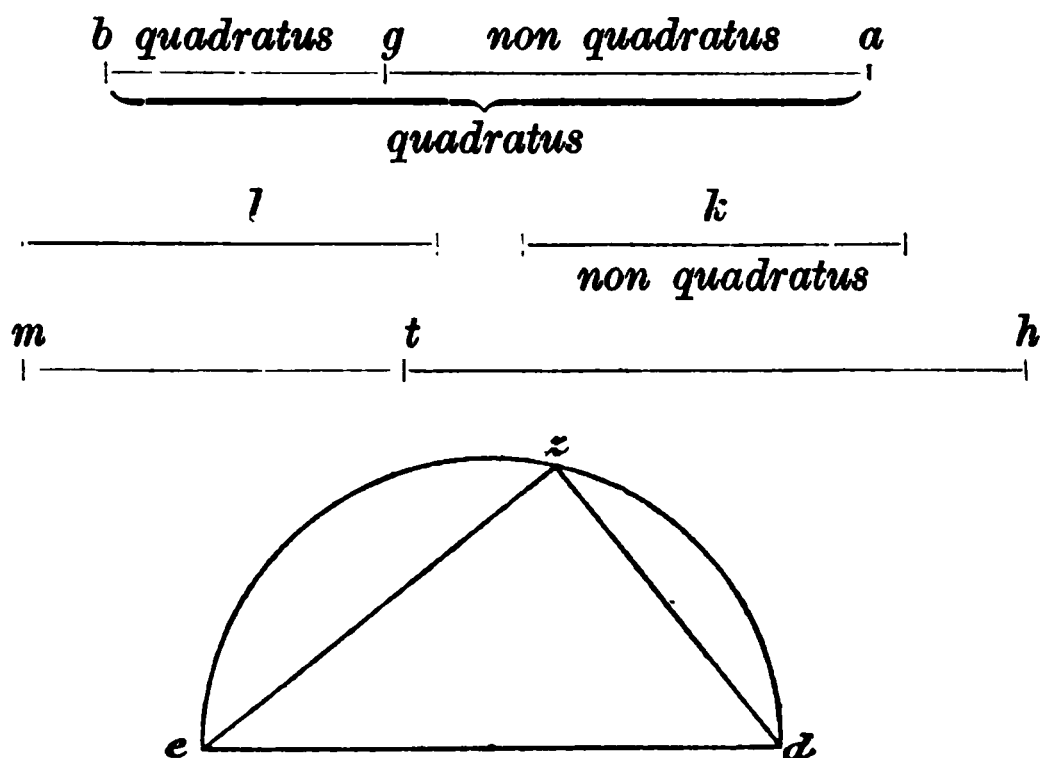


ergo proportio quadrati de ad quadratum dz est sicut proportio numeri ab ad numerum ag . Sed proportio
 10 numeri ab ad numerum ag non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo de non communicat dz in longitudine, sed communicat ei in potentia. Sed dz est rationalis in longitudine, quoniam est equalis ht , ergo due lineae dz et de in potentia tantum sunt
 15 rationales et communicantes, et dz minor communicat lineae rationali in longitudine. Et quia proportio quadrati de ad quadratum dz est sicut proportio numeri ab ad numerum ag , et duo quadrata dz et ze sunt equalia quadrato de , cum ergo dividerimus et converterimus et composue-
 20 rimus, erit proportio quadrati de ad quadratum ez sicut proportio numeri ab ad numerum bg . Sed ab et bg sunt

quadrati, ergo de communicat ze in longitudine. Ergo due linee dz et de sunt due linee in potentia tantum rationales et communicantes, quarum minor, que est dz , communicat linee rationali, et de longior potest supra zd cum augmento linee communicantis sibi in longitudine. 5 Sed de est equalis tk , et dz est equalis th , ergo hk est binomium secundum: et illud est, quod demonstrare volumus.

Figura ad inveniendum binomium tertium.¹⁾ Ostendam, qualiter binomium tertium inveniatur. 10

Sit itaque ab numerus quadratus, a quo <dividam> etiam numerum bg quadratum. Erit ergo unusquisque duorum numerorum ab et bg quadratus; numerum vero



ag ponam non quadratum, et ponam numerum alium, que sit k , non quadratum, et ponam lineam ht incommuni- 15 cantem alicui linee rationali in longitudine, sitque linea l rationalis posita; et ponam, ut proportio ab ad k sit

11. Pro verbo dividam *Mscptm.* lacunam habet.

1) EUCLIDES X, 47 (CAMPANUS X, 44; HEIBERGIIUS X, 50)
Binomium tertium investigare.

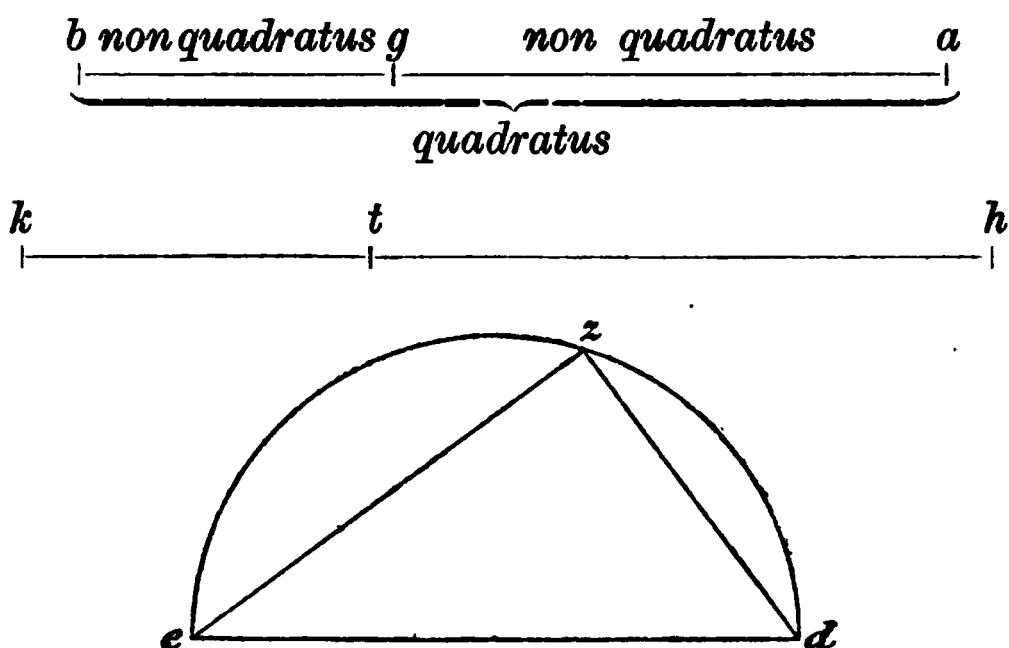
sicut proportio quadrati facti ex ht ad quadratum l , et ut proportio numeri k ad numerum ag sit sicut proportio quadrati l ad quadratum tm : ergo secundum proportionem equalitatis erit proportio ab ad ag sicut proportio quadrati ht ad quadratum tm , ergo ht et tm in potentia tantum sunt communicantes. Et propter hoc, quod proportio quadrati ht ad quadratum l rationalis non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erit ht incommunicans l in longitudine et communicans ei in potentia: ergo ht est rationalis in potentia et incommunicans rationali $\langle l \rangle$ in longitudine. Et similiter ostenditur, quod tm est seiuncta l rationali in longitudine, et quod ipsa est rationalis in potentia. Due ergo lineae ht , tm in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Post hoc ponam de equalem ht , supra quam constituam semicirculum dze , et producam dz equalem tm , et protraham ze : ergo proportio quadrati de ad quadratum dz est sicut proportio ab ad ag . Sed quadratum de est equale duobus quadratis dz et ze : ergo cum diviserimus | et con- 47
 20 verterimus et composuerimus, erit proportio \langle quadrati $\rangle de$ ad quadratum ez sicut proportio numeri ab ad numerum bg . Sed quisque eorum est quadratus, ergo de communicat ez in longitudine, ergo de potest supra zd cum augmento quadrati lineae communicantis sibi \langle in longitudine \rangle . Sed
 25 de est equalis ht , et dz est equalis tm : ergo due lineae ht et tm in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et queque illarum est seiuncta lineae rationali in longitudine, et longior potest supra breviorum cum augmento quadrati lineae communicantis sibi: ergo hm
 30 est binomium tertium; et illud est, quod demonstrare volumus.

Figura ad inveniendum binomium quartum.¹⁾
 Ostendam, qualiter binomium quartum inveniatur.

17. zk . — 29. sibi] secundi.

1) EUCLIDES X, 48 (CAMPANUS X, 45; HEIBERGIIUS X, 51):
Binomium quartum scrutari.

Sit itaque numerus ab quadratus, quem in duas sectiones diversas supra punctum g dividam, sitque ag maior gb ; neque ponam aliquem duorum numerorum ag , gb quadratum; et ponam lineam ht communicantem alicui lineae rationali in longitudine posite; et ponam, ut proportio ab 5 ad ag sit sicut proportio quadrati ht ad quadratum tk :



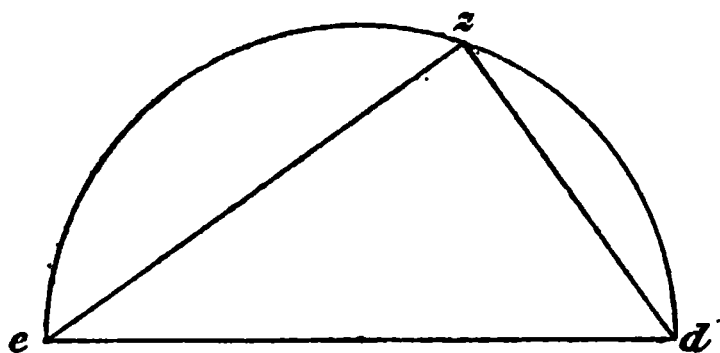
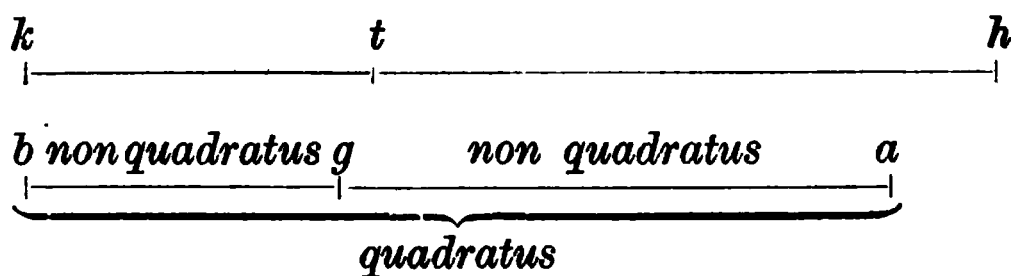
dico igitur, quod linea hk est binomium quartum. Quod inde est, quoniam ponam de equalem ht , supra quam describam semicirculum dze , et ponam dz equalem tk , et producam ze . Et quia proportio numeri ab ad numerum 10 ag est sicut proportio quadrati ht ad quadratum tk : ergo proportio numeri ab ad numerum ag est sicut proportio quadrati de ad quadratum dz . Sed bg non est quadratus, ergo proportio quadrati de ad quadratum ez non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: 15 ergo linea de est incommunicans lineae ze in longitudine. Sed quadratum de est equalis duobus quadratis linearum dz , ze : ergo de potest supra zd cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi in longitudine, que est linea ez . Ergo due lineae ht et tk in potentia tantum sunt rationales et 20 communicantes, et linea ht longior potest supra brevior

2. diversam. — 4. comunicantes. — 11. quadrati de ad quadratum dz , ergo. — 19. linea zd .

tk cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi, et linea ht longior communicat lineae rationali date: ergo linea hk est binomium quartum; et illud est quod demonstrare volumus.

5 Figura ad inveniendum binomium quintum.¹⁾
Ostendam, qualiter binomium quintum sit inveniendum.

Sit itaque linea tk lineae rationali posite communi-
cans, <et> ponam, ut ab sit numerus quadratus, et ut
10 nullus duorum numerorum ag et gb sit quadratus; et



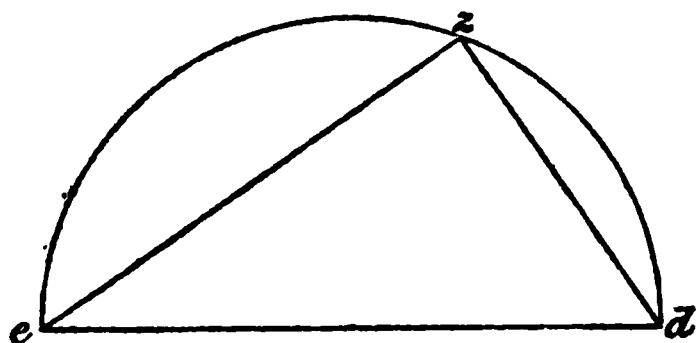
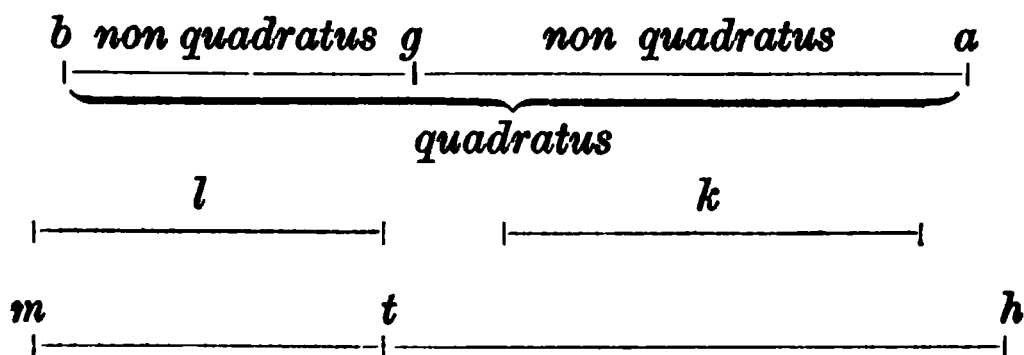
ponam, ut sit proportio quadrati tk ad quadratum th sicut
proportio numeri ag ad numerum ab ; ergo proportio qua-
drati tk ad quadratum th non est sicut proportio numeri
quadrati ad numerum <quadratum>: ergo ht est <in>-
15 communicans tk in longitudine et tk est rationalis in
longitudine. Ponam autem de equalem ht , supra quam
describam semicirculum dze , et protraham in ipso lineam
equalem tk , que sit dz , et producam ze : ergo proportio
quadrati de ad quadratum dz est sicut proportio numeri
20 ab ad numerum ag . Cum ergo diviserimus et everteri-
mus et composuerimus, erit proportio quadrati de ad

1) EUCLIDES X, 49 (CAMPANUS X, 46; HEIBERGIIUS X, 52):
Binomium quintum quaerere.

quadratum ez sicut proportio numeri ab ad numerum bg , qui non est quadratus. Ergo de est incommunicans ez in longitudine, ergo de potest supra dz cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi in longitudine: ergo linea ht potest supra tk cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi 5 in longitudine, et tk brevior communicat lineae rationali posite. Ergo hk est binomium quintum; et illud est, quod demonstrare volumus.

Figura ad inveniendum binomium sextum.¹⁾ Ostendam, qualiter binomium sextum sit in- 10 veniendum.

Sit itaque numerus ab quadratus, quam supra punctum g dividam, et ponam, ut neuter duorum numerorum ag et gb sit quadratus; et ponam numerum k , cuius pro-



portio ad aliquem duorum numerorum ab et ag non sit 15 sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Deinde ponam lineam in longitudine rationalem, que sit l , et lineam secundam, que sit ht , et ponam, ut proportio quadrati ht ad quadratum l sit sicut proportio numeri ab

1) EUCLIDES X, 50 (CAMPANUS X, 47; HEIBERGIIUS X, 53): *Binomio sexto demum oportet insistere.*

ad numerum k : ergo non est proportio quadrati ht ad quadratum lineae l sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, \langle ergo ht \rangle non communicat lineae l in longitudine, sed communicat ei in potentia: ergo ht est
 5 rationalis in potentia. Ponam autem, ut proportio quadrati l ad quadratum tm sit sicut proportio numeri k ad numerum ag . Ostenditur ergo, sicut ostensum est, quod tm est rationalis in potentia. Et quia proportio quadrati ht ad quadratum l est sicut proportio ab ad k , et pro-
 10 portio quadrati l ad quadratum tm est sicut proportio k ad ag : ergo secundum equalitatem proportio ab ad ag est sicut proportio \langle quadrati \rangle ht ad quadratum tm . Sed proportio ab ad ag non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, ergo ht est seiuncta tm in longitudine,
 15 ergo ht , tm in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Ponam vero de equalem ht , supra \langle quam \rangle constituam semicirculum dez , in quo figuram lineam tm equalem, que sit dz , et producam ze , et ostendam, sicut ostendi superius, quod de incommunicat ez . Ergo ht potest supra
 20 tm cum augmento quadrati lineae seiuncte sibi in longitudine. Sed lineae ht et tm sunt seiuncte lineae rationali in longitudine date, et in potentia sunt rationales \langle et \rangle communicantes: ergo hm est binomium sextum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

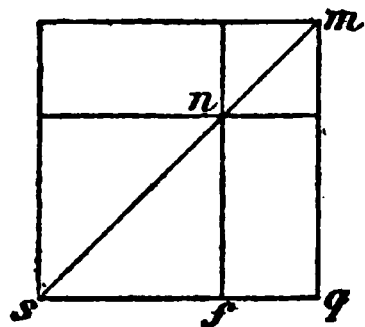
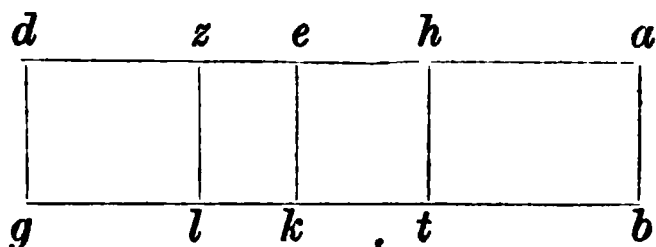
25 Quod sequitur, figure quinquagesime tercie additum invenitur.¹⁾

Quod autem quadrata earum sunt medialia, scilicet quod communicatio duorum quadratorum mn , ns est medialis, ideo est, quoniam ipsa sunt equalia toti superficiei bd . Sed superficies bd est [rationalis et] medialis,
 30 quoniam ad est rationalis in potentia tantum et incommunicans ab in longitudine, quapropter superficies bd est

17. figura. — 22. que in.

1) EUCLIDES X, 53 (CAMPANUS X, 50; HEIBERGIIUS X, 56):
Si binomio tercio ac linea rationali superficies contineatur, linea in eam potens erit bimediale secundum.

medialis: ergo coniunctio duorum quadratorum sn , mn est medialis. Orthogonium quoque, quod continent \langle linee \rangle habentes sf , fq , est seiunctum coniunctioni duorum quadratorum sn , $\langle nm \rangle$, que equatur zt , quod ideo est, quia



superficies nq , que continetur a duabus lineis sf , fq , est equalis superficiei te , et duo quadrata sn , nm sunt equalia superficiei at . Sed ad est seiuncta de , ergo superficies at est seiuncta te : ergo duo quadrata sn , nm sunt seiuncta superficiei nq ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Quod sequitur, quinquagesime sexte¹⁾ additum est.

Non autem nominatur ea, que potest supra medalia, nisi quoniam quadratum factum ex sq est equale coniunctioni duorum quadratorum sf , fq et duplo superficiei, que continetur a lineis sf , fq . Sed duo quadrata sf , fq sunt 48 medalia, et duplum superficiei | contente a lineis sf , fq est mediale: ergo linea potens supra ea potest supra duo medalia.²⁾

Id vero, cuius testimonium est conveniens 20 figuris, que sequuntur quinquagesimam sextam figuram in binomiis et residuis est hec figura.

11. quinquagesima sexta.

1) EUCLIDES X, 56 (CAMPANUS X, 53; HEIBERGIIUS X, 59): *Si binomio sexto lineaque rationali superficies contineatur, linea, que in eam potest, in duo [in] medalia potens esse probatur.*

2) Videas EUCLIDIS HEIBERGHII vol. III, p. 398/399, 21. Ad librum X prop. 41.

Ponam lineam ab , quam supra punctum g in duas sectiones, qualiterumque accidit, secabo: dico, quod proportio lineae ab ad lineam bg est sicut proportio quadrati ab ad superficiem, quam continent due lineae ab et bg , et
 5 sicut proportio superficiei, quam continent due lineae ab et bg , ad quadratum bg . Probatio eius, quoniam constituam supra ab quadratum ad et protraham ge equidistantem bd , et producam diametrum bk , que secabit ge
 10 supra punctum z , a quo protraham lineam equidistantem ab , que sit ht . Superficies igitur gd est equalis ei, que continetur ab ab et bg , et quia quadratum ad est supra lineam ab , et
 15 superficies gd est supra lineam gb , erit proportio ab ad bg sicut proportio quadrati ab ad superficiem, quam continent lineae ab et bg . Sed superficies ta est equalis superficiei gd : ergo proportio quadrati ab ad superficiem ta est sicut proportio lineae ab ad lineam
 20 bg . Sed proportio superficiei ta ad quadratum tg est sicut proportio ab ad ag , et hoc secundum probationem figure prime partis sexte: ergo proportio quadrati facti ex ab ad superficiem, quam continent ab et bg , est sicut proportio superficiei, quam continent ab et bg ad quadratum bg . Ergo proportio ab ad bg est sicut proportio quadrati ab ad superficiem ab in bg et sicut proportio superficiei, que continetur ab ab et bg , ad quadratum bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

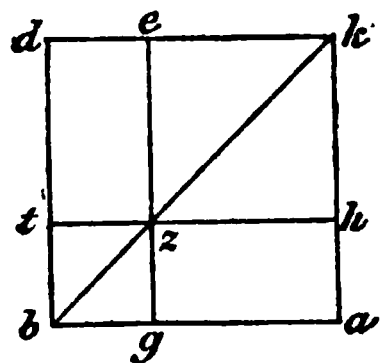
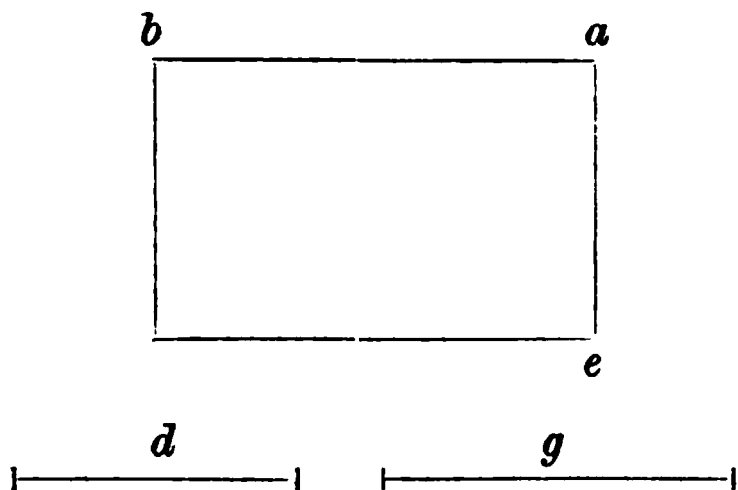


Figura secunda, cum qua est operandum in
 30 figuris, que post eam sequuntur, et post eam, que precessit.

Ostendam, qualiter ad lineam rectam datam adiungatur superficies orthogona equalis quadrato dato. Sit ergo linea recta data, ad quam adiun-
 35 gatur superficies, linea ab , et quadratum adiunctum sit

illud, quod fit ex linea g : volo igitur ostendere, qualiter ad lineam $\langle ab \rangle$ adiungatur superficies rectorum angulorum



equalis quadrato g . Assumam itaque lineam terciam sequentem duas 5 lineas ab et g in proportionem, sitque linea, d , et quia proportio ab ad g est sicut proportio g ad d , ergo superficies, 10 que continetur a duabus lineis ab et d , est

equalis quadrato g . Supra punctum igitur a constituam perpendicularem equalem d , que sit ea , et complebo quadratum eb : iam igitur ostensum est, quod superficies 15 be est equalis quadrato g ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Additio figure quinquagesime octave.¹⁾

Non dicitur bimedium primum, nisi quia unumquodque duorum quadratorum ag et gb est mediale, et etiam 20 duorum quadratorum coniunctio est medialis.

Quod sequitur hic, figure sexagesime none annexum est.²⁾

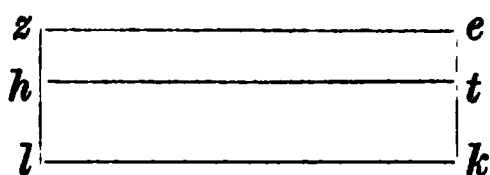
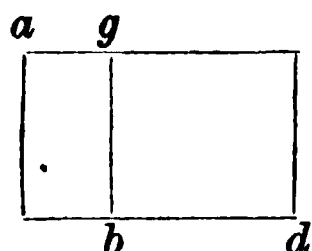
Non ob aliud dixit, quod due superficies sint incommunicantes, nisi quia supponitur, quod superficies eh 25 communicaret superficiei kh , si erit linea te communicans lineae tk . Sed ipse sunt rationales in potentia: ergo

18. Quod ditio figure. — 23. anexum. — 25. supponitur, quod] suppone retro. — 26. comunicans.

1) EUCLIDES X, 58 (CAMPANUS X, 55; HEIBERGIUS X, 61): *Si lineae rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundum esse oportebit.*

2) EUCLIDES X, 69 (CAMPANUS X, 66; HEIBERGIUS X, 72): *Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles, linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationalium linearum, videlicet aut bimediale secundum, aut potens in duo medialis.*

ipse continent superficiem rationalem, quemadmodum ostensum est in precedentibus. Sed si lineae *et* et *tk* continerent rationalem, non esset possibile, ut esset una sex linearum quae sunt binomia, quae sunt a primo binomio
5 usque ad sextum. Quod ideo est, quoniam unumquod-



que sex binomiorum, cum dividuntur in duas lineas, quae sunt nomina ipsius, ipse continent superficiem medialem. Quod ita esse constat, quoniam primi binomii maius nomen in longitudine est rationale, et minus est rationale in
10 potentia, et iam ostensum est ex probatione figure octave decime huius partis, quod ipse continent superficiem medialem. De binomio quoque secundo similiter constat, quod ipsius maius nomen est rationale in longitudine et
<minus> non est rationale nisi in potentia, et quod ex
15 eis in longitudine rationale non est maius nomen, de quibus similiter manifestum secundum probationem figure octave decime huius partis, quod ipse non continent nisi medialem. Terti autem binomii duo nomina in longitudine sunt <ir>rationalia et in ea incommunicantia, ergo
20 non continent nisi medialem. Similiter quoque necessarie contingit in reliquis tribus binomiis. Propter hoc ergo dixit, „duas superficies incommunicantes“. Unaqueque
vero duarum linearum *et* et *tk* non solum est incommuni-
cans lineae *ze* posite rationali, sed et ipse etiam sunt in-
25 communicantes in longitudine, ne rationalem contineant superficiem. Tota autem linea *ek* aut erit ea, quae est binomium tertium, aut ea, quae est binomium sextum; et illud est, quod demonstrare volumus.

Post hoc dico, quod neque ea, quae est binomium,

neque aliqua earum, que sunt post eam ex genere
 <ir>rationalium, est medialis, neque etiam ex
 genere remanent<ium> ex ea.¹⁾ Et propterea con-
 tingit, quoniam, cum superficies equalis quadrato lineae
 medialis adiungitur <ad> lineam rationalem, provenit lati- 5
 tudo rationalis in potentia. Sed cum superficies equalis
 quadrato linearum binomiarum, et que sunt ex aliquibus
 earum, que sunt post eas, ad lineam rationalem adiunga-
 tur, provenit latitudo, que est ex speciebus linearum, que
 sunt binomia. Nulla quoque latitudinum, quas nominavi- 10
 mus, cum sint diverse, est ex genere comparis sue. Linee
 igitur, que ex quadratis proveniunt, latitudines dicuntur,
 sed nulla est ex genere comparis sue. Per hoc autem,
 quod dixi: „binomium et sex lineae irrationales et
 similes, que sunt post eas“, volo, ut intelligatur, quod 15
 ex eis est binomium, que est ea, cuius intentio ostensa
 est ex probatione figure tricesime tercie huius partis;
 deinde sequitur ea linea, que dicitur bimedium primum,
 que est ea, cuius inventio ostensa est ex probatione figure
 tricesime quarte huius partis; tercia vero, que dicitur 20
 bimedium secundum, cuius inventio est ostensa ex proba-
 tione <figure tricesime quinte huius partis; quarta vero,
 que dicitur maior, cuius inventio ostensa est ex proba-
 tione> figure tricesime sexte huius partis; quinta autem
 est ea, que dicitur potens super rationale et mediale, que 25
 est ea, cuius inventio demonstrata est ex probatione figure
 tricesime septime huius partis; sexta quoque est ea, que
 dicitur potens supra duo medialis, que est ea, cuius in-
 ventio ostensa est ex probatione figure tricesime octave
 huius partis: dico igitur, quod nulla linearum <harum> 30
 sex linearum est medialis. Quod ideo est, quoniam cum

1. aliqua earum] aliquarum. — 7. quadrati. — ex quibus.
 — 11. Linearum. — 18. eam lineam.

1) EUCLIDES X, 70 (CAMPANUS X, 67; HEIBERGIUS X, p. 222/23
 l. 9 sq.): *Cum posita fuerit linea binomialis ceterique irrationales
 sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.*

quadratum factum ex linea mediali ad lineam adiungitur
 rationalem, tunc latitudo facta ex super|ficie adiuncta est 49
 rationalis in potentia et incommunicans lineae rationali, ad
 quam quadratum est adiunctum, sicut declaratum est ex
 5 probatione figure tricesime octave. Modus autem alicuius
 sex harum surdarum linearum non est modus hic. Quod
 ideo est, quoniam, cum quadratum factum ex linea, que
 nominatur binomium, adiungitur ad lineam rationalem,
 tunc latitudo proveniens est binomium primum, sicut
 10 ostensum est ex probatione figure quinquagesime septime
 huius partis; quod, cum ad lineam rationalem adiungitur
 superficies equalis quadrato facto ex bimedio primo, tunc
 latitudo proveniens est binomium secundum, sicut demon-
 stratum est ex probatione figure quinquagesime octave
 15 huius . partis; et cum adiungitur ad lineam rationalem
 superficies equalis quadrato facto ex bimedio secundo,
 tunc latitudo proveniens est ea, que est binomium tertium,
 quemadmodum ostensum est ex probatione figure quinka-
 gesime none huius partis; et cum adiungitur ad lineam
 20 rationalem superficies equalis quadrato facto ex linea
 maiori, tunc latitudo proveniens est binomium quartum,
 sicut ostensum est ex probatione figure sexagesime huius
 partis; et cum ad lineam rationalem adiungitur superficies
 equalis quadrato facto ex linea, que potest supra mediale
 25 et rationale, tunc latitudo proveniens est ea, que est
 binomium quintum, sicut manifestum est ex probatione
 <figure> sexagesime prime huius partis; et cum adiungitur
 ad lineam rationalem superficies equalis quadrato facto ex
 linea, que potest supra duo medalia, tunc latitudo pro-
 30 veniens est ea, que est binomium sextum <sicut ostensum
 est ex probatione figure sexagesime secunde huius partis>.
 Manifestum est igitur, quod nulla sex harum, quas nomi-
 navimus, est medialis, quoniam modus lineae medialis est,
 quemadmodum prediximus, scilicet quod, cum adiungitur
 35 superficies equalis quadrato facto ex ea ad lineam ratio-

nalem, non provenit ex ea latitudo, que sit aliquid ex generibus binomiorum: primum scilicet, secundum, et tertium, et quartum, et quintum, et sextum; neque enim provenit latitudo nisi rationalis in potentia. Harum vero sex linearum latitudines proveniunt, sicut prediximus; latitudinum autem diversarum nulla sua compari conveniens, et similiter nulla sex linearum conveniens sue compari. 5

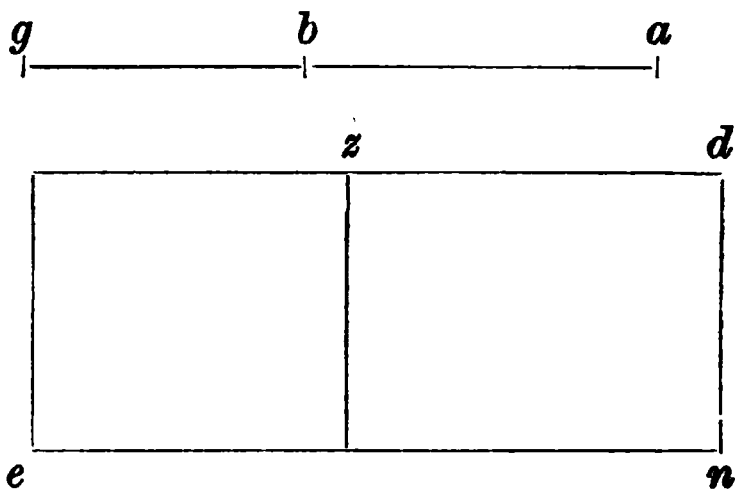
Modus quoque sex linearum, que sunt binomium primum, et secundum, et tertium, et quartum, et quintum, et sextum, similiter talis est, ut nulla earum sit ex genere 10 sue comparis, sed diversarum, <neque> etiam aliqua earum medialis, neque sit aliqua earum ex reliquis sex lineis, que sunt binomium, et bimedium primum, et bimedium secundum, et maior, <et ea>, que potest supra rationale et mediale, et ea, que potest supra duo medalia. Quod 15 inde est, quoniam nulla earum est ex genere sue comparis, propter hoc scilicet, quia linea, que potest supra superficiem contentam ab aliqua rationali et aliqua, que est binomium primum, est binomium, sicut ostensum est ex probatione figure quinquagesime secunde huius partis. Et 20 similiter contingit in eis, que remanent ex sex, quemadmodum ostensum <est> ex probatione figure quinquagesime tercie huius partis. Quod si foret possibile, ut aliqua earum esset ex genere alterius, non diversificarentur lineae, que possunt supra superficies, quas nominavimus. Iam 25 autem ostensum est in figuris, quas nominavimus, quod lineae ille diversificantur, et etiam quod nulla earum est linea medialis. Quod ideo est, quoniam linea medialis cum linea rationali non continet superficiem, supra quam possit aliqua linea, quas nominavimus, scilicet ex lineis, 30 que possunt supra superficies, que continentur a lineis rationalibus cum aliqua specie binomiorum. Manifestum est itaque ex eo, quod precessit, quod nulla earum est aliqua sex linearum. —

Additio figure septuagesime prime.¹⁾

Sit itaque superficies de equalis duobus quadratis ag et gb ; ex qua dividam superficiem ez , equalem duplo superfici ei, que continetur ab ag et gb : remanebit ergo superficies nz equalis quadrato ab . Et quia superficies de est seiuncta superfici ei

10 nz , quemadmodum ostensum est, ergo etiam superficies de est seiuncta superfici ei ez , sicut manifestum est ex figura nona huius partis. Simi-

15 liter ergo fit etiam superficies nz seiuncta superfici ei ze . Sed superficies ze est rationalis, ergo superficies nz est <ir>rationalis; et illud est, quod demonstrare volumus.



Illud, quod sequitur, figuram septuagesimam sequitur sextam.²⁾

20 Superfluum coniunctionis duorum quadratorum ag et gb <supra duo quadrata ad et db est equale superfluo dupli superficiei, que continetur a lineis ag et gb > supra duplum superficiei, que continetur a duabus lineis ad et db nisi

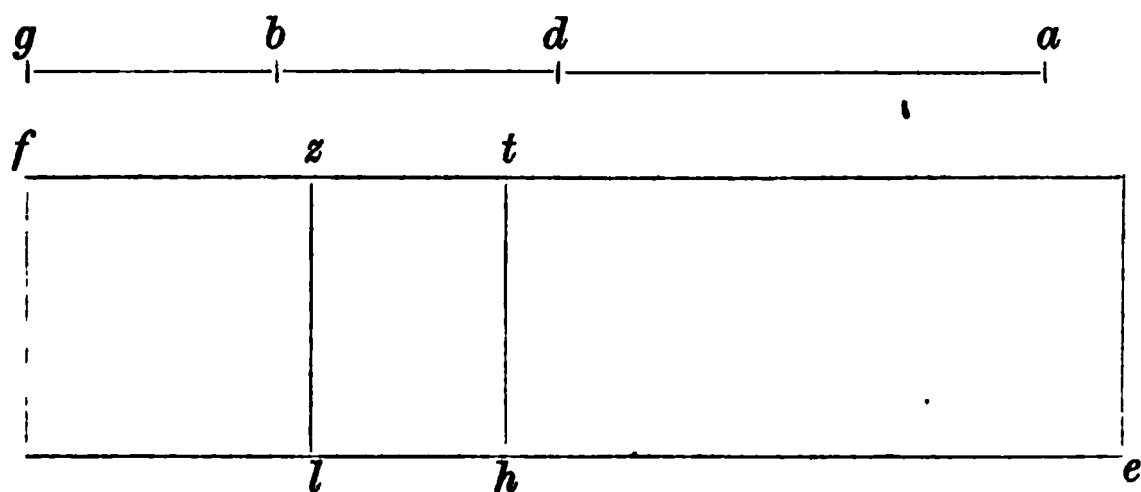
25 secundum hunc modum. Sit igitur coniunctio duorum quadratorum ag et gb equalis superfici ei fe , et quadratum

24. *Hic magna pars textus intercidisse videtur.*

1) EUCLIDES X, 71 (CAMPANUS X, 68; HEIBERGIIUS X, 73): *Si linea de linea abscinditur, fuerintque ambe potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum.*

2) EUCLIDES X, 76 (CAMPANUS X, 73; HEIBERGIIUS X, 78): *Si linea a linea detrahatur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incommensurabilia, reliqua linea erit irrationalis diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.*

fh equale duplo superficiei, que continetur a lineis ag et gb : remanebit ergo quadratum lineae ab equale superficiei et . Sit etiam superficies ez equalis coniunctioni duorum quadratorum ad et db : remanebit igitur superficies zh equalis duplo superficiei, que continetur a lineis ad et db . 5
Est ergo superfluum coniunctionis duorum quadratorum



ag et gb supra duplum superficiei, que continetur a lineis ag et gb , superficies fl ; et similiter superfluum coniunctionis duorum quadratorum ad et db supra duplum superficiei, que continetur a lineis ad et db , est superficies tl . 10
Fit ergo superfluum coniunctionis duorum quadratorum ag et gb supra duplum superficiei, que continetur a lineis ag et gb , equale superfluo coniunctionis duorum quadratorum ad et db supra duplum superficiei, que continetur a lineis ad et db , quod est superficies te . Sed duplum 15 superficiei, que continetur a lineis ag et gb est superficies fh , et superficies zh est equalis duplo superficiei, que continetur a lineis ad et db , quod ideo est, quoniam divisimus superficiem ze equalem ei, quod est ex duobus quadratis ad et db , <et> etiam ostensum est, quod superficies 20 tl est equalis quadrato facto ex linea ab . Remanebit ergo superficies zh equalis ei, quod est ex multiplicatione ad in db duabus vicibus. Superficiemque fh scivimus equalem ei, quod fit ex multiplicationi ag in gb bis: remanet ergo superficies fl superfluum superficiei equalis duplo eius, 25

2. equalem superficiem. — 6. coniunctionis] cuius est.

que continetur ab ag et gb , supra superficiem equalem duplo eius, que continetur ab ad et db . Et etiam quia superficies lf est superfluum superficiei ef <supra> superficiem ze , et superficies ef est equalis coniunctioni duorum quadratorum ag et gb , et superficies ez est equalis coniunctioni duorum quadratorum ad et db : ergo superfluum coniunctionis duorum quadratorum ag | et gb supra 50 duo quadrata ad et db est equale superfluo dupli superficiei, que continetur a lineis ag et gb , supra duplum
 10 superficiei, que continetur a lineis ad et db ; et illud est, quod demonstrare voluimus.¹⁾

| Cum quantitates ad invicem comparantur, alie eorum 51 sunt communicantes, alie incommunicantes.

Communicantes sunt, quibus una quantitas invenitur communis, que communis earum pars existens eas omnes metitur, quemadmodum in quantitatibus, que ponuntur numeri, apparet.

Quantitates quoque rationales sunt, quas una nota quantitas metitur. Ipse ergo sunt communicantes.

20 Quapropter omnes due quantitates communicantes aut sunt rationales, aut sunt surde; et neque contingit, ut una earum sit surda et altera rationalis, quoniam inter surdam <et> rationalem non est communitas in longitudine.

Incommunicantes autem quantitates sunt, quibus 25 non invenitur quantitas una communis, numerans eas omnes sicut numerorum radices, qui non sunt quadrati, cum ad numeros comparantur. Omnis enim quantitatis, que ponitur numerus inter quoslibet duos numeros continue

1) Hic prima pars huius commentarii in decimum librum finem habet, qui e Graeco fonte manasse verisimillimum est. Colorem enim, ut ita dicam, Graecum sapit. In Mscpto. hic sequuntur ea, quae libro nono iam addidimus, theoremata IX, 13 et IX, 39. Alteram partem commentarii Arabis esse opus et forma dictionis — „si deus voluerit“, ut exemplum afferam — et numerorum et algebrae usus clare ostendit.

quantitatis, radix ei incommunicans existit, sicut ternarius
 et ternarii radix. Ternarius namque et ternarii radix in
 longitudine sunt incommunicantes, quoniam unum est
 52 rationale | et alterum est surdum: ternarius itaque radici
 ternarii incommunicans existit. Ternarius vero in ternarii 5
 radicem ductus existit surdus, et etiam quia surdus cubi-
 cus existit. Propter hoc ergo sequitur, ut omnis quan-
 titas, que ponitur numerus, sit rationalis, unde omnes
 quantitates ei communicantes erunt rationales, et omnes
 quantitates ei incommunicantes sunt <ir>racionales. Quam- 10
 obrem quantitates dicuntur dividi in duas primas partes,
 quarum una est rationalis, que est ea, cuius numeratio
 sermone exprimitur, sicut cum dicimus decem, et viginti,
 et triginta, et que his sunt similia; altera vero surda¹⁾,
 que est, que verbis exprimi est impossibile, quemadmodum 15
 numerorum radices, qui non sunt quadrati, ut decem, et
 viginti, et triginta, et quadraginta, et superficierum latera,
 que non sunt cubica, sed solida diversorum laterum, sicut
 illud, quod fit ex binario in ternarium et ex hoc in qua-
 ternarium, quod est viginti quatuor, cuius latus est sur- 20
 dum, non enim sermone exprimitur, secundum quod in
 sequentibus ostendam; et que his similiatur, et que ex eis
 est composita, aut divisa ab ea, aut composita cum ratio-
 nali, aut divisa a rationali, et que fuerint his similes ex
 speciebus divisionis et compositionis. 25

Surda vero dividitur in duas primas partes, sim-
 plicem videlicet et compositam.

Simplex quidem est, que simpliciter verbis exprimitur
 secundum compositionem ad numerum unum, sicut radices
 solum; et nominatur rationalis in potentia, sicut radix 30

5. existit radix. — 15. verbis] $\overline{\text{quq}_3}^{\text{bis}}$. — 23. ex ea. —
 compositum.

1) Nota differentiam inter hanc secundam partem huius
 libri et primam. In prima nunquam paene dicitur irratio-
 nalis quantitas surda; in secunda parte autem verbum ir-
 rationalis omnino non invenitur.

septenarii, et radix octonarii, et radix decenarii, et que his simulantur, et nominantur mediales; et sicut radices radicum, et nominantur <mediales> secunde; et similiter mediales terciæ, et que sunt post eas usque in
 5 infinitum, secundum quod ostendam in fine tractatus, et tribuitur cuique eorum nomen secundum ipsius ordinem et elongationem eius a mediali.¹⁾

Que vero non est simplex, est composita, que est ea, que non simpliciter verbis exprimitur et comparatione
 10 ad unum numerum, sed est composita ex duabus quantitatibus incommunicantibus. Que etiam in duas distribuitur partes, continuam scilicet et discretam. Continua quoque dividitur in duas partes, quarum una est minus composita²⁾, que est coniunctio lineæ surde cum lineā
 15 surda, sicut cum dicimus: radix octonarii et radix denarii; et coniunctio lineæ surde cum lineā rationali, sicut cum dicimus: radix quadraginta quinque et quinarium, que est aut cum coniunctione unius earum ad alteram aut cum comparatione unius earum ad alteram. Altera autem est
 20 magis composita,³⁾ que est ea, que est ex surda, que

6) tribuentur. — 9. sed comparatione. — 15. octonarii] orthogonarii.

1) „Surdae simplices“ erunt ergo ex his formis: \sqrt{a} , $\sqrt[4]{a}$, $\sqrt[8]{a}$ etc. Aliis radicibus, ut $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[5]{a}$ cet., non utitur.

2) „Surda minus composita“ formam habet $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$, vel $a \pm \sqrt{b}$, vel $\sqrt{a} \pm b$. Signum — verbo „comparatione“ exprimi videtur.

3) „Surda magis composita“ has fere habet formas $\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \pm \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$, vel $\sqrt{a + \sqrt[4]{b}} \pm \sqrt{a - \sqrt[4]{b}}$, nam „radix sexaginta et radix radice triginta“ debet intelligi $\sqrt{60 + \sqrt[4]{30}}$, et non $\sqrt{60} + \sqrt[4]{30}$, et eodem modo „radix radice triginta duorum absque radice quaternarii“ debet intelligi $\sqrt{\sqrt{30} - \sqrt{4}}$, et non $\sqrt[4]{30} - \sqrt{4}$. In sequentibus

est minus composita, <composita> una ab alia; aut que est composita ex surda, quam predixi, cum quantitatibus rationalibus et his similibus, sicut radix sexaginta et radix radicis triginta, et radix sexaginta excepta radice radicis triginta. Et sicut cum dicimus: radix radicis triginta duorum et radix quaternarii, et radix radicis triginta duorum absque radice quaternarii, et que his sunt similia. Dicuntur vero cum diminutione lineae surde a linea rationali, aut diminutione lineae rationalis a linea surda aut diminutione lineae surde a linea surda. 10

Surda autem composita est aggregata ex duabus quantitatibus incommunicantibus, que simpliciter verbis exprimi est impossibile, secundum quod predixi, que in tantum tres segregatur partes. Non enim est possibile preter eas alias esse. Quarum prima est¹⁾, ut sit 15 multiplicatio cuiusque duarum quantitarum in se rationalis, et sit multiplicatio unius earum in alteram medialis, que est habens nomen absolute, et que ab ea determinantur, que etiam est prima linearum, in quibus apparet compositio. 20

Secunda²⁾ vero est, ut sit multiplicatio cuiusque duarum quantitarum coniunctarum in se medialis, et multiplicatio unius earum in alteram sit rationalis.

Tertia³⁾ autem est, ut sit multiplicatio cuiusque duarum quantitarum coniunctarum in se medialis, et sit 25 multiplicatio unius earum in alteram medialis.

7. Dicuntur] Dic'ta. — 22. in se coniunctarum. — 25. in se coniunctis.

meliori expressione dicitur: „radix triginta duorum absque radice quaternarii, radice residui accepta“. Etiam

formae $a + \sqrt{b \pm \sqrt{c}}$ vel $a \pm \sqrt{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}}$ ab auctore laudantur

1) Ut $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$, si ab non est numerus quadratus.

2) Ut $\sqrt[4]{a^3b} \pm \sqrt[4]{ab^3}$, quia $\sqrt[4]{a^3b} \cdot \sqrt[4]{ab^3} = ab$.

3) Ut $\sqrt[4]{a^3b} \pm \sqrt[4]{ab^3}$; nam $\sqrt[4]{a^3b} \cdot \sqrt[4]{ab^3} = \sqrt[4]{a^3b^3}$.

Quaecumque preterea harum trium divisionum in duas separatur partes. Est ergo totius summa sex continens divisiones. Prima autem pars, <id> est ea, cui nomina perveniunt, in tres etiam partitur divisiones solum, preter quas alias
 5 <esse> esset impossibile. Que sunt: una duarum quantitatum sit rationalis et altera medialis; aut sint ambe rationales; aut sint ambe mediales. Harum quoque trium divisionum queque in duas etiam sequestratur partes. Erit ergo totius summa sex continens divisiones.

10 Omnium vero summa duodecim continet divisiones. He vero duodecim divisiones omnes surdas, que in parte decima libri EUCLIDIS dicuntur, comprehendunt, secundum quod ego ostendam et explanabo in tractatu, si deus voverit.

15 Quod autem precessit, ex positione eius, quod sequitur, manifestatio existitit, quapropter non dimittam, quin exponam, licet prolixitas aliqua inde contingit, quod ei premittam, <que> eis, que post sequuntur, auxiliabunt.¹⁾

Dico igitur, quod numeri in duas dividuntur partes,
 20 communicantes scilicet et incommunicantes.

Communicantium autem et incommunicantium alii sunt rationales, alii surdi. Surdi, qui radicem non habent.

Communicantes vero, ex quibus, cum superfluitas,
 25 que est inter eos, vicissim minuitur, remanet numerus, qui numerat eum, qui ipsum precedit, sicut sexdecim et sex. Cum enim ex sexdecim minuitur duodecim, remanent quatuor; quatuor quoque cum minuuntur ex sex, remanet binarius; ipse ergo numerus, qui numerat illum, qui ipsum
 30 precedit, quapropter ipse numerat duos numeros.

2. summa] su'ma. — 3. pars est ea qua. — 13. si deus] desiderius. — 17. exponam] expons addam. — aliqui. — 18. eis] enis. — 25. minutus. — 28. remanent.

1) Quae antea de quantitativis generaliter declaravit, hic iterum de numeris integris exponit.

Incommunicantes sunt autem, ex quibus cum superfluum, quod est inter eos, vicissim minuitur, non remanet numerus numerans illum, qui ipsum precedit, donec perveniant <ad unitatem>; sicut decem et septem et undecim. Cum enim ex decem et septem minuentur undecim, remanebunt sex; et cum sex minuentur ex undecim, remanebunt quinque; cum quinque minuentur ex sex, remanebit unitas. Manifestum est itaque, numeros communicantes esse, quos binarius et numerus, qui supra ipsum, numerat; incommunicantes vero, quos sola unitas 10 numerat.

Rationales autem numeri sunt, qui habent radices, que verbis exprimuntur, <sicut> quaternarius, cuius radix est binarius. Binarius namque in binarium ductus facit 53 quaternarium, et similiter|sunt reliqui quadrati, quarum 15 radices verbis exprimuntur. Super hos enim necessario cadit nomen rationalis, quoniam ipsi sunt rationales in longitudine.

Surdi vero, <sunt>, quorum radices invenire est impossibile, que verbis exprimantur, et supra cuius quan- 20 titatem stetur. Sicut sunt numeri, qui sunt inter numeros continue quadratos. Ipsi namque sunt surdi, utpote radicem non habentes, quemadmodum ostensum est in octavo axiomaticum, sicut est denarius et vicensarius et tricenarius. Supra omnes itaque hos numeros, et que his simulantur, 25 non habentes radices, que verbis exprimantur, cadit nomen surdi.

Numerorum autem communicantium omnes duo numeri aut sunt rationales aut surdi. Non enim contingit, ut unus sit rationalis et alius surdus. 30

Superficies quoque communicantes rationales sunt quadrata rationalia communicantia in longitudine et in potentia. Surde vero superficies similes sunt, que sunt communicantes.

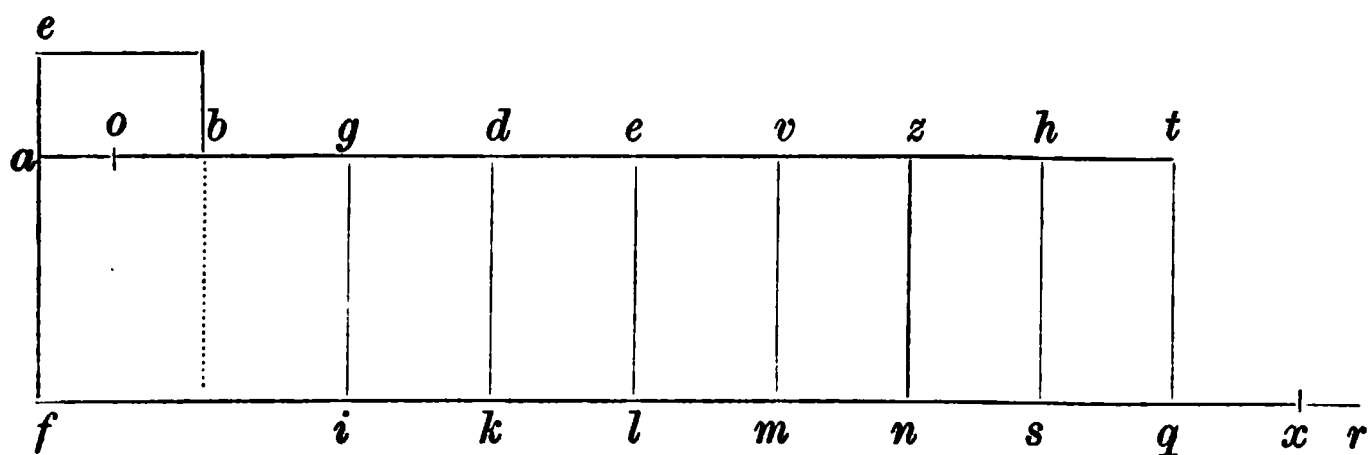
4. proveniant. — 7. et sex. — 12. radicem. — 15. quadrati, qui et quarum. — 26. radicem.

Numeri autem $\langle in \rangle$ communicantes aut sunt surdi, aut unus eorum est surdus et alter rationalis, cum radix surdi est incommunicans radici rationalis. Hoc est igitur summa radicum numerorum rationalium et surdorum com-
 5 municantium et incommunicantium. Linee vero, scilicet quantitates, non sunt ita. Ostensum namque est in figura prima decime partis, quod, cum ex maiore duarum diversarum quantitatuum minuitur plus medietate ipsius, et ex secunda plus medietate ipsius, et ita sic as-
 10 sidue, impossibile, quin remaneat quantitas minor data quantitate. Non ergo pervenit divisio ad aliquam quantitatem scitam, et supra quam stet, que fiat quantitas, per quam discernantur communicantes ab incommunicantibus, quoniam in divisione quantitatuum non invenitur
 15 minor minore. Cum ergo hoc ita sit, non reperiatur quantitas comprehensa, que sit pars duarum linearum numerans eas. Iam ergo ostensum est, quod numerus, qui $\langle est \rangle$ binarius, et qui est maior eo, est quantitas communicantis, et quod unitas est quantitas incommunicantis.
 20 Itaque hoc in numeris reperitur, in quantitatibus autem non invenitur eius simile. Cum enim quantitatem positam diviserimus, inveniemus semper quantitatem minorem omni quantitate posita. Postquam ergo iam pervenimus ad hoc, quasi ad essentiam quantitatuum, et volumus scire
 25 modum posicionis ad inveniendam quantitatem omnes quantitates numerantem, tunc ostendamus illud secundum hunc sermonem, et tribuamus nomen numerorum quantitatibus, quatinus in eo prebitur nobis aliquid, quod voles scire, si deus voluerit.

30 Ponam itaque lineam in figura finita, supra quam sint a, t , in qua notabo punctum, quoquo modo contingat, sitque punctum b , et dividam lineam bt in partes equales, sintque note partium g, d, e, v, z, h . Deinde statuam supra ab superficiem orthogonam, supra quam sint b, e ,

17. an numerus. — 19. et qui unus. — 24. quasi] quantum. — 28. nobis quid.

et protraham lineam af secundum rectitudinem ae , et proveniat ipsa, quantum volumus. A qua orthogonaliter producam lineam fr infinitam, et complebo etiam superficiem aq , et protraham lineas gi , dk , el , vm , zn , hs , tq equidistantes af , et sit qx equalis qs , ut sint due linee at et fx diverse, et complebo superficiem st , et nominabo



quantitatem, quam iam posui, unum, que est ab . Possibile ergo erit, quoniam ab aut numerat at , aut non numerat ipsam. Sit itaque primo numerans eam. Ergo ipsa numerat unamquamque quantitatum bg , qd , de , ev , vz , zh , ht ; ergo ipsa numerat fq . Linee enim il , kl , lm , mn , ns , sq sunt equales et equantur eis, que sibi opponuntur. Ipsa quoque numerat qx , donec sint lineae at , fx diverse: ergo ab est quantitas, que numerat at et fx , et eius quadratum, quod est unum, numerat quadratum earum: ergo iste linee sunt communicantes. Sit etiam ab non numerans bt , sed numeret ex linea fr lineam fx , et remaneat ex linea fr minus una parte ex linea fx , scilicet quantitate qx , que est equalis qs . Possibile igitur est, quod linea rx sit pars data ab aut partes. Si ergo fuerit pars data, dividam ab secundum eam. Sit itaque sicut medietas eius. Dividam itaque ab in duo media supra o . Sit ergo ob equalis ao , ergo ao numerat ob , et numerat totam ab . Sed ab numerat totas duas

5. sciat ax equalis qs . — 7—8. Impossibile. — 8. quoniam] quando. — 15—16. quadrato earum. — 18—19. ut lineae fx . — 19. quantitatem. — Impossibile. — 20. quod nulla rx .

lineas at et fx : ergo ao numerat duas lineas, ergo ipsa
 est quantitas communis in loco suo numerans duas quan-
 titates, et in hac divisione eriguntur quantitates in locis
 suis, in quibus fuerant in prima divisione: ergo at , et
 5 que est minor ea, numerat ab . Et sit pars quantitatis
 ab scita equalis xr numerans duas quantitates, et re-
 deunt omnes ad nomen, qui communem facit eas, quod
 est nomen quantitatis, que non difinitur secundum magni-
 tudinem neque secundum parvitatem, sed dicitur hec
 10 quantitas pars duarum quantitatum numerans eas. Hec
 est ergo ars reperiendi modum, quo invenitur quantitas
 numerans duas quantitates. Quod si qx fuerint partes
 ab , <tunc>, cum portio ponetur supra ab , non numerabit
 ipsam; non est enim in ea possibile. Dicemus itaque,
 15 quia ab numerat at , et non numerat fr : ergo ipse sunt
 incommunicantes. Quod si dixerimus, cum minuatur super-
 fluitas unius earum quantitatum at , fr ex altera, remane-
 bit quantitas xr , que non numerat eam, que est ante
 ipsam, quapropter ipse sunt incommunicantes, erit illud
 20 verum secundum quod dixit EUCLIDES, si autem etiam
 ab , et ideo que est pars, fuerit numerans at et numerans
 fr , diceremus, quod quantitates sunt communicantes, sive
 sint rationales, sive sint surde. Si ergo rationales, ca-
 deret super eas nomen numerorum. Omnis enim ratio-
 25 nalis est communicans, sed non omne, quod est communi-
 cans, est rationale, scilicet rationale in potentia tantum,
 et dicemus istud esse decem, et hoc est sex. Sed que
 fuerint surde dicemus, sive sint ex similibus, sive ex
 aliis, que sunt surde communicantes. Quod, si quantitas,
 30 que est pars numerans ab , non fuerit numerans fr , di-
 cemus, quod ipse sint incommunicantes et sint surde dis-
 similes, quoniam communicantes sunt rationales. Cum
 autem posuerimus duas lineas incommuni|cantes, dicemus 54
 ipsas esse surdas, aut unam eorum surdam et alteram

4. fuerint. — 10. pars] paras. — 21. aut ideo. — 28. simi-
 libus] siccalibus.

rationalem. Sed si posuerimus duas lineas communi-
cantes, dicemus, quod ipse aut sunt rationales aut surde,
et neque dicemus, quod una earum sit surda et altera
rationalis, quoniam hec est diffinitio incommunicantium.
Si ergo posuerimus quantitates numeros, quorum quan- 5
titas verbis exprimi possit, erunt secundum proprietatem
numeratorum communicantes et incommunicantes, secundum
quantitatum vero proprietatem erunt omnes communi-
cantes; una enim quantitas numerabit eas omnes. Sicut
si diceretur, duo et quatuor sunt communicantes secundum 10
numeratorum proprietatem, et tres et quatuor sunt incom-
municantes etiam secundum numeratorum proprietatem; sed
secundum quantitates radix binarii et radix quaternarii
et radix quinarum sunt communicantes in potentia; et
similiter radix quaternarii et radix septenarii sunt com- 15
municantes in potentia et incommunicantes in longitudine.
Qui vero ex eis fuerint quadrati, dicemus eos rationales,
et eos, qui fiunt surdi, dicemus in potentia rationales et
in ea communicantes et in longitudine incommunicantes.
Sit etiam superficies *be* numerans superficiem *bi*: ergo 20
superficies *be* numeret superficiem *ia*, que est duo, et
numerat superficiem *di*; et ipsa iam fuerat numerans
superficiem *ia*, ergo ipsa numerat totam superficiem *ak*.
Et similiter numerat superficies *al*, *am*, *an*, *as*, *aq*, *ax*.
Unaqueque autem harum superficierum addit supra eam, 25
que ipsam precedit, unum: ergo ipse sunt communicantes,
quas hec quantitas numerat secundum anterioritatem et
posterioritatem. Solum superficies *be* numerat *ia*, que
est duo; numerat *al*, que est quatuor; et *as*, que est
septem; et *aq*, que est novem. Iam ergo fuerint duo 30
et tres et quatuor et septem quantitates, et similiter erit
usque <in> infinitum, et superficies *be* fit eis communis,
quarum radices sunt incommunicantes, secundum quod
dicimus, et sunt in potentia tantum communicantes. Quod
<si> etiam superficies *be* <est> numerans *ax*, et non 35

numerat superficiem vx : dico igitur, quod duarum superficierum incommunicantium una est surda et altera rationalis. Quod si quantitas $\langle be \rangle$ non fuerit numerans aliquam earum, dicemus, quod ipse sunt surde $\langle et \rangle$ incommu-
 5 municantes, quoniam rationales communicantes sunt. Et etiam si fuerit am numerans superficiem vx , remanebit ex superficie vx superficies aliqua. Si ergo superficies illa fuerit pars scita superficiei am , faciamus in eo, quemadmodum fecimus in exemplo linearum, et dicimus, quod
 10 ipse communicant illi parte scite. Sed si illud, quod remanet ex superficie, fuerint partes superficiei am , et non est possibile, ut cum ea mensuretur, dicemus in ea, sicut illud, quod diximus in exemplo linearum. Cum ergo posuerimus superficies numeros, erunt secundum nume-
 15 rorum proprietatem communicantes et incommunicantes, sed secundum quantitatum $\langle proprietates \rangle$ erunt omnes communicantes, quoniam quantitas una numerat eas. Sicut si dicemus, quod quatuor $\langle et \rangle$ sex in numeris sunt communicantes, et quatuor et septem sunt incommuni-
 20 cantes in numeris, igitur ipsi sunt $\langle in \rangle$ communicantes $\langle in longitudine \rangle$ et incommunicantes in potentia. Sed secundum quantitates sunt communicantes in potentia et incommunicantes in longitudine. Secundum itaque hunc modum operatus est GEOMETER in tractatu decimo dicens,
 25 quod iste aut iste sint incommunicantes in longitudine $\langle et \rangle$ communicantes in potentia.

Iam ergo ostensum est ex habitudine quantitatum et superficierum, quod sufficit uni in eo, quod est necessarium $\langle in \rangle$ decimo tractatu, secundum quod GEOMETER
 30 diffinivit et descripsit $\langle de \rangle$ quantitativibus.

Nosti, quod quantitates in duas dividuntur partes, communicantes et incommunicantes, rationales et surdas, que tantum in tres primas distribuuntur partes. Prima earum est quantitativum, que communicant in longitu-

8. pars sexta. — 10. partis. — 13. linearum] quantitativum.
 — 34. quarum est.

dine et potentia; secunda est earum, que sunt incommunicantes in longitudine et potentia; tertia earum, que, cum sunt incommunicantes in longitudine, <sunt communicantes> in potentia. Quod autem quantitates communicantes sint communicantes in longitudine et in potentia 5 incommunicantes, impossibile est. Communicantes enim in longitudine necessario communicant in potentia. Omnes autem quantitates harum divisionum aut sunt rationales aut surde, aut una earum est rationalis et altera surda. Communicantes vero in longitudine et potentia sunt quan- 10 titates, que in figura septima demonstrantur, et eis similes; et incommunicantes in longitudine et potentia sunt ille, que in undecima figura declarantur, et similes eis; in potentia communicantes et in longitudine seiuncte sunt quantitates, que in figura septima decima demonstrantur, 15 et eis similes. Communicantes autem in longitudine et incommunicantes in potentia impossibile est esse, secundum quod diximus.

Dicitur, quod linea fit supra lineam cum augmento quadrati linee illius et illius, cum fuerit quadratum ipsius addens supra quadratum illius quadratum linee illius et illius. 20

Linea linee communicare dicitur in potentia, cum quadrata, que ex eis fiunt, una quantitas fuerit mensurans. 25,

Dicitur linea incommunicans linee in potentia, cum quadratum ipsius fuerit incommunicans quadrato eius.

Dicitur, quod linea potest <supra> superficiem, cum fuerit superficies ipsius quadrato equalis. 30

Superficies superficiei communicare dicitur, cum eas superficies similis numerat.

Omnis linee potentia est quadratum super ipsam existens.

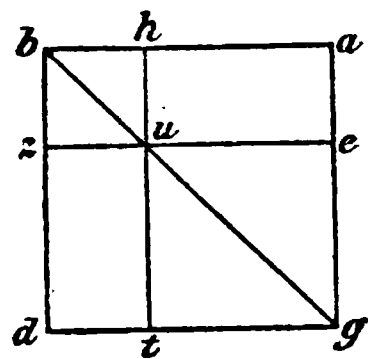
Omnis linea, cuius quantitas verbis exprimi 35 potest, dicitur rationalis, et ei communicans est rationalis.

Omnis linea incommunicans lineae, cuius quantitas verbis potest exprimi, est surda.

Superficies surda est, supra quam potest id, quod est surdum.

- 5 Omnes numeri communicantes aut incommunicantes demonstrantur, quemadmodum EUCLIDES ostendit in principio partis septime.

Cum voluerimus multiplicare numerum, ex quo excipitur numerus, in numerum, ex quo excipitur numerus, 10 sicut decem excepta re in decem excepta re¹⁾, multiplicabimus decem in decem, et proveniant centum, et decem per res, et erunt viginti res, et rem exceptam in rem exceptam, et pro- 15 veniet census unus additus: erunt ergo centum et census exceptis viginti rebus. Sit itaque linea ab decem, supra quam constituam quadratum $abgd$.



Eius protraham dyametrum, quae sit bg , et sit linea bh 20 illud, quod excipitur. Deinde complebo lineationem figure. Quadratum | ergo lineae ab est equale quadrato ah et 55 quadrato bh et multiplicationi ah in bh duabus vicibus. Sed quadratum ab est superficies gb , et superficies ub est quadratum bh , et superficies ug est quadratum ah ; 25 dyametrus enim secatur eas; et quod fit ex ab in hb est illud, quod fit ex decem in rem, quod est superficies az ; et quod fit etiam ex ab in rem illam aliam, <est illud>, quod est superficies bt : ergo quod fit ex linea ab in bh duabus vicibus est due superficies az et bt , ergo super- 30 ficies ab communicat duabus superficiebus simul. Ergo superfluum quadrati ab super quadratum ah cum illi

13. per res] paribus. — viginti sex. — 15. censies unus. — 16. centrum. — 22. et duabus. — 24. ah in ht .

1) $(10 - x)(10 - x) = 100 + x^2 - 20x$. Debes intelligi: „numerus, ex quo excipitur res“, nam res est, quod nos x dici solemus, $census = x^2$.

superfluo adiungitur quadratum hb , et minuitur ex eo, quod fit ex multiplicatione ab in bh duabus vicibus, remanet quadratum ah . Superfluum autem quadrati ab super quadratum ah est superficies $\langle az \text{ et} \rangle zt$: si ergo minuero ex quadrato ab superficies az et zt et quadratum hb , que sunt, quod fit ex multiplicatione ab in bh duabus vicibus, remanebit quadratum ah superficie ub diminuta ex eo. Addam autem ipsam ei: ergo erit quadratum ah et quadratum bh , quod est duo superficies gu , ub . Sed iam fuit, quod fit ex ab in se ipsam, centum, et quod fit ex bh in se ipsam, census. Minue ex eo ab in rem duabus vicibus: ergo erunt centum exceptis viginti rebus et census additus. Quod si voluerimus ex numeris integris, a quibus numeris excipitur integer, in se ipsum; et illud est, quod demonstrare volumus. 15

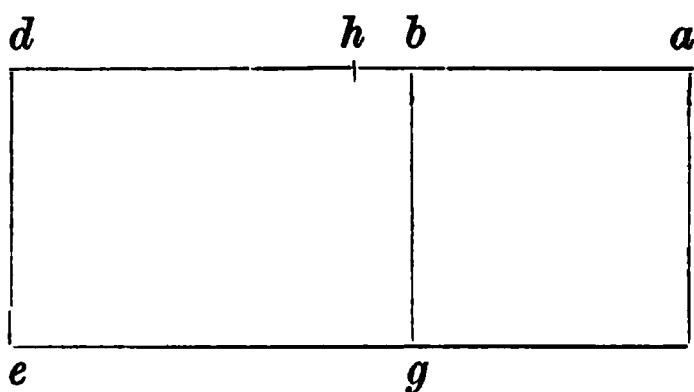
Datum numerum sic in duas partes dividere, ut, qui ex multiplicatione unius earum in alteram provenit, numero dato sit equalis. Unus itaque duorum numerorum sit decem, quem in duas sic volo dividere partes, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis viginti uno, quod est, ac si diceremus: census ac viginti unus equatur decem radicibus.¹⁾ Sit igitur census quadratum ag , et superficies be sit viginti unus: ergo ae est decem radices census. Ergo ad est numerus radicum census, quod est decem: volo itaque dividere decem in duas partes tales, ut sit multiplicatio unius earum in alteram viginti unus. Iam autem fuit ostensum in quinta figura partis secunde, quod omnis lineae in duo media divise et in duas inequales sectiones multiplicatio unius duarum inequalium in alteram, et multiplicatio super- 25 30

7. superficiem. — 11. census] eosdem. — 12. centrum. — 21. viginti numero. — 22. viginti numerus.

1) ANABITUS unam partem ponit x , altera ergo est $10 - x$. Erit itaque $x(10 - x) = 21$, vel $x^2 + 21 = 10x$. Demonstrationem geometricam et solutionem arithmetica bene separat. Haec est $x = 5 \pm \sqrt{25 - 21}$, id est 7 vel 3.

fluitatis <medietatis> linee super minorem sectionem in se ipsam sunt equales multiplicationi medietatis linee in se ipsam. Dividam ergo ad in duo media supra h , et in duas diversas sectiones supra b : ergo quod fit ex
 5 multiplicatione ba in bd

et bh in se ipsam, est
 equale multiplicationi ah
 in se ipsam. Sed quod
 fit ex ab in bd est vi-
 10 ginti unus; et quod fit
 ex ah in se, est viginti
 quinque, quoniam ipsa est
 medietas da ; et iam fuit



illud, quod fit ex ah in se ipsam, equale ei, quod fit ex ab
 15 in bd et bh in se ipsam: ergo, cum illud, quod fit ex
 db in ba , <quod est> viginti unus, <minuitur ex ah in
 se ipsam, quod est viginti quinque>, remanet, quod fit
 ex bh , quatuor: ergo bh est duo. Sed quod fit ex ah
 in se ipsam est viginti quinque, ergo ah est quinque.
 20 Sed bh est duo: remanet ergo ba tres, que est radix
 census, et census est novem. Ergo una sectionum est
 tres et altera septem. Aut adde duo supra quinque et
 minue ipsum ab eo: erit itaque una duarum divisionum
 tres et altera septem. Verum secundum arithmetice pro-
 25 prietatem dimidium decem multiplices in se ipsum, erit
 ergo, quod provenit, viginti quinque. Minue ex eo vi-
 ginti unum, remanent ergo quatuor, cuius radix duo;
 adde ergo illum super quinque et minue etiam ab eo:
 erit ergo ille supra quem additum est, una duarum sec-
 30 tionum, et ille, a quo dividam, est sectio altera.

Signabo etiam lineam, quam ponam, quantum li-
 buerit, sitque sex, que erit linea ab ; et ponam lineam gd
 radicem triginta duorum. Volo autem dividere sex in
 duas tales partes, ut sit, quod fit ex multiplicatione unius
 35 earum in alteram equale quadrato medietatis radicis tri-

ginta duorum, quod <est> octo.¹⁾ Hoc autem arithmetice capitulo in preteritis figurarum tractatus indigemus. Multiplica sex in se ipsam, et erit, quod provenit triginta sex. Si ergo assumpseris superfluum, quod est inter illud 5 et inter triginta duos, remanebunt quatuor, cuius radix est duo. Adde eam super sex, et erunt octo. Si ergo acceperis eius medietatem, erit una duarum sectionum quatuor et altera duo. Revertatur etiam hoc ad 10 arithmetica secundum primum exemplum.²⁾ Multiplica ergo unum <in se>, cuius radicem accipias et addas ipsam super tres et minuas eam ex eo: erit ergo una duarum divisionum quatuor et altera duo; revertitur ergo arithmetica ad id, quod in primo fecimus capitulo. Non enim 15 in hoc secundo eget aliquis ad mediationem radicum, quoniam in radicibus erit aliquid, cuius mediatio erit difficilis: ergo secundum hoc exemplum est facilius et levius.

Propositum multiplicationis radicum in radi- 20 ces. Cum volueris multiplicare radicem census in radicem census, multiplica quadratum radice in quadratum radice, et accipe radicem eius; quod enim provenit, erit, quod querebas.³⁾ Verbi gratia volumus multiplicare radicem novem in radicem quatuor. Multiplicabimus ergo novem 25 in quatuor, et provenient triginta sex, cuius radicem accipiamus. Erit ergo sex, quod est illud, quod provenit ex multiplicatione radice novem in radicem quatuor. Sit itaque linea ab radix quatuor, et bg radix <novem>.

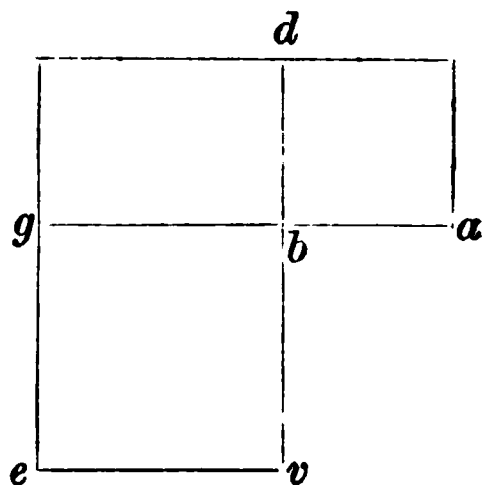
1—2. arimethice. — 11. arimethicam. — 14—15. arismetica.

1) Hic ponit $(2x)^2 + 32 = 12 \cdot (2x)$, quare $2x = 6 \pm \sqrt{36 - 32}$, $x = 3 \pm 1$.

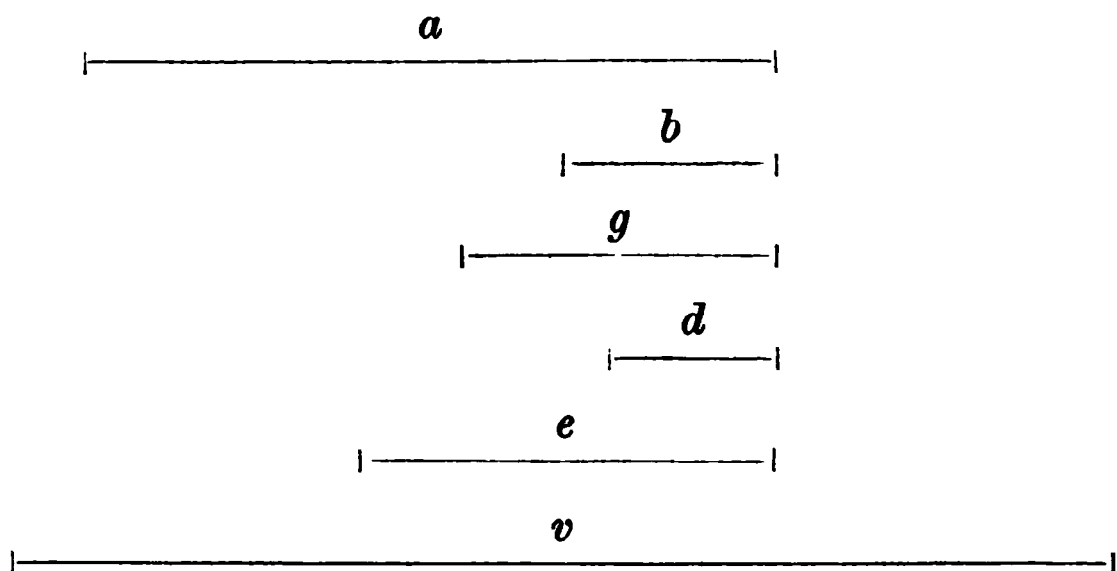
2) Et hic ponit $x^2 + 8 = 6x$, $x = 3 \pm 1$.

3) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$; $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{36} = 6$.

Faciam itaque supra ab et bg duo quadrata, que sint
 quadrata ad et be , et complebo lineationem figure. Ergo
 erit proportio ab ad bg sicut proportio superficiei ad ad
 superficiem dg . Sed ab est | equalis $\langle bd$, et bg est 56
 5 equalis $\rangle bv$: ergo proportio superficiei ad ad dg est sicut
 proportio lineae bd ad lineam bv .
 Sed proportio lineae db ad \langle lineam \rangle
 bv est sicut proportio superficiei
 dg ad superficiem gv : ergo pro-
 10 portio superficiei ad ad superficiem
 dg est sicut proportio superficiei
 dg ad superficiem gv . Ergo multi-
 plicatio superficiei ad , que est
 quatuor, in superficiem gv , que est
 15 novem, est triginta sex. Sed ipsa
 est sicut multiplicatio superficiei dg in se ipsam: ergo
 multiplicatio superficiei dg in se ipsam est triginta sex,
 ergo ipsa est radix triginta sex, que est multiplicatio
 radicis \langle in \rangle radicem; et illud est, quod demonstrare
 20 volumus.



Probatio altera. Et si volueris, pone novem
 lineam a , cuius radix sit linea b ; et quatuor lineam g ,

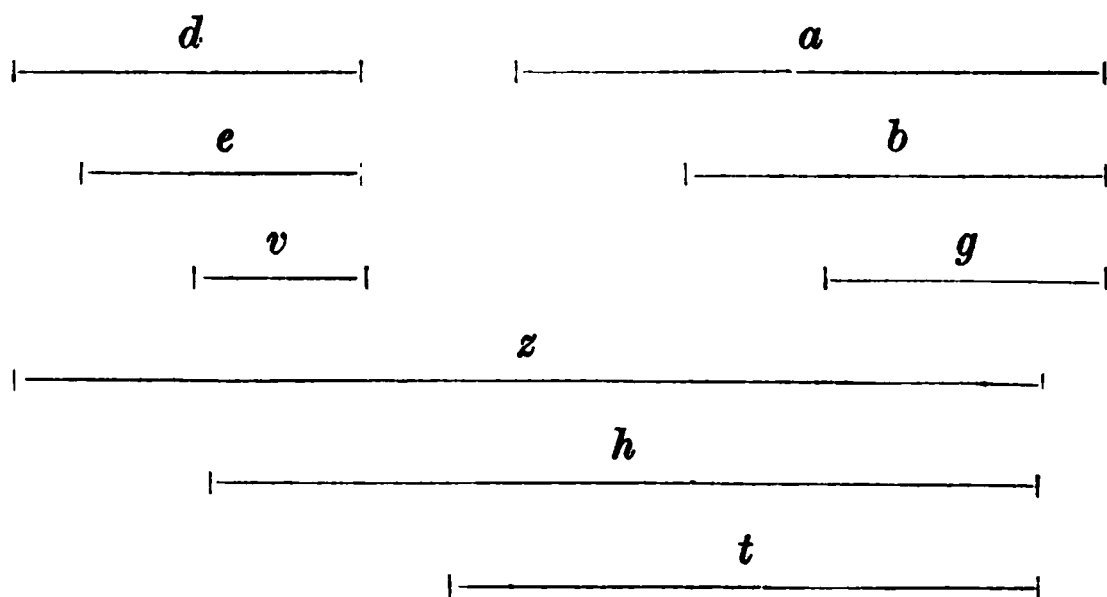


cuius radix sit linea d . Volumus itaque scire, quantum sit
multiplicatio b in d , et proveniat e ; et multiplicabo a in

1. quadrato. — 2. licicationem.

g , et fiat v : dico igitur, quod e est radix v , quod sic probatur. Quoniam enim scimus, quod ex multiplicatione b in se ipsum provenit a , <et> ex multiplicatione eius in d provenit e : ergo proportio b ad d est sicut proportio a ad e . Et similiter etiam b multiplicetur in d , et pro- 5 veniet e ; et d multiplicetur in se ipsam, et fit g : ergo proportio b ad d est sicut proportio e ad g , ergo multiplicatio a in g est sicut multiplicatio e in se ipsam. Sed multiplicatio a in g est v , ergo multiplicatio e in se ipsam est v : ergo < e > est radix v ; et illud est, quod 10 demonstrare volumus.

Et similiter, si dicatur: Multiplica radicem radicis novem in radicem radicis quatuor,¹⁾ erit hoc opus in hoc, ut multiplices novem in quatuor, et accipias



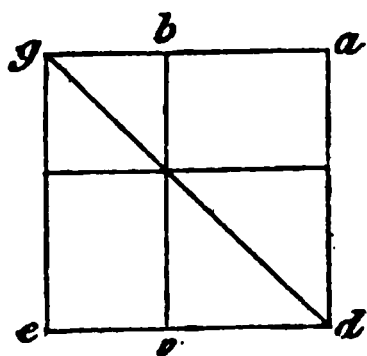
radicem radicis eius, quod provenit. Erit enim hoc illud, 15 quod querebatur. Verbi gratia ponam, ut novem sit linea a , cuius radix sit b , et radix b sit linea g : ergo linea g est radix radicis a . Et ponam, ut quatuor sit linea d , cuius radix sit linea e , et radix e sit linea v : ergo linea v erit radix radicis d . Multiplicabo igitur a in d , et proveniet 20

2. Quoniam ideo scivimus. — 14. accias. — 16. querecta-
tur. — 18. ut linea quatuor.

1) $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{ab}$; $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{9 \cdot 4} = \sqrt{6}$.

z , et b in e , et fiat h , et g in v , et proveniat t : dico igitur, quod linea t est radix radice lineae z , quod sic probatur. Quoniam iam scivimus, quod h est radix z , et secundum huius similitudinem ostenditur, quod t est radix
 5 h , quoniam g est radix b , et v est radix e . Sed b multiplicatur in e , et fit h ; et g in v , et provenit t , ergo t est radix h . Sed h est radix z : ergo t est radix radice z ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Propositum aggregationis radicum. Cum vo-
 10 luerimus aggregare radicem numeri radici numeri, aggregabimus duo quadrata duorum radicum, quibus superaddes radicem eius, quod provenit ex multiplicatione unius in alterum bis. Eius ergo totius, quod provenit, radicem assumes, que erit illud, quod queritur.¹⁾ Verbi gratia
 15 volumus aggregare radicem novem radici quatuor. Aggregas igitur novem et quatuor, ex quibus provenient tresdecim, quibus addas radicem novenarii multiplicatam in radicem quaternarii duabus vicibus, que
 20 est duodecim: erit ergo totum, quod proveniet, viginti quinque, cuius radix est quinque, qui est aggregatus ex duabus radicibus. Aut aggregabo duo quadrata, et fient tresdecim; deinde multiplicabo
 25 unum in aliud quater, et fient centum quadraginta quatuor, cuius accipiam radicem, que est duodecim, et addam super tresdecim, et sic erit viginti quinque, cuius radix est quinque, qui est summa duorum radicum. <Probatio eius.> Signabo itaque lineam, super
 30 qua est ab , quam ponam radicem unius duorum numero-

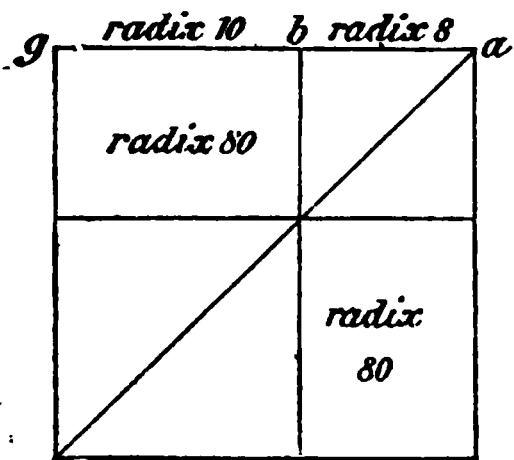


11. quadrati. — numerorum radicum. — 14. quod que rectunt. — 15—16. Agregas et sic semper. — 22—23. ex duabus vicibus. — 25. centrum.

$$1) \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}; \sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{9+4+2\sqrt{9 \cdot 4}} \\ = \sqrt{13+12} = 5; \sqrt{10} + \sqrt{8} = \sqrt{10+8+2\sqrt{80}} = \sqrt{18+\sqrt{320}}.$$

rum, sitque radix novenarii, cui adiungam lineam bg , que sit radix quaternarii. Volo autem scire summam earum. Faciam itaque supra ag quadratum $adeg$ et protraham diametrum ipsius, que sit gd , et producam lineam bv equidistantem lineae ad et lineae ge , et complebo figure ⁵ descriptionem. Iam autem fuit ostensum in figura quarta secunde partis, quod omnis lineae in duas partes divise multiplicatio in se ipsam est equalis multiplicationi cuiuscumque partis in se ipsam <et> unius in alteram bis. Quod ergo fit ex ab in se ipsam, est novem, et quod fit ¹⁰ ex bg in se ipsam, est quatuor, quarum summa est tresdecim; et quod fit ex ab in bg duabus vicibus est duodecim. Tocius ergo summa est viginti quinque, que est equalis multiplicationi ag in se ipsam. Superficiei ergo, que est viginti quinque, radix est linea ag : ergo linea ag ¹⁵ est quinque; et illud est, quod demonstrare volumus.

Sit etiam superficies, secundum quod diximus in figura, et sit linea ab radix octo, et linea bg sit radix



decem. Volo autem scire earum summam. Fiunt ergo duo quadrata ²⁰ decem et octo, et summa duarum superficierum, que sunt supplementa, fit radix trecentorum et viginti: dico ergo, quod radix decem et <radix> octo est radix ²⁵ assumpta eius, quod aggregatur ex radice trecentorum et viginti, cui decem et octo additus est;

et illud est, quod demonstrare volumus.

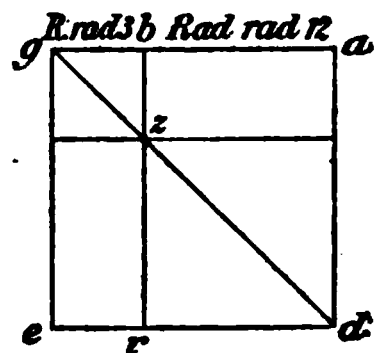
Quod si radicem radicis census et radicem radicis ³⁰ census aggregare volumus¹⁾, sicut si vellemus aggregare

1. novenarium. — 21. summa] una. — 24. viginti quatuor.

$$1) \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} = \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2\sqrt[4]{ab}} = \sqrt{\sqrt{a+b} + 2\sqrt{ab} + \sqrt[4]{16ab}}$$

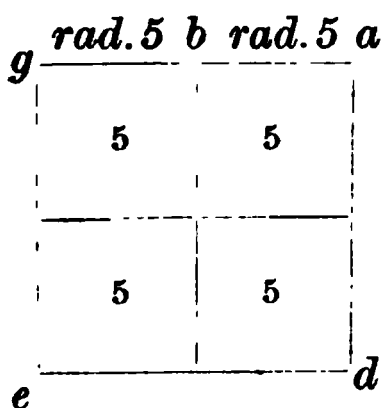
$$\sqrt[4]{12} + \sqrt[4]{3} = \sqrt{\sqrt{12} + \sqrt{3} + 2\sqrt[4]{12 \cdot 3}} = \sqrt{\sqrt{27} + \sqrt{24}}.$$

radicem radicis duodecim et radicem radicis ternarii, aggregabimus duodecim et tres, et fient quindecim; deinde multiplicabimus duodecim <et> tres, et sic erit triginta sex, quod multiplicabimus in quatuor, quoniam volumus
 5 ipsum duplare, et provenient centum quadraginta quatuor, cuius radix est duodecim, quam addam supra quindecim, et fient viginti septem. Deinde multiplicabo binarium in binarium et eius summam in quatuor, et erunt sexdecim, quem multiplicabo in triginta sex, et provenient quingenti
 10 et septuaginta sex, cuius radix <est> viginti quatuor, que est duo supplementa. Erunt ergo radix radicis duodecim et radix radicis ternarii assumpte radix assumpta ex radice viginti septem et ex radice viginti quatuor assumptis. Sit et linea ab radix radicis duodecim, et linea
 15 bg radix radicis ternarii ei coniuncta, quarum summam volo scire. Faciam | itaque supra ag quadratum $adeg$, 57 et protraham diametrum ipsius, que sit gd , et producam lineam bv equidistantem lineae ad , et complebo figure
 20 descriptionem. Multiplicatio igitur lineae ag in se ipsam est equalis multiplicationi lineae ab in se ipsam et multiplicationi bg in se ipsam et multiplicationi lineae ab in bg duabus vicibus. Sed multiplicatio lineae ab in se ipsam
 25 est radix duodecim, que est superficies dz ; et multiplicatio lineae gb in se ipsam est radix ternarii, que est superficies gz . Aggregemus eas, et erunt radix viginti septem, que est due superficies dz et zg . Multiplicatio
 30 autem lineae ab in bg semel est superficies az , que est radix sex, cuius multiplicatio in eam iterum est superficies ez , que est radix sex, et ipse sunt duo supplementa. Aggregabo ergo eas, et erunt radix viginti quatuor. Tota igitur superficies ae est radix viginti septem
 35 et radix viginti quatuor coniuncte, <cuius radix> est



illud, quod aggregatur ex radice radicis duodecim et radice radicis ternarii; et illud est, quod demonstrare volumus.

Propositum multiplicationis radicum. Cum voluerimus multiplicare radicem numeri <in numerum>, 5 quod est, sicut si dicemus: Multiplica radicem illius numeri in illum et illum numerum¹⁾, et sciamus cuius census est radix, quod est, quando dicerem: Due radices census quantum sunt: multiplicabo duo in duo, et erunt quatuor. Deinde multiplicabo illud in censum, et accipiam radicem 10



eius, quod provenit, que erit illud, quod querebatur. Sit itaque linea ab radix quinque, cui adiungam lineam $\langle bg \rangle$, que etiam sit radix quinarum, supra quam faciam quadratum, et complebo figure 15 descriptionem. Volo itaque scire, due radices quinarum cuius census sunt radix. Multiplicabo itaque ab in se ipsam, et proveniet 5, et bg in se ipsam, et fient 5, et ab in bg bis, et erunt decem. Erit ergo, 20 quod aggregabitur, viginti, qui est superficies $adeg$, que fit ex multiplicatione ag <in se> ipsam. Due ergo radices quinarum sunt radix viginti. Et similiter si vellemus aggregare tres radices, multiplicarem 3 in 3, deinde multiplicarem illud in censum, et acciperemus eius radicem; 25 et similiter quocumque <numero> multiplicare volumus; et illud est, quod demonstrare volumus.

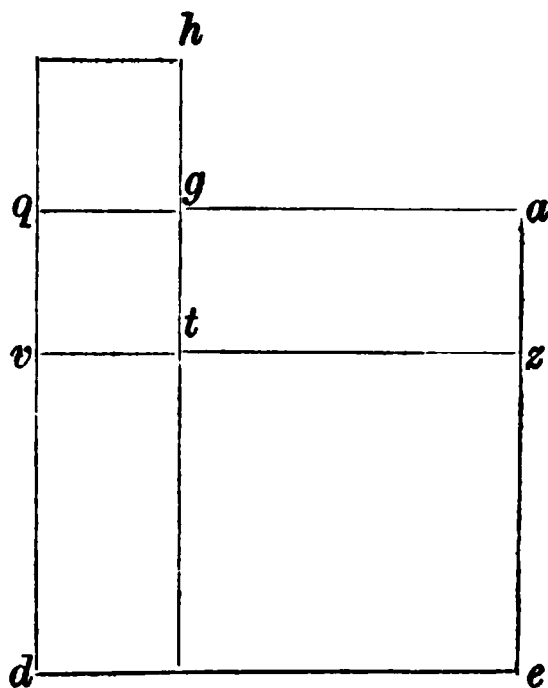
Propositum diminutionis radicum.²⁾ Cum voluerimus invenire radicem numeri ex<cepta> radice numeri,

272, 35—273, 1. cuius radix est illud] que est illius. — 8. quando] quoniam. — 24. 3 in 3] 4z in z. — 28. radicum] et aliarum.

$$1) a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}; \quad 2) \sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}.$$

$$2) \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}; \quad \sqrt{25} - \sqrt{4} = \sqrt{25+4-2\sqrt{100}} = \sqrt{29-20} = 3.$$

quod est, ut numerus ex numero excipiat operabimus in hoc secundum figuram septimam partis secunde, quod secundum exemplum demonstrabo. Signabo itaque lineam, supra quam sint a, b , que sit radix viginti quinque, ex qua dividam lineam bg , que sit radix quatuor. Volo itaque minuere radicem quaternarii ex radice viginti quinque. Faciam ergo supra ab quadratum ad , et faciam bv equalem bg , et protraham a puncto v lineam equidistantem lineae ab , que sit linea vz ; et faciam supra lineam bg quadratum, quod sit superficies bh , et protraham lineam gt equidistantem lineae bd , et complebo descriptionem figure. Erit ergo superficies ad viginti quinque, et superficies bh erit quatuor, et superficies av erit decem, et due superficies td et bh sunt decem. Iam autem ostensum fuit in figura septima partis secunde, quod omnis lineae divise in duos partes multiplicatio in se ipsam et multiplicatio unius earum divisionum in se ipsam est equalis multiplicationi lineae in partem illam bis et alterius in se ipsam bis. Multiplicatio ab in se ipsam est 25, et bg in se ipsam est 4, et summa duorum numerorum est viginti novem, scilicet duorum quadratorum. Et multiplicatio ab in bg bis est viginti, remanet ergo, ut ag in se \langle ipsam \rangle sit residuum numeri, quod est novem, cuius radix est ternarius. Ergo ternarius est radix viginti quinque excepta radice quaternarii. Iam igitur ostensum est, quomodo radix numeri ex radice numeri minuatur; et illud est, quod demonstrare voluimus.

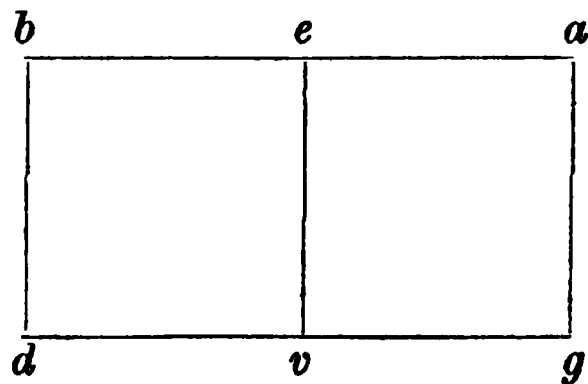


Quod si etiam inveniremus radices compositas, et voluerimus eas aggregare aut ad invicem minuere, facie-

1. quod *iteratur*. — 19. av] $\bar{a}ut$. — 21. partis septime.

mus in eis, secundum quod dico, sic.¹⁾ Si habuerimus radicem viginti quinque et radicem novem, et radicem viginti quinque excepta radice novem. Si ergo voluerimus eas et ad hoc ducere, multiplicabimus duo in duo, et fiunt quatuor, et multiplicabimus illud in viginti quinque, et 5 provenient centum, cuius radix accepta est decem: totum ergo est duo radices viginti quinque. Sed radix viginti quinque est quinque et radix novem est ternarius, quod ergo fit ex eis est octo, cui aggregemus radicem viginti quinque radice novem excepta, que est duo, et erit decem. 10 Quod si unum earum ex altera minuere voluerimus, removebimus duo prima, et multiplicabimus duo in duo, et provenient quatuor. Deinde multiplicabimus illum in novem, et fiunt triginta sex, cuius accipimus radicem, que erit sex, qui est octo excepto binario. Et illud est, quod 15 demonstrare volumus.

Propositum.²⁾ Cum volueris scire: medietas radicis numeri dati cuius numeri sit radix, multiplicabimus medietatem in medietatem, deinde multiplicabimus illud in numerum et accipimus radi- 20 cem eius, quod aggregatur. Et similiter si voluerimus scire: tertia radicis census cuius census sit radix, multiplicabimus terciam in terciam; deinde mul- 25 tiplicabimus, quod provenit, in censum et accipimus eius radicem. Et similiter erit omne illud, quod ex hoc genere scire voluerimus. Signabo itaque lineam, supra quam est ab , que sit radix viginti quinque, et constituam supra 30 punctam a lineam orthogonaliter, que sit equalis medietati

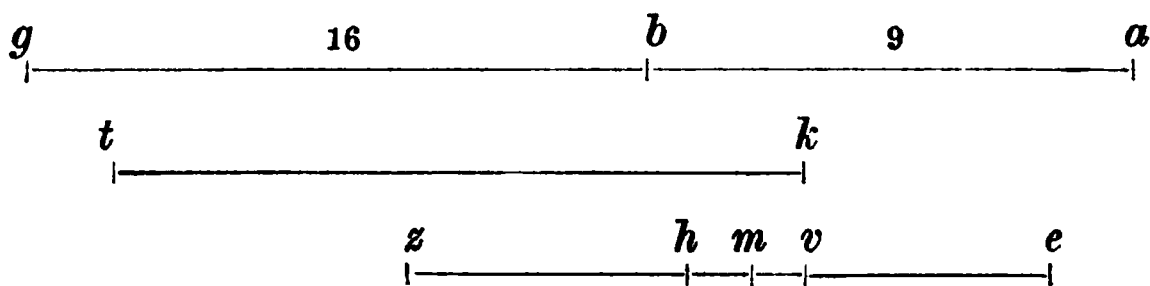


$$1) (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 2\sqrt{a}; (\sqrt{a} + \sqrt{b}) - (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 2\sqrt{b}.$$

$$2) \frac{1}{n} \sqrt{a} = \sqrt{\frac{a}{n^2}}; \frac{1}{2} \sqrt{25} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{6\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{2}. \text{ Hic introductio secundae partis commentarii finem habet.}$$

linee ab , sitque linea ag , et complebo lineationem figure, et dividam ab in duo media supra e , et protraham perpendiculararem ev . Ergo multiplicatio ab , que est radix viginti quinque, $\langle in \rangle$ ag , que est medietas ab , est equalis
 5 medietati viginti quinque: ergo superficies ad est duodecim et medietas. Sed superficies av est quadratum, quoniam fit ex | multiplicatione ae in ag , que sunt 58
 equales: ergo ipsa est sex et quarta. Ergo radix superficiei av est duo et medietas, que est medietas radice
 10 viginti quinque. Iam ergo declaratum est, quod, si multiplicaverimus medietatem in medietatem, et deinde, quod provenit, in censum, et acceperimus eius radicem, erit
 $\langle radix \rangle$ illud, quod querebatur; et illud est, quod demonstrare volumus.

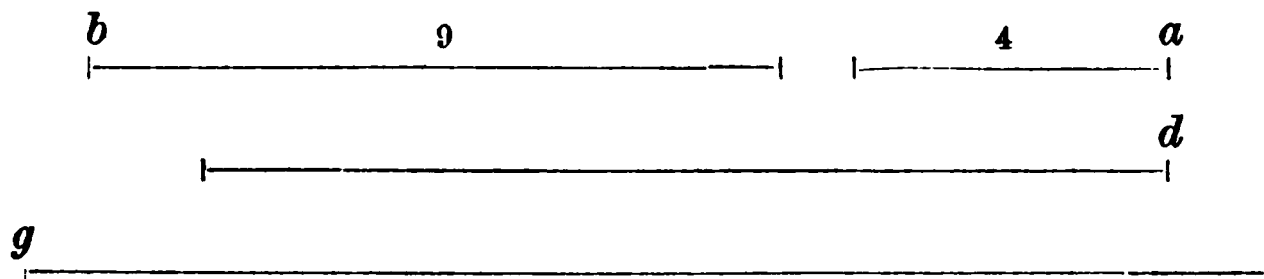
15 Omnium duorum numerorum continue quadratorum numerus, qui est maior \langle minore et minor \rangle maiore est surdus, caret enim radice. Verbi gratia sint duarum linearum ab et bg duo quadrata continua, que sint novem et sexdecim: dico igitur,
 20 quod numerus, qui est maior novem et minor sexdecim, est numerus non quadratus, quod sic probatur, quoniam



est impossibile aliter esse. Quod si fuerit possibile, sit ille, qui est inter eos, quadratus, qui sit linea kt , et sit linea ev radix novem, que est tres, et vz sit latus sex-
 25 decim, que est quatuor. Omnium autem duorum numerorum continue quadratorum superfluum radice unius supra radicem alterius est unitas. Sit ergo unitas hv , et sit numerus quadratus, qui est maior novem et minor sexdecim, tk , sicut posuimus. Et quia tk est maior novem
 30 et minor sexdecim, quod est maior ab et minor bg , ergo

erit latus eius maius latere ab , quod <est ev , et minus> latere bg <quod est vz >. Sit ergo sicut linea em . Sed due lineae ev , vz sunt duo numeri integri, et numerus em est numerus non integer, qui est radix numeri tk . Sed tk est numerus integer, et oportet, ut integri numeri radix 5 sit numerus integer, quoniam ex integro in integrum multiplicatio facit integrum, quod est contrarium. Non est ergo numerus, qui est inter duos continue quadratos, quadratus; et illud est, quod demonstrare volumus.

Propositum similium et dissimilium. Ex omni 10 numero quadrato multiplicatio <in> numerum quadratum proveniens superficialis est quadratus. Verbi gratia sit a quadratus, qui sit quatuor, et b qua-



dratus, qui sit novem: dico igitur, quod superficialis, qui fit ex a in b , est quadratus, quod sic probatur. Quoniam 15 multiplicabo a in se ipsum, et proveniet d , ergo d est quadratus; et multiplicabo a in b , et fiet g : ergo proportio a ad b , est sicut proportio d ad g . Sed proportio a quadrati ad b quadratum est sicut proportio d quadrati <ad> g : g ergo est quadratus. Unde ex hoc manifestum 20 est, quod, quando multiplicatur numerus quadratus in numerum quadratum, superficialis proveniens est numerus quadratus, quod illud est, quod demonstrare volumus.

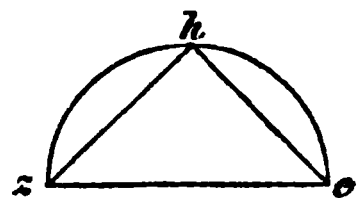
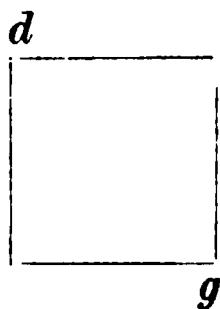
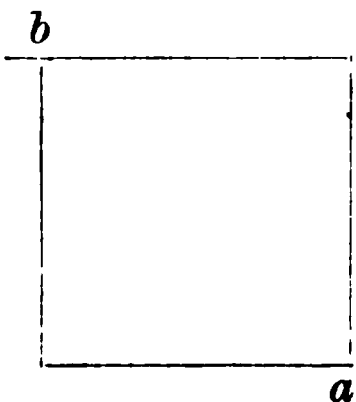
Propositum binomiorum. Duos quadratos invenire, quorum superfluum non sit numerus qua- 25 dratus. Iam ostendimus in precedentibus, quod numeri, qui sunt inter numeros continue quadratos, sunt surde absque radice, quare omnium duorum quadratorum posito-

7. contrarium] octarium. — 11. multiplicatio numerum. — 17. ergo et fiet. — 28. quare] quod.

rum secundum continuitatem superfluum inter eos non est numerus quadratus. Cuius exemplum est, ut accipiamus novem et quatuor. Erit ergo superfluum, quod est inter eos, quinque, qui est non quadratus. Dicemus ergo quod
 5 duo numeri sunt quadrati et totum eorum, quod fit ex eorum aggregatione, est numerus non quadratus. Hoc igitur manifestum est ex prima figura prepositarum, id est earum, que premittuntur.

Antecedens figure duodecime.¹⁾

10 Lineam, cuius quadratum sit equale superfluo, quod est inter duo quadrata data, ut sint duo quadrata, quorum unum est notum, et alterum ignotum, simul equalia quadrato dato, invenire. Sit itaque maius ab et minus gd : volo autem



15 addere super quadratum gd , quadratum, donec sit totum equale quadrato ab . Describam ergo lineam equalem

10. Linea. — 13. simul] similis.

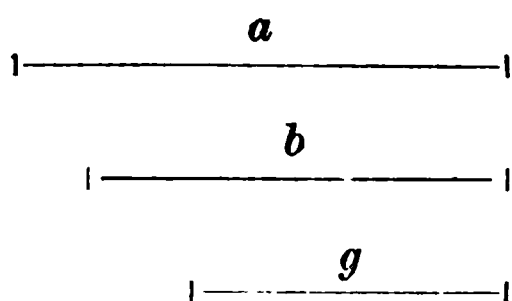
1) EUCLIDES X, 12 (CAMPANUS X, 13; HEIBERGIIUS X, 17): *Si fuerint due linee inequales, quarum longiorem in duo communicantia dividat superficies sibi adiuncta equalis quarte parte quadrati brevioris lineae, cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata, necesse est, ipsam lineam longiorem linea breviori tanto amplius posse, quantum est quadratum alicuius lineae communicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breviori augmento quadrati lineae communicantis sibi in longitudine, adiungaturque ei superficies equalis quarte parte quadrati brevioris lineae, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiunctam eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles dividere necesse est.*

lateri ab , que sit ez , supra quam circumducam semicirculum zhe . Quod protraham a puncto z lineam ad arcum equalem lateri gd , que sit zh , et coniungam h cum e : ergo quadratum ez est equale duobus quadratis zh , he . Sed quadratum ez est equale quadrato ab , et quadratum zh est equale quadrato gd : remanet ergo, ut quadratum eh sit equale superfluo, quod est inter duo quadrata. Iam ergo invenimus duo quadrata equalia quadrato dato, quod illud est, quod demonstrare voluimus.

Antecedens figure none decime.¹⁾ 10

Si fuerint due quantitates incommunicantes, omnis quantitas communicans uni earum est incommunicans alteri.

Verbi gratia sint due quantitates a , b incommunicantes, et sint g et b communicantes: dico igitur, quod 15



a et g sunt incommunicantes, quod sic probatur, quoniam non est possibile aliter esse. Quod sit fuerit possibile, sint a et g communicantes. Sed b et g sunt com- 20 municantes, ergo a et b communicant g : ergo communicat b a . Iam

autem fuerant incommunicantes, quod est omnino contrarium: ergo a et g sunt incommunicantes, quod illud est, quod demonstrare voluimus. 25

Antecedens figure vicesime secunde.²⁾

Omnis superficies orthogonia contenta a duabus lineis in potentia rationalibus, que sunt in longitudine communicantes, est rationalis.

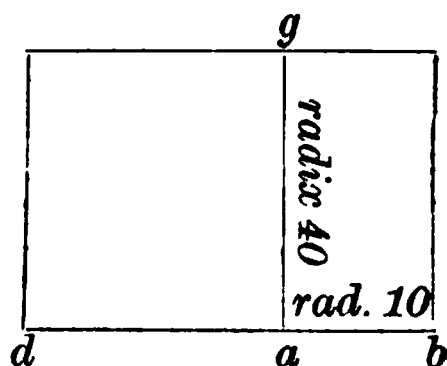
Verbi gratia sit superficies bg rectorum angulorum 30 contenta a duabus lineis ab , ag in potentia rationalibus

11. Sic. — 23. fuerint.

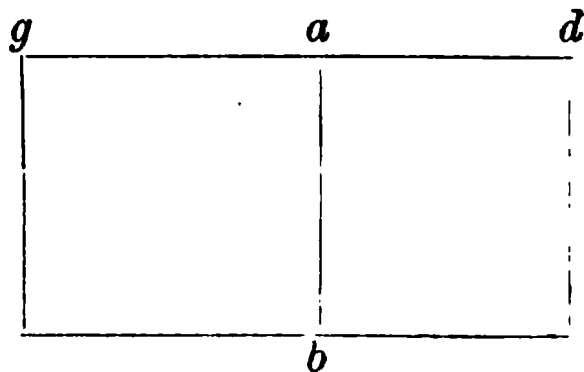
1) Videas p. 223 not. 3.

2) Est EUCLIDIS CAMPANI X, 23 (HEIBERGH X, 25). Videas supra p. 225 not. 1. Auctor duos casus huius propositionis seorsim tractat.

tantum et in longitudine communicantibus, que sint radix
decem et radix quadraginta: dico ergo, quod superficies
 bg est rationalis, quod sic probatur. Faciam enim supra
 ag quadratum gd . Et quia ag est
5 rationalis in potentia, ergo superficies
 gd est rationalis. Sed ba communi-
cat ag , et ag est equalis ad : ergo
 ba communicat ad , ergo superficies
 bg communicat superficiei gd . Sed
10 superficies gd est rationalis, ergo
superficies gb est rationalis. Sed
proportio radiceis decem ad radicem quadraginta est sicut
proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quare
radix decem in radicem quadraginta erit radix quadrin-
15 gentorum, que est viginti; et illud est, quod demonstrare
volumus.



Omnis superficies contenta a duabus lineis,
quarum una sit rationalis in longitudine, et altera
sit rationalis in potentia, est surda. Exempli causa
20 sit superficies bd contenta a duabus lineis, quarum una, que
sit ab , sit rationalis, et altera,
que sit ad , sit surda: dico
igitur, quod superficies bd est
surda, quod sic colligitur. Fa-
25 ciam enim supra ab quadra-
tum bg . Sed ab est incom-
municans ad in longitudine,
et ab est equalis ag : ergo

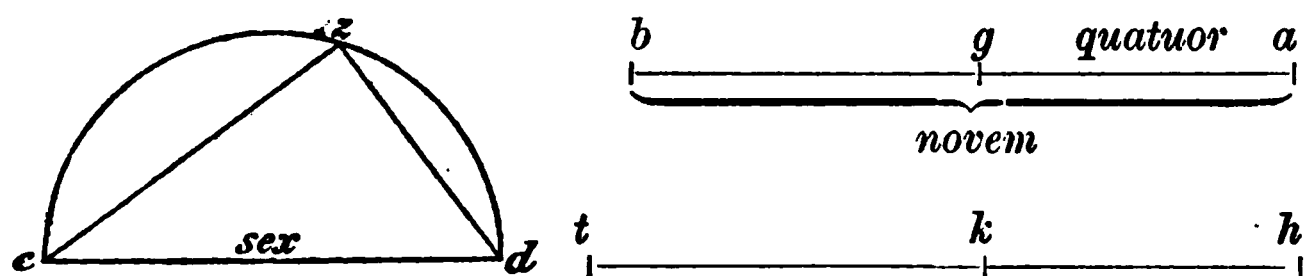


ag est incommunicans ad in longitudine. Proportio vero
30 ga ad ad est sicut proportio superficiei gb ad super-
ficiem bd , que est ea, que fit ex ab in ad : ergo super- 59
ficies gb incommunicat superficiei bd . Sed superficies gb
est rationalis, quoniam linea ab est rationalis: ergo
superficies bd est surda; et illud est, quod demonstrare
35 volumus.

13. quare] quoniam. — 21. sit ab iteratur. — 32. incom-
municat iteratur.

Duas lineas in potentia tantum rationales et communicantes, quarum longior supra breviorē possit secundum augmentum quadrati lineae communicantis longiori in longitudine, invenire.¹⁾

Ponam itaque lineam *de* rationalem, que sit sex, 5
deinde signabo duos numeros quadratos, qui inscribentur
ab et *ag*, et non sit superfluum eorum, quod est *bg*,
numerus quadratus, sintque duo positi numeri novem et
quatuor. Multiplicabo autem quadratum sex, quod est
triginta sex, in superfluum, quod est inter duos quadratos, 10
quod est quinque: erit ergo, quod provenit, centum et
octoginta, quam dividam per maiorem numerum, qui est
novem, et erit numerus, qui provenit, viginti. Sed radix
viginti est linea minor, ergo quadratum maioris, quod est
triginta sex, potest supra viginti cum quadrato, quod est 15
sexdecim, cuius latus est quatuor, quod communicat sex
in longitudine. Quod sicut illud est, quod est in figura



septima decima, quod est, ut ponam duos numeros quadratos *ab*, *ag*, et non sit superfluum, quod est inter eos, quod est *bg*, numerus quadratus, et sit linea *de* ratio- 20
nalis, supra quam describam semicirculum *dze*; et sit proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *dz* sicut proportio *ab* ad *ag*. Protraham autem lineam $\langle ze \rangle$, ergo proportio *ab* ad *bg* est sicut proportio quadrati facti ex *de* ad quadratum factum ex *ez*. Ergo 25

1) Est EUCLIDIS CAMPANI X, 24 (HEIBERGII X, 31): *Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, quarum longior sit potentior breviori augmento quadrati lineae communicantis eidem longiori in longitudine, invenire.*

proportio quadrati facti ex de ad quadratum factum ex
 ez est sicut proportio numeri ad numerum, sed non est
 sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum:
 ergo linea de est seiuncta lineae ez in longitudine, sed
 5 communicat ei in potentia propter hoc, quod \langle proportio \rangle
 quadrati facti ex de ad quadratum factum ex ez est
 sicut proportio \langle numeri \rangle ab ad numerum bg . Sit itaque
 quadratum factum ex de linea ht , et quadratum factum
 ex dz linea tk : ergo proportio quadrati ht ad quadratum
 10 tk est sicut proportio numeri ab ad numerum ag , ergo
 due lineae ht et tk sunt communicantes. Sed ht et tk
 sunt duo quadrata de et dz , ergo linea de communicat
 lineae dz in potentia. Sed quadratum de est equale duo-
 bus quadratis dz et ez , quoniam angulus dze est rectus,
 15 et quadratum de est linea ht , et quadratum dz est linea
 tk : remanet ergo, ut quadratum ez sit linea kh . Osten-
 sum est autem, quod proportio ab ad bg est sicut pro-
 portio ht ad tk . Cum ergo converterimus, erit proportio
 ba ad ag sicut proportio tk ad th . Sed th est quadra-
 20 tum de et kh est quadratum ez : ergo proportio quadrati
 de ad quadratum ez est sicut proportio numeri quadrati
 ad numerum quadratum, que est sicut proportio ba ad
 ag : ergo linea de communicat lineae ez in longitudine.
 Ergo linea de addit supra lineam dz in potentia cum
 25 quantitate quadrati, quod est ex linea ze , communicantis
 sibi in longitudine; et illud est, quod demonstrare vo-
 luimus.

Antecedens multarum figurarum.¹⁾

Omnis lineae in duas partes diversas divise
 30 duo quadrata duarum sectionum maius sunt duplo
 superficiei, que ab eis continetur. Verbi gratia sit
 linea ab in duas diversas sectiones supra g divisa: dico
 ergo, quod duo quadrata ag et gb coniuncta maius sunt
 duplo superficiei ab in bg , quod sic probatur. Quoniam
 35 ag et gb sunt diverse, tantum quadrata earum sunt

1) Est lemma ed. Heibergianae vol. III, p. 180/181.

maius medietate multiplicationis ab in se. Multiplicatio
 <autem> ab in gb bis est minor medietate multiplicationis
 ab in se, quoniam multiplicatio ab in se est sicut multi-
 plicatio ag in se et gb in se et ag in gb bis, et multi-
 plicatio ab in bg est minor multiplicationi medietatis ab 5
 in se ipsam, et multipli-
 catio medietatis ab in se
 est quarta quadrati ab :

ergo multiplicatio ag in gb bis est minor medietate
 multiplicationis ab in se. Relinquitur ergo, ut duo 10
 quadrata ag et gb coniuncta sint maius medietate multi-
 plicationis ab in se ipsam: ergo duplum superficiei ag
 in gb est minus medietate quadrati ab . Sed duo qua-
 drata ag et gb coniuncta sunt maius medietate quadrati
 ab ; <ergo> duo quadrata ag et gb coniuncta sunt maius 15
 duplo superficiei ag in gb , quod illud est, quod demon-
 strare volumus.

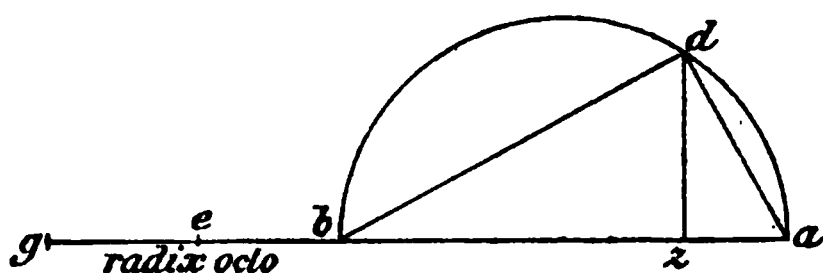
Hec quoque figura aliter invenitur. Quod est,
 ut ponam lineam ab , cuius longior sectio sit linea ag :
 dico igitur, quod duo quadrata ag et gb coniuncta sunt 20

maius duplo superficiei
 ag in gb , quod sic
 probatur. Dividam nam-

que ex ag , quod sit equale gb , sitque gd : ergo linea
 ag iam est divisa in duas sectiones supra d , ergo 25
 multiplicatio ag in se et dg in se est sicut multipli-
 catio ag in gd bis et multiplicatio ad in se. Multi-
 plicatio vero dg in se est equalis <multiplicationi>
 gb in se, quoniam est ei equalis: ergo multiplicatio
 ag in se et gb in se est sicut multiplicatio ag in 30
 gd bis et multiplicatio ad in se. Sed multiplicatio
 ag in gd bis est sicut multiplicatio ag in gb bis:
 ergo multiplicatio ag in se et gb in se est sicut
 multiplicatio ag in gb bis <et> multiplicatio ad in se.
 Ergo duo quadrata ag et gb coniuncta sunt maius 35
 duplo superficiei ag in gb ; et illud est, quod demonstrare
 volumus.

Antecedens figurarum vicesime quinte¹⁾ et vicesime sexte²⁾ et vicesime septime.³⁾

Ponam lineam, supra quam sit ab , cui secundum rectitudinem adiungam lineam bg , et describam supra ab semicirculum adb , et dividam bg in duo media supra e , et fiat ab numerus, quem voluerimus, sitque numerus quatuor, et bg sit radix octo: ergo erit quadratum be duo, quoniam est quadratum medietatis bg . Dividam autem lineam ab in duas partes sic, ut sit multiplicatio
10 unius earum in alteram equalis quadrato lineae be , quod



est duo, quod est quarta quadrati bg . Dividam ergo ipsam supra z . Erit <ergo> secundum quod precessit ex arithmetica in principio harum antecedentium⁴⁾, una duarum sectionum binarius et radix binarii, et altera bi-
15 narius excepta radice binarii, quoniam multiplicabimus medietatem quatuor in se, et provenient quatuor; minuem

11. quadrati bb . — 13. arismetica.

1) EUCLIDES X, 25 (CAMPANUS X, 27; HEIBERGIUS X, 33): *Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque mediam continentem, quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale, invenire.*

2) EUCLIDES X, 26 (CAMPANUS X, 28; HEIBERGIUS X, 34): *Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentem, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, invenire.*

3) EUCLIDES X, 27 (CAMPANUS X, 29; HEIBERGIUS X, 35): *Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque mediam continentem, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, superficiemque unius in alteram incommensurabile, invenire.*

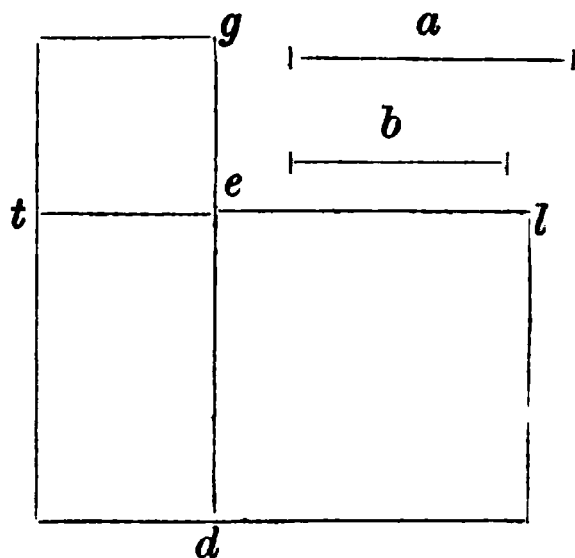
4) Equatio ANARITHI est $x^2 + 2 = 4x$, quare $x = 2 \pm \sqrt{2}$.

itaque ex eo duo, et remanebunt duo; accipiam autem
 60 radicem | eius, et addam eam supra duo et minuam eam
 ex duobus: erit ergo una duarum sectionum binarius et
 radix binarii, <quod est linea az , et altera est binarius
 excepta radice binarii>, quod est linea zb . Protraham 5
 autem perpendicularem zd , et coniungam a cum d et d
 cum b : ergo az est duo et radix duorum, et bz est bi-
 narius excepta radice binarii. Volo autem scire quanti-
 tatem cuiusque linearum ad et db . Et iam fuit osten-
 sum in figura octava sexte partis, quod proportio ab ad 10
 ad est sicut proportio ad ad az . Multiplicabo itaque
 quatuor in binarium et radicem binarii, quod est, ut
 multiplicem quatuor in duo, provenient ergo octo. Deinde
 multiplico quatuor <in quatuor> et fient sexdecim, quem
 multiplicabo in duo, et provenient triginta duo, cuius 15
 assumam radicem et adiungam <eam> cum octo: erit
 ergo, quod provenit, quadratum lineae ad . Dico igitur,
 quod linea ad est radix accepta ex eo, quod fit ex octo
 et radice triginta duorum coniunctis; et db est radix
 assumpta ex eo, quod provenit ex octo excepta radice 20
 triginta duorum, et etiam, quod proportio az ad zb est
 sicut proportio quadrati ad ad quadratum ab , quod sic
 probatur. Quoniam proportio az ad zb est sicut pro-
 portio trianguli azd ad triangulum $dz b$, et proportio
 trianguli ad triangulum est sicut proportio ad ad db 25
 duplicata, que etiam est sicut proportio quadrati ad ad
 quadratum db ; ergo erit proportio dz ad zb sicut pro-
 portio quadrati ad ad quadratum db . Et dico etiam,
 quod multiplicatio ab in dz est equalis multiplicationi
 ad in db , quod sic probatur. Quoniam duo trianguli 30
 adb , bdz sunt similes, ergo proportio ab ad ad est sicut
 proportio bd ad dz : ergo multiplicatio ab in dz est
 equalis multiplicationi ad in db ; et illud est, quod de-
 monstrare volumus.

1. duo] itaque. — 10. octava] cvto. — 31. adb , adz .

Multarum linearum antecedens.

Omnes duae lineae in longitudine <communicantes> sunt communicantes in potentia. Sint a et b communicantes in longitudine: dico igitur, quod ipse communicant in potentia, quod sic colligitur. Sit superficies dt equalis superficiei a in b , et sit linea ed equalis lineae a , et linea et equalis lineae b . Constituam autem supra ed et et duo quadrata ld , tg : ergo le est equalis a , et et est equalis b . Sed el communicat et in longitudine, et proportio le ad et est sicut proportio superficiei ld ad superficiem td : ergo superficies ld communicat superficiei td . Sed proportio de ad eg est sicut proportio superficiei dt ad superficiem tg , et ed communicat eg in longitudine: ergo td communicat tg .

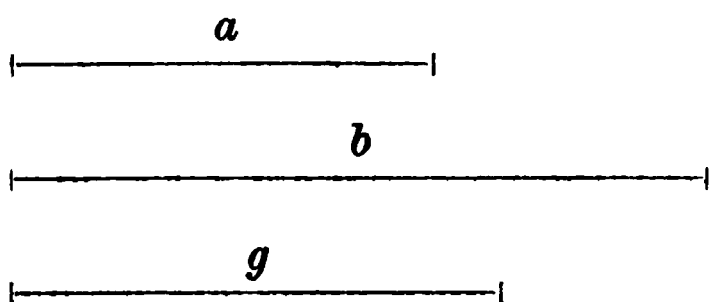


Ergo unaquaeque duarum superficierum gt , ld communicat superficiei dt : ergo duae superficies ld et tg sunt communicantes. Sed duae superficies ld , tg sunt potentie duarum linearum a et b : ergo a et b sunt communicantes in potentia; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Antecedens multarum figurarum.

Duos numeros, quorum unius ad alterum proportio non sit sicut quadrati numeri ad numerum quadratum, invenire. Et dico, quod: Omnes duo numeri superficiales altera parte longiores, ex unius quorum in alterum multiplicatione proveniat quadratus, sunt similes, et addit inter eos numerus, et continuantur proportionaliter, et est unius eorum ad alterum proportio sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum. Verbi gratia ponam quatuor numeros proportionales, qui sint

duo et quatuor, et tres et sex, et multiplicabo primum in tertium, et fient sex; et multiplicabo secundum in quartum, et provenient viginti quatuor: hii ergo numeri sunt similes. Multiplicabo itaque unum eorum in alterum, et fient centum quadraginta quatuor, qui est numerus 5 quadratus, cuius radix est duodecim: ergo una linearum \langle est \rangle sex, et secunda est viginti quatuor, media inter eos duodecim. Et dico, quod hii numeri sunt communicantes, et neque possibile est aliter esse. Quod si esset possibile, sint incommunicantes, et ipsi sint due lineae a , 10



b ; et linea g sit inter eas secundum proportionem. Sed omnes duo numeri incommunicantes sunt duo minores numeri 15 secundum proportionem ipsorum numerorum, et

omnium trium numerorum continue proportionalium similiter minores, qui sunt secundum \langle proportionem \rangle eorum, duo, qui extremi, sunt quadrati: ergo a et g et b sunt 20 incommunicantes. Sed ipsi sunt minores numeri secundum proportionem eorum: ergo a et b sunt quadrati et sunt altera parte longiores, quod est contrarium. Ergo a et b non sunt incommunicantes, sed sunt communicantes. Et omnes duo numeri communicantes \langle in \rangle longitudine 25 sunt communicantes in potentia, et sunt similes, et proportio unius eorum ad alterum est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo omnes duo numeri, ex unius quorum in alterum multiplicatione fit quadratus sunt similes. Sed omnium duorum numerorum quadra- 30 torum in longitudine communicantium unius ad alterum proportio est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo omnium duorum numerorum, ex quorum unius ad alterum multiplicatione non fit superficialis, qui

4. unum duum eorum. — 11. g est. — 18—19. similiter] simul secundum. — 29. multiplicaretur. — 34. multiplicationem.

sit quadratus, duo superficiales non sunt similes, neque
 cadit inter eos numerus, neque est proportio unius eorum
 ad alterum sicut proportio numeri quadrati ad numerum
 quadratum. Horum autem numerorum, qui sunt inter
 5 numeros quadratos continue secundum naturalem ordinem,
 omnes duo sunt surde. Et si unus eorum ad alterum
 multiplicetur, superficialis proveniens erit non quadratus,
 neque erit unius eorum ad alterum proportio sicut pro-
 portio numeri quadrati ad numerum quadratum. In hoc
 10 etiam opere intrant duo numeri, quorum unus est qua-
 dratus et alter surdus. Qui enim fit ex quadrato in sur-
 dum, surdus est. Cuius exemplum: Quod si dicimus qua-
 tuor et quinque, diceremus, quod radix quatuor, que est
 duo, est incommunicans radici quinque, quoniam ex mul-
 15 tiplicatione binarii in quinque fit decem, qui est surdus.
 Hii ergo <sunt> numeri, qui <in> figura undecima decimi
 partis assumuntur et <in> figuris, que sunt post eam.
 Nos autem de hoc brevius loquimur. Nunc dicemus ergo,
 quod: Omnium duorum numerorum, ex unius quo-
 20 rum in alterum multiplicatione aut unius per
 alterum divisione provenit <numerus> quadratus,
 unius ad alterum proportio est sicut proportio
 numeri quadrati ad numerum quadratum. Et
 omnium duorum numerorum, ex unius quorum
 25 in alterum multiplicatione aut unius per alterum
 divisione | provenit numerus non quadratus, non 61
 est unius ad alterum proportio sicut proportio
 numeri quadrati ad numerum quadratum. Et illud
 est, quod demonstrare volumus.

30 Qualiter superficies, que a linea rationali
 continetur et ab unoquoque binomiorum et resi-
 duorum, inveniatur, demonstrare, Quod quidem
 omnium incommunicantium est aggregatio, neque est ne-
 cesse, cuiusque figure opus in suo dicere capitulo; hoc

20. multiplicationem. — 21. divisionem. — 26. divisionem.
 — numerus numero quadratus.

namque capitulum solum secundum suum opus omnibus sufficiet. Postquam ergo unius eorum dispositio et scientia sciatur, erit in ea, quod sufficit. Cum enim figure oblegantur, elongabitur intellectus ab eo, quod scire desiderat, et erit uniuscuiusque figure operis reiteratio superfluitas non necessaria. Nos autem totius operis unum demonstrabimus capitulum, ut in omnibus intelligatur. 5

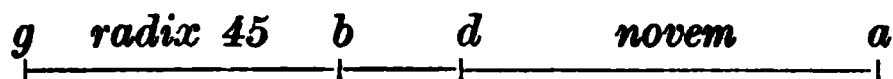
Si quilibet due lineae diverse secundum rectitudinem fuerint coniuncte, quarum longior sic in duas dividatur partes, ut unius earum in alteram multiplicatio sit equalis quadrato medietatis brevioris lineae, erunt due radices duarum sectionum lineae, quae est coniunctio aliarum sectionum, quae est longior linea, potentes supra superficiem, quae continetur a duabus lineis coniunctis et linea rationali. 15

Verbi gratia sint due lineae ab et bg secundum rectitudinem coniuncte, quae sint novem et radix quadraginta quinque. Dividam ergo novem in duas partes taliter, ut sit earum unius in alteram multiplicatio equalis quadrato medietatis radices quadraginta quinque, quae est undecim et quarta. Cum ergo computaverimus, secundum quod ostensum \langle est \rangle in precedentibus, erit una duarum sectionum septem et semis et altera unum et semis. Cuius executio secundum modum algebre est¹⁾, ut multiplicetur medietas novem in se, et provenient viginti et quarta, de quo minuantur undecim et quarta, et remanebit novem, cuius sumatur radix, quae est tres, qui addatur 25

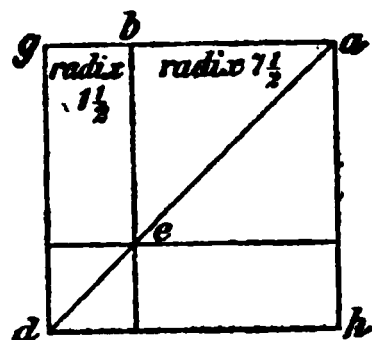
2—3. scientia] centa. — 4. quod eam scire. — 5. unaqueque figura. — operis] *iteratur*. — 11. quadrato et. — 14. longior linea, potentes] longior linea potens. — 25. executio] et secutio.

1) Hic est equatio ANARITH: $x^2 + 11\frac{1}{4} = 9x$ ergo $x = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{45}{4}} = \frac{9}{2} \pm \frac{6}{2}$, id est $x = 7\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}$. ANARITHUS demonstrat etiam $(\sqrt{7\frac{1}{2}} + \sqrt{1\frac{1}{2}})^2 = 9 + \sqrt{45}$.

supra quatuor et semis et minuatur ab eis. Erit ergo una duarum sectionum septem et semis et altera unum et semis. Dico igitur quod radix septem et semis et



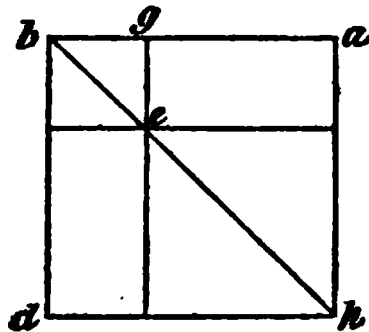
radix unius et semis coniuncte sicut linea una, possunt
 5 supra totam superficiem, que continetur a linea rationali
 et linea ag , quod sic probatur. Signabo lineam, que in-
 scribatur ab , sitque radix septem et semis, cui coniungam
 lineam bg , que sit \langle radix \rangle unius et semis; deinde faciam
 quadratum supra ag , quod \langle sit \rangle $agdh$,
 10 et comblebo figure descriptionem. Super-
 ficies ergo de est unum et semis, et
 superficies ea est septem et semis, qua-
 rum coniunctio est novem. Queque vero
 duarum superficierum ge et eh est radix
 15 undecim et quarte, quoniam ex multi-
 plicatione ab in bg \langle provenit undecim
 et quarta. \rangle Erunt ergo due radices undecim et quarte radix
 quadraginta quinque. \langle Erit ergo radix assumpta ex novem
 et radice quadraginta quinque \rangle , secundum quod ostensum
 20 est, radix septem et semis et radix unius et semis. Sunt
 ergo hii tres quantitates quidem proportionales prima et
 tertia et media, que sunt septem et semis, et unum et
 semis, et media, que est medietas radice quadraginta
 quinque, que est radix undecim et quarte. Similiter
 25 quoque talis proportio in omni linea divisa secundum
 hanc divisionem; et illud est, quod demonstrare volumus.



Sit etiam superficies secundum habitudinem suam,
 et sit ab radix septem et semis, et bg sit radix unius
 et semis. Sunt ergo hic due superficies addite, que sunt
 30 septem et semis et unum et semis, et due superficies di-
 minute, que sunt due radices undecim et quarte, et

2. unum] unius. — 4. sunt sicut. — 25. talis] radix. —
 30. unius semis.

coniuncte sunt radix quadraginta quinque. Cum ergo minuerimus duo supplementa ex duabus superficiibus quadratis, remanebit novem excepta radice quadraginta quinque, quod est residuum lineam longiorem sic in duas dividens partes, ut sit unius duarum sectionum in alteram multiplicatio equalis quadrato medietatis lineae secunde, que in hoc exemplo est undecim et quarta.¹⁾ Erit ergo una duarum sectionum septem et semis et altera unum et semis. Radices



earum coniuncte sunt potentes supra superficiem, secundum quod ostendimus. Cum autem unam earum ex altera minuerimus, dicemus, quod radix septem et semis excepta radice unius et semis est radix residue.¹⁵ Cum ergo multiplicaverimus radicem septem et semis excepta radice unius <et semis> in se, erit, quod provenit, novem excepta radice quadraginta quinque. Diximus autem, quod residuum in tres separatur partes, scilicet in divisione lineae rationalis a linea mediali, aut in divisione medialis a rationali, aut medialis a mediali. In hoc itaque exemplo divisimus lineam medialem a linea rationali, aut medialem a mediali; et illud est, quod demonstrare volumus.

In hoc prologo pretermisimus uti verbis algebre, et 25 usi fuimus verbis arithmetice, quoniam hoc levius existit rationabili. Convenit itaque, ut afferam ex numeris illud, quod dicam, quod est illud, quod dixit EUCLIDES in figura undecima.²⁾

3. radicem. — 11. unius. — 22. divisimus] divisionis. — 23. aut medialis. — 26. arimethice. — 27. auferam.

$$1) \text{ Vult dicere } \left(\sqrt{7\frac{1}{2}} + \sqrt{1\frac{1}{2}} \right)^2 = 9 + \sqrt{45}.$$

2) EUCLIDES X, 11 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 10): *Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine et potentia rectas lineas invenire.* In hac enim propositione quaeritur illud, quod ANARITUS exponit.

Describam duos numeros, quorum unius in alterum
 proportio non sit sicut proportio numeri quadrati ad
 numerum quadratum, et signabo numerum tertium, et
 sit proportio unius duorum numerorum ad alterum sicut
 5 proportio quadrati illius lineae ad tertiam lineam. Non
 ergo convenit, ut numerus unus, qui signatur, sit qui-
 libet, <quoniam>, postquam post duorum numerorum po-
 sitionem non quilibet poterit signari numerus, sed oportet,
 ut talis signetur numerus, cuius quadratum cum <in>
 10 unum duorum numerorum fuerit multiplicatum, <et> divi-
 datur per alium, scilicet ut sit in eo pars denominans
 duos numeros. Exempli causa signabo duos numeros,
 quorum proportio non sit sicut proportio numeri quadrati
 ad numerum quadratum, qui sint duo et tres. Et signabo
 15 unum numerum alium, qui sit quinque. Eius itaque
 quadratum, quod est viginti quinque, multiplicabo in tres,
 et fient septuaginta quinque. Volo autem dividere ipsum
 per duo [et tria], qui autem non dividitur per ipsum,
 quoniam in septuaginta quinque non est pars, que sit
 20 medietas. Multiplicabo etiam viginti quinque in duo, et
 fient quinquaginta, quem dividerem per tres, si possem.
 Sed non dividitur per ipsum, quoniam in quinquaginta
 non est pars tertia. Quinque ergo non est ex numeris,
 qui in hac figura tertia signantur, et qui ex eis sunt |
 25 similes. Assumam ergo loco quinque sex, et multiplicabo 62
 triginta sex in duo, et provenient septuaginta duo. Divi-
 dam igitur eum per tres, provenit ex divisione viginti
 quatuor. Multiplicabo etiam triginta sex in tres, et fient
 centum et octo, quem per duo dividam, et proveniet ex
 30 divisione quinquaginta quatuor: ergo sex <est> ex nu-
 meris, qui in hoc notantur capitulo. Et similiter erunt
 pares, postquam sunt <ex> paribus duo numeri positi
 et dati.

Signabo et hos duos numeros in figura septima

10. multiplicatio. — 18. qui autem] quod tantum. — 32. sunt paribus postquam duo.

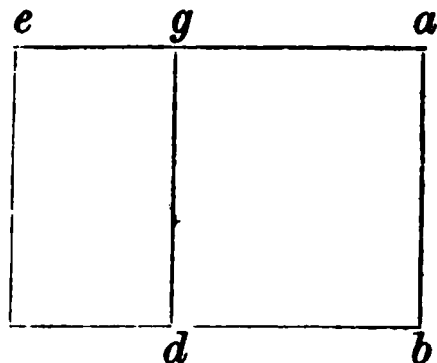
decima¹⁾ partis decime, et fiat proportio totius duorum numerorum ad alium secundum proportionem quadrati ad quadratum. Multiplicabo itaque viginti quinque in tres, et erunt septuaginta quinque, quem dividam per totum eorum, quod est quinque, et proveniet ex divisione quindecim. Multiplicabo etiam viginti quinque in duo, et fient quinquaginta, ex quo per quinque diviso proveniet decem. Est enim possibile, ut in <hoc> capitulo cum his duobus numeris impares assumantur numeri, et non est possibile, ut pares sint in eo. Similiter etiam afferam binomia, quibus assumam tres numeros, in quibus sit illud possibile. Hoc autem, quod predixi, est ex eis, que oportet premittere, ne incipienti inquisitione inveniatur in numeris aliquid impossibile. Dimittatur ille et assumatur alius ex eis, cuius, cum ipse multiplicatus fuerit in numerum, summa per alterum numerum dividatur, quod si tres numeri adeo diversificantur, ut dividi non possint, erit illud <im>possibile.

Dico etiam, quod, cum due superficies ad longitudinem lineae rationalis date adiungantur, quae posita sit, quantum voluerimus, scilicet unum, vel duo aut tres aut quatuor, aut quantum possibile est ex numeris, non removebunt numeri superficiem a suo primo situ, id est quantitate sua, neque <a> proportionibus, quae sunt secundum eam, et ab aliis. Verbi gratia sit linea rationalis data *ab*, quae sit unum, ad quam due adiungantur superficies *ad* et *de*, quarum quantitates sint radix centum et octoginta et radix triginta sex. Cum ergo minuerimus triginta sex ex centum octoginta, quod remanebit, <erit> centum quadraginta quatuor, quod est superficies quadrata. Et erit, quod minuitur, quinta centum octoginta, quod est superficies *de*, quae est quarta eius, scilicet quarta centum quadraginta quatuor, et quinta centum octoginta.

14. aliquid impossibile] quid nudatur. — 31. quinties.

1) EUCLIDES X, 17 (CAMPANUS X, 16; HEIBERGIUS X, 20). Videas p. 222 not. 1.

Sit etiam ab duo: dico igitur, quod ex multiplicatione medietatis in medietatem, et ex multiplicatione eius, quod provenit, in centum octoginta fit quadraginta quinque. Erit ergo ag in secundo exemplo radix quadraginta quinque, et ge erit radix novem, quoniam ex multiplicatione binarii in binarium et ex eius, quod provenit, multiplicatione in quadraginta quinque fit centum octoginta. Et similiter superficies $\langle de \rangle$ erit triginta sex. Cum ergo minuerimus novem ex quadraginta quinque, remanebit triginta sex, quod est superficies quadrata, et est quater quinq̄e quadraginta quinque, et ge est radix novem.



Sit etiam ab tres: dico igitur, quod ex multiplicatione tercie in terciam et ex eius, quod provenit, multiplicatione in centum octoginta fit viginti. Erit igitur ag radix viginti, et ge radix quatuor. Cum ergo minuerimus quatuor ex viginti, remanebit, secundum quod $\langle dictum \rangle$ est, superficies quadrata, et est quater quinq̄e viginti.

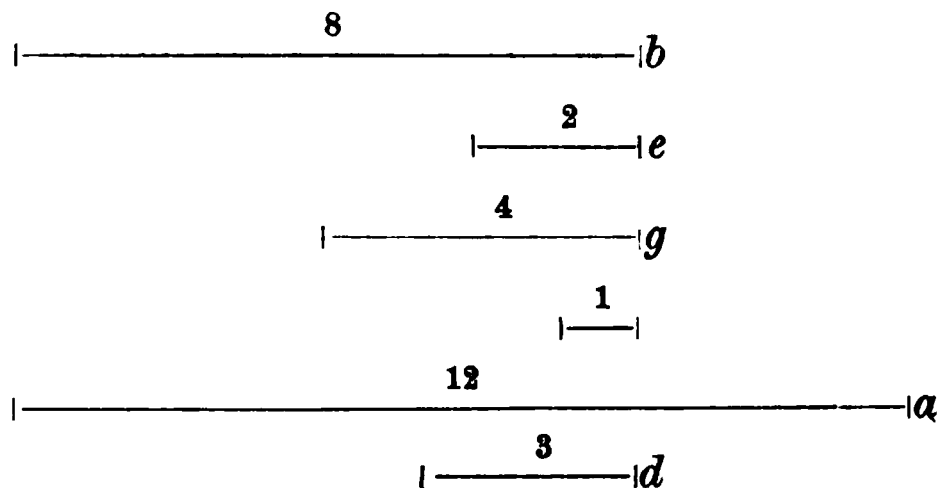
Et similiter cum posuerimus ab quatuor, erit ag radix undecim et quarte, et eg radix duorum et quarte. Proportiones autem et quantitates remanent secundum earum habitudinem, et neque minuuntur, neque permutantur. Iam ergo quolibet harum habitudinum in loco primo habitudinis erigitur, numeri vero diversificantur. Sed proportionēs et summe manent secundum earum habitudinem. Huius vero causa est, quoniam, cum ponimus lineam duo, et multiplicamus eam in duo, provenient quatuor, quem postea multiplicamus in numerum, aut multiplicamus duo in duo, deinde, quod provenit, multiplicamus in numerum, et proveniet superficialis quadratus.

2. medietatis et medietatis. — 13. superficies quadraginta. — 14. quatuor. — 17. eius] eo. — provenit ex multiplicatione. — 21. quatuor. — 30. provenient] probant. — 32. provenit] probant. — 33. proveniet] probant.

Et cum ponimus lineam tres, et multiplicamus tres in tres, et postea in exemplum, est numerus, qui fit ex multiplicatione, quadratus. Cum enim ex quolibet numero assumatur aliquid, quod sit pars quarta aut pars nona, aut pars sexdecima, et multiplicatur in eum; aut quadratus multiplicatur in quatuor, aut \langle novem \rangle aut sexdecim, numerus, qui provenit ex multiplicatione, est quadratus. Remanet ergo proportio secundum earum habitudines et quantitas similiter, sed numeri diversificantur. Si ergo linea rationalis ponatur, quantum volumus, superficies ei adiuncte remanebunt secundum suam habitudinem; et illud est, quod demonstrare volumus.

Quinti theorematis exemplum.¹⁾

Sint due quantitates a et b communicantes: dico igitur, quod proportio a ad b est sicut proportio numeri ad numerum, quod sic probatur. Quia enim $\langle a \rangle$ et b sunt communicantes, que sint octo et duodecim, ergo



communis \langle numerus \rangle numerat eos, qui sit g , qui sit 4. Sitque g numerans a secundum numerum unitatem d , qui sit 3, et numeret b secundum numerum unitatum e , qui 20

4. quatuor. — novem. — 5. sexdecim. — 9. quantitas] quarta.

1) EUCLIDES X, 5 (CAMP. et HEIB. idem): *Omnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.*

sit 2. Signabo autem unum, ergo g numerat a secundum
 numerum unitatum d , unum vero numerat d secundum
 numerum, quo g numerat a , ergo pars g ex a est pars,
 que est 1 ex d . Ergo proportio g ad a est sicut pro-
 5 portio unius ad d , et e contrario proportio a ad g est
 sicut proportio d ad 1. Et similiter monstrabitur, quod
 proportio g ad b est sicut proportio unius ad e : ergo
 proportio a ad b est sicut proportio d ad e . Sed d est
 $\langle 3$, et $e \rangle$ est 2 numerus, ergo proportio a ad b est sicut
 10 proportio numeri ad numerum. Unde et hoc manifestum
 est, quod omnium duorum quantitatum communicantium
 una est nota alterius mensura. Cum ergo fuerit unus
 duorum numerorum rationalis, et communicans ei fuerit
 nota quantitas, tunc quantitas ei communicans erit ratio-
 15 nalis; et lineae communicantes lineae rationali sunt ratio-
 nales; et superficies communicantes superficiei rationali
 sunt rationales. Lineae vero incommunicantes lineae ratio-
 nali sunt surde; et superficies incommunicantes superficie-
 bus rationalibus sunt surde, quoniam, si linea incommuni-
 20 cans lineae rationali esset rationalis, communicaret rationali
 lineae; et similiter dicimus de superficibus; et illud est,
 quod demonstrare volumus.

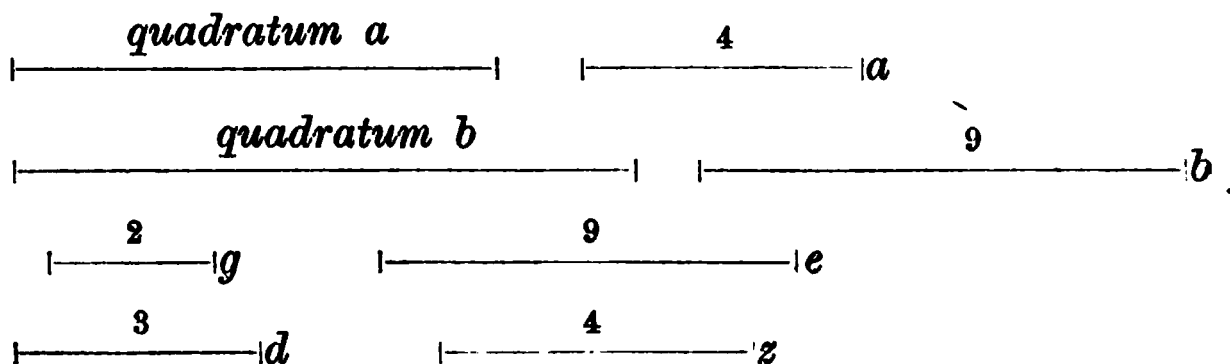


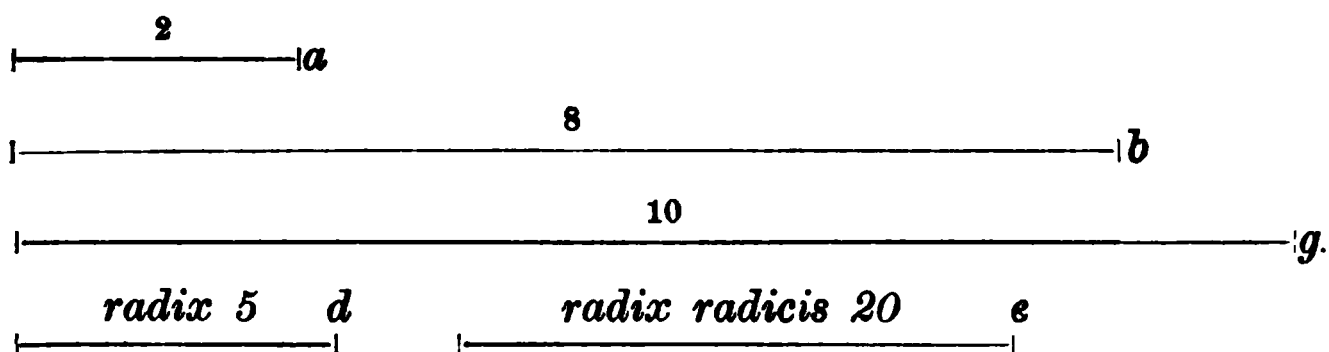
Figura septimi \langle theorematis \rangle^1 , que numeris
 notatur, cetera non mutantur

1) EUCLIDES X, 7 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 9): *Om-
 nium duarum superficierum quadratarum, quarum latera in
 longitudine communicant, est proportio unius ad alteram tan-
 quam numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit
 proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam tanquam*

In fine noni dicitur:¹⁾ Et secundum hanc probationem demonstratur de duabus quantitatibus incommunicantibus per conversam figure vicesime tercię quinti.

Undecimi theorematis exemplum.²⁾

63 Sit linea data linea a , quam ponam, quantum voluero 5
ex numeris, sitque duo, | volo autem invenire duas lineas
incommunicantes a , quarum una incommunicat ei in lon-
gitudine tantum, et altera in longitudine et potentia.
Duos ergo notabo numerus, quorum unius ad alterum
proportio non sit sicut proportio numeri quadrati ad 10



numerus quadratum, que sint b et g , et ponam eos octo et decem. Et ponam, ut sit proportio b ad g sicut proportio quadrati a ad quadratum d . Quod est: multiplicam duo in duo, et provenit quatuor, quem multiplicabo in unum duorum numerorum, sitque in decem, et provenient 15 quadraginta. Dividam itaque ipsum per octo, qui est numerus alter, et proveniet quinque, cuius assumam radicem, que sit linea d . Quod accipiam inter a et d lineam continue proportionalem, que sit e , et fit radix <radices> 20. Multiplicatio igitur prime in terciam est 20 equalis multiplicationi medie in se. Proportio autem

proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, erunt latera earum in longitudine communicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam non velut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.

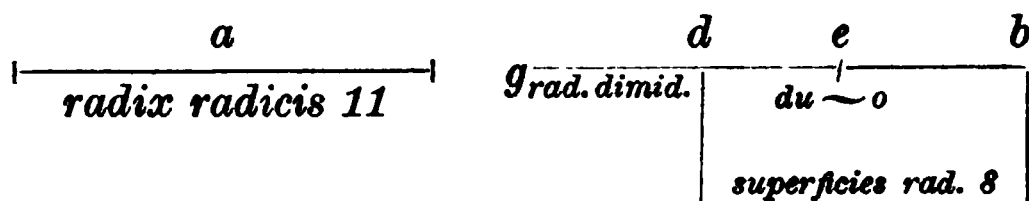
1) EUCLIDES X, 9 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 15). Videas p. 220 not. 1.

2) EUCLIDES X, 11 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 10). Videas p. 291 not. 2.

quadrati a ad quadratum d est sicut proportio b ad g ; sed proportio b ad g non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo a , que est duo, est <in>communicans d in longitudine, que est radix quin-
 5 que. Sed proportio a ad d est sicut proportio quadrati a ad quadratum e , ergo a incommunicat e in potentia, ergo ipsa incommunicat ei in longitudine. Si enim communicaret ei in longitudine, communicaret ei in potentia. Iam igitur invenimus duas lineas incommunicantes lineae
 10 a , unam in longitudine, que est d , et alteram in longitudine et potentia, que est < e >; et illud est, quod demonstrare volumus.

Tredecimi theorematis exemplum.¹⁾

Sint due lineae diverse a et bg . <Ponam autem>
 15 superficiem, que fit ex bd in dg equalem quarte quadrati a , que erit undecim et quarta, et minuatur ex bg superficies quadrata, que sit quadratum lineae dg , et sit bd



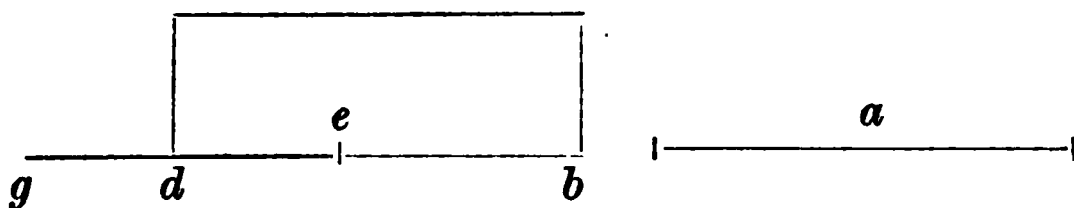
communicans dg in longitudine: dico igitur, quod bd potest supra a secundum augmentum quadrati lineae com-
 20 municantis bg in longitudine, quod sic probatur. Ponam enim, ut de sit equalis dg , et quarta quadrati a sit equalis superficiei bd in dg . Quadratum igitur a erit quadruplum superficiei bd in dg . Sed dg est equalis de : ergo quadratum a et quadratum be coniuncte sunt equalia
 25 duplo superficiei bd in de et quadrato de simul. Sed quadruplum superficiei bd in de et quadratum be simul

16. exminuatur. — 19—20. communicantes.

1) EUCLIDES X, 13 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 17). Videas p. 278 not. 1. Quod ergo hic nominat Theorema 13, ibi theorema 12 nominavit.

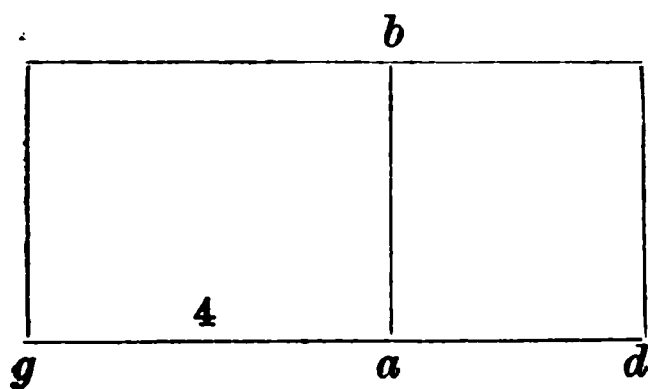
est equale quadrato bg : ergo quadratum a et quadratum be simul sunt equalia quadrato bg . Ergo bg potest supra a secundum augmentum quadrati be , quod est 36. Sed bd communicat dg in longitudine, ergo bg communicat gd in longitudine. Sed gd communicat ge : ergo bg com-
municat ge in longitudine. Cum ergo permutaverimus, erit bg communicans be in longitudine. Sed bg potest supra a secundum augmentum quadrati be : ergo potentia bg supra a est secundum augmentum quadrati lineae communicantis bg in longitudine. 10

Sint etiam, quae prediximus, secundum quod posuimus, et sit bg potens supra a secundum augmentum quadrati lineae communicantis bg in longitudine: dico igitur,



quod bd communicat gd in longitudine, quoniam dispositione manente una et similiter ostenditur, quod bg potest
supra a secundum augmentum quadrati be , et quod gb communicat be et est diversa ab ea: ergo bg communicat ge . Sed ge communicat gd in longitudine: ergo bg <communicat> gd in longitudine. Sed cum diviserimus, erit bd communicans gd in longitudine; et illud est, quod
demonstrare volumus. 15

Quinti decimi exemplum.¹⁾



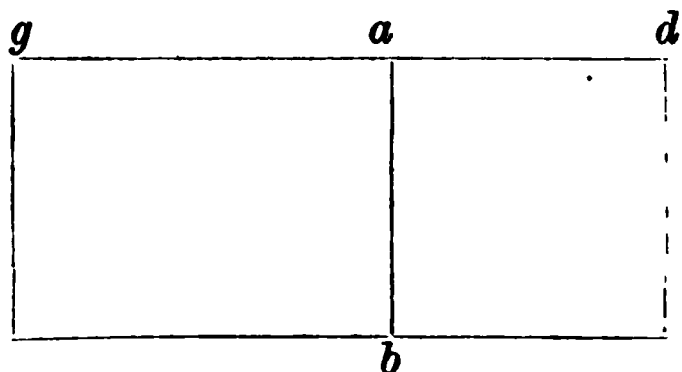
Sit superficies bg contenta a lineis in longitudine rationalibus ba , ag , quae
sit 4: dico ergo, quod superficies bg est rationalis, quod sic probatur. Faciam supra 25

1) EUCLIDES X, 15 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 19): *Omnia superficies rectangula, quam continent due lineae in longitudine rationales, rationalis esse probatur.*

ab quadratum, quod sit quadratum bd . Sed ab est rationalis, ergo superficies bd est rationalis, et ba communicat ag in longitudine, et ba est equalis ad , ergo ad communicat ag in longitudine: ergo superficies bd com-
 5 municat superficiei bg [in longitudine]. Sed superficies bd est rationalis: ergo superficies bg est rationalis; et illud est, quod demonstrare volumus.

Sexti decimi exemplum.¹⁾

Si superficies bg rationalis, que adiuncta sit ad lineam
 10 ab , et sit linea ab in longitudine rationalis et fuerint ab et ag continentes superficiem: dico igitur, quod ag est rationalis in longitudine, quod sic probatur. Faciam
 enim supra ab quadratum
 15 bd : ergo superficies bd est rationalis. Sed superficies bg est rationalis: ergo superficies bd communicat superficiei bg . Sed pro-
 20 portio superficiei bd ad superficiem bg est sicut portio ad ad ag : ergo da communicat ag in longitudine. Sed ad est equalis ab : ergo ab communicat ag in longitudine. Sed ba est rationalis, ergo ag est rationalis et communicat ab in longitudine; et illud est, quod
 25 demonstrare volumus.



Septimum decimum.²⁾

Volo reperire duas lineas in potentia tantum rationales <et> communicantes, quarum longior supra breviorē possit secundum augmentum quadrati lineae incommunicantis longiori in lon-

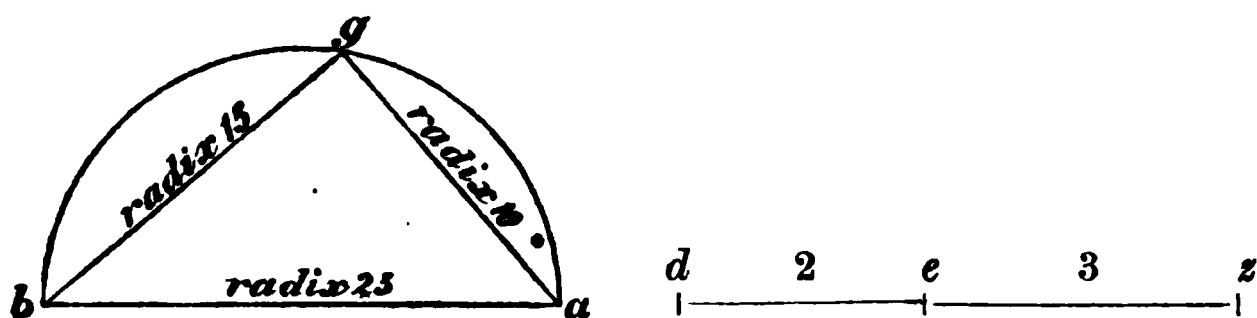
11. continentes] communicantes. — 20. superficiei ad .

1) EUCLIDES X, 16 (CAMPANUS idem, HEIBERGIIUS X, 19). Vide p. 221 not. 1.

2) EUCLIDES X, 17 (CAMPANUS X, 18; HEIBERGIIUS X, 20): *Duas lineas in potentia tantum rationales communicantes, quarum longior plus possit breviori, quantum est quadratum lineae sibi incommensurabilis in longitudine, invenire.*

gitudine. Communicantes vero in longitudine in elementis ostendimus.

Sit ergo linea ab rationalis in longitudine, quam ponam, quantum voluero, que sit quinque ex numeris, que sit longior. Supra quam constituam semicirculum agb , et signabo duos numeros de , ez , et ponam, ut non sit proportio dz ad unumquemque numerorum de , ez sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, quos ponam duo et tres, quorum summa est quinque. Sitque proportio dz ad ze sicut proportio quadrati ba 10



ad quadratum bg , et hoc est, ut multiplicem lineam ab in se, que est quinque, erit ergo, quod provenit, viginti quinque. Ipsum itaque multiplicabo in lineam ez , que est tres, erit, quod provenit, septuaginta quinque, quem dividam per summam, que est linea dz , que est quinque, 15 et provenit ex divisione quindecim. Radix ergo quindecim est linea bg . Coniungam autem g cum a per lineam ag . Quadratum vero lineae ba potest supra quadratum bg secundum quadratum ag . Quadratum ergo ab totum est viginti quinque, cuius radix, que est quin- 20 que, incommunicans existit radici quindecim in longitudine, quoniam ex multiplicatione quinque in quindecim proveniat septuaginta quinque, qui est numerus surdus, ergo ab est incommunicans bg in longitudine. Proportio enim quadrati ab ad quadratum bg est sicut proportio numeri 25 dz ad numerum ze . Sed ab communicat bg in potentia, secundum quod precessit, et seiungitur ei in longitudine, 64 et ab est rationalis in longitudine et bg rationalis in |

16—17. est quindecim est.

potentia. Inter rationalem vero et surdum non est communicatio: ergo ab , bg in potentia tantum sunt rationales <et> communicantes. Et etiam proportio dz ad ez est sicut proportio quadrati ba ad quadratum bg . Sed <si>
 5 converterimus, erit proportio dz ad de sicut proportio quadrati ba ad quadratum ag , et proportio ed ad de non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo ba seiungitur ag in longitudine. Sed ab potest
 10 potest supra bg secundum augmentum quadrati lineae incommunicantis sibi in longitudine, et ab , bg sunt in potentia tantum rationales <et> communicantes; et illud est, quod demonstrare volumus.

Octavum decimum.¹⁾

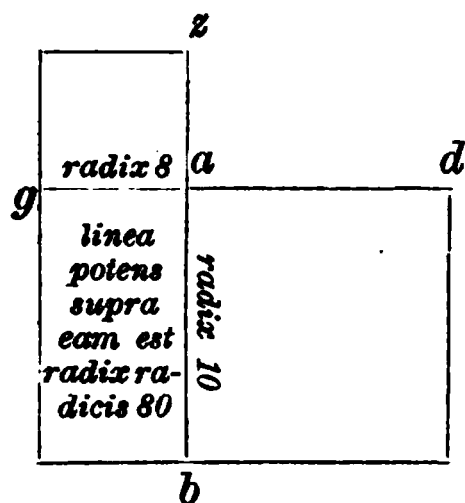
15 Omnis superficies contenta a duabus lineis in potentia tantum rationalibus <et> communicantibus est surda et vocatur medialis; et linea potens supra eam etiam est surda et nominatur medialis.

20 Verbi gratia sit superficies bg contenta a duabus lineis in potentia tantum rationalibus <et> communicantibus, quae sint ba et ag , et sint radix decem et radix octo: dico igitur, quod superficies bg est surda et linea, quae potest supra eam, est surda et vocantur superficies medialis et linea
 25 medialis, quod sic probatur. Faciam enim supra ab quadratum bd : ergo bd est rationalis. Sed ba incommunicat ag in longitudine, et ba est equalis ad , ergo ad est incommunicans ag in longitudine. Sed superficies bd seiungitur superficiei bg , et bd est rationalis: ergo bg est
 30 surda, et potens supra eam est <surda>, ergo vocantur

30. Pro surda in secundo loco Mscptm. lacunam habet.

1) EUCLIDES X, 18 (CAMPANUS X, 19; HEIBERGIIUS X, 21): *Omnis superficies, quam continent due lineae potentialiter tantum rationales communicantes est irrationalis diciturque superficies medialis, eiusque latus tetragonum, scilicet quod in eam potest, est irrationale, diciturque linea medialis.*

superficies medialis et linea medialis. Linea enim potens supra eam si esset rationalis, esset quadratum eius rationale, et esset superficies bg equalis quadrato eius rationalis. Sed iam ostensum est, quod ipsa est surda. Non



ergo vocatur bg medialis, nisi quia 5
ab eius extremitatibus producantur
ea, quibus ipsa est media. Quod
ideo est, quoniam faciam supra ag
quadratum gz , et supra ab qua-
dratum bd , et complebo figuram. 10
Proportio igitur ad ad ag est sicut
proportio ba ad az . Sed proportio
 ad ad ag est sicut proportio super-
ficiei db ad superficiem bg , et pro-
portio ba ad az est sicut proportio 15

superficiei bg ad superficiem gz : ergo superficies db , bg , gz
sunt continue secundum proportionem unam. Multiplicatio
ergo prime in tertiam est equalis multiplicationi medie in se,
que est bg . Superficies vero bd et gz sunt duo quadrata
 ab et ag , et ab et ag sunt in potentia rationales: ergo 20
 db et gz sunt rationales. Quod ergo aggregatur ex db
in gz est rationale. Sed radix eius est superficies bg ,
ergo bg est radix rationalis; et similiter linea potens
supra superficiem est <radix radicis> rationalis. Iam ergo
manifestum est ex eo, quod est declaratum, quod super- 25
ficies medialis est radix rationalis, et linea potens <supra>
superficiem medialem est radix radicis rationalis; et illud
est, quod demonstrare voluimus.

Cum vero dicit: „tres mediales“ vult, ut intelli-
gatur, quod omnis superficies quatuor habens latera ortho- 30
gonia cadens inter duo quadrata et continuata proportio-
naliter inter superficies vocatur medialis, quoniam ipsa est
media in proportionem inter duo quadrata, sive superficies
sit rationalis, sive sit surda. Tria medalia autem sunt

14—15. Quod proportio ba . — 17. Multiplicabo. — 19
vero dg . — 31. continuatur.

superficies contenta a duabus lineis in potentia tantum rationalibus <et> communicantibus, que est surda figure octave decime; et superficies contenta a duabus lineis medialibus et in potentia communicantibus <continentibus>
 5 rationale, que est <surda> figure vicesime tercię; et superficies contenta a duabus lineis medialibus in potentia incommunicantibus continentibus mediale, que est figura vicesima quarta. Figura igitur octava decima est medialis inter duas superficies rationales; et vicesima tercię est
 10 rationalis inter duas mediales; et figura vicesima quarta est medialis inter duas mediales.

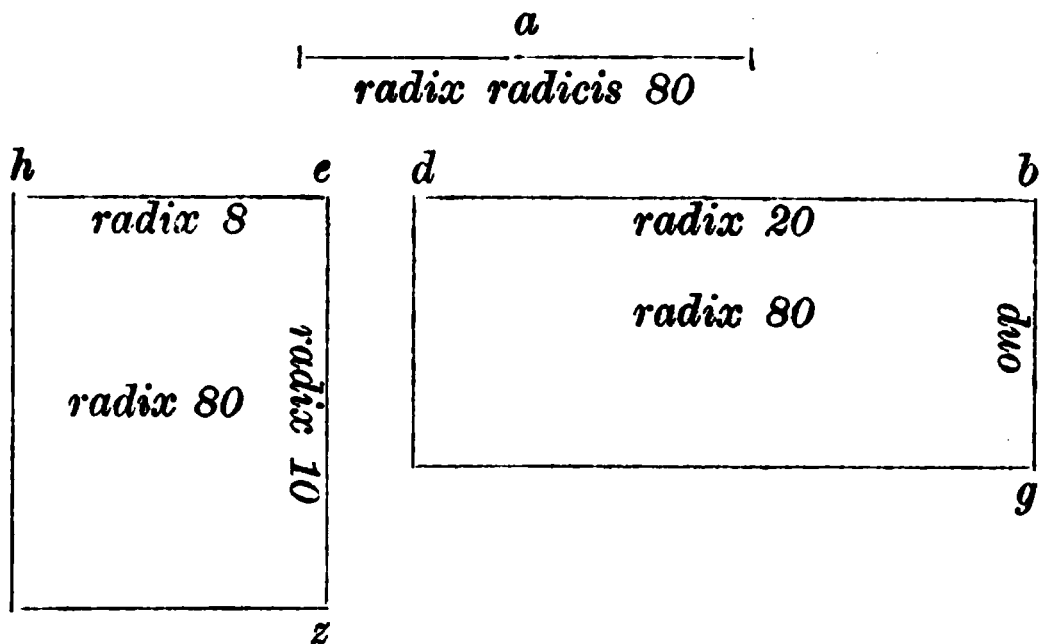
Nonum decimum.¹⁾

Cum superficies equalis quadrato <lineę> medialis ad lineam in longitudine rationalem
 15 adiungitur, latus secundum est rationale in potentia tantum <et> incommunicans lineę prime, ad quam adiungitur superficies, in longitudine.

Cuius exemplum est, ut sit linea a medialis, que sit radix radicis octoginta; et linea bg sit rationalis in longitudine, que sit duo, ad quam adiuncta sit superficies equalis quadrato lineę a medialis, que sit superficies gd , cuius latus secundum est bd : dico igitur, quod bd est rationalis in potentia tantum, et est incommunicans bg in longitudine, quod sic probatur. Quia enim superficies
 20 equalis quadrato a , que est superficies zh , iam continetur a duabus lineis ze , eh rationalibus et communicantibus in potentia, que sunt due lineę, ex quibus ipsa provenit, que sunt radix decem et radix octo, et ze et eh in potentia tantum sunt rationales <et> communicantes: ergo quadratum
 30 a est equale unicuique duarum superficierum zh et gd . Ergo zh etiam est equalis gd . Angulus autem e est equalis angulo b : latera igitur earum sunt alternata, ergo

1) EUCLIDES X, 19 (CAMPANUS X, 20; HEIBERGIUS X, 22):
Cum adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali superficies equalis quadrato lineę medialis, latus eius secundum potentialiter tantum erit rationale laterique primo in longitudine incommensurabile.

proportio ze ad bg est sicut proportio bd ad eh . Sed ez communicat bg in potentia, ergo bd communicat eh in potentia. Sed eh est rationalis in potentia, ergo bd



est rationalis in potentia. Sed ze seiungitur eh in longitudine: ergo superficies, que fit ex ze in eh , seiungitur 5 quadrato eh . Sed superficies, que fit ex ze in eh , est equalis superficiei gb in bd , et quadratum eh communicat quadrato bd : ergo superficies gb in bd est seiuncta quadrato bd . Cum enim fuerint due quantitates incommuni- 10 cantes, tunc omnis quantitas uni earum communicans erit alteri seiuncta: ergo gb seiungitur bd in longitudine. Ergo bd est rationalis in potentia et seiuncta bg in longitudine; et illud est, quod demonstrare voluimus.

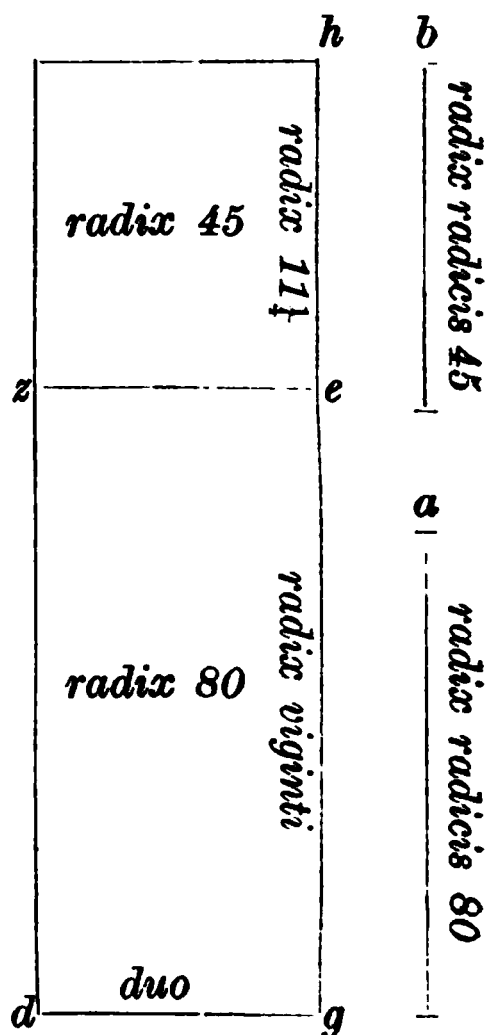
Vicesimum.¹⁾

Omnis linea communicans linee mediali in 15 longitudine aut in potentia est medialis.

Cuius exemplum <est>, ut sit linea a medialis, que communicet linee b in longitudine: dico igitur, quod linea b est medialis, quod sic probatur. Sit linea gd rationalis, que sit duo, ad quam adiungatur superficies equalis qua- 20

1) EUCLIDES X, 20 (CAMPANUS X, 21; HEIBERGIUS X, 23): *Omnis linea communicans mediali est medialis.* ANABITUS demonstrationem amplificavit.

drato a , que sit superficies $gdez$, et ipsa sit radix octoginta, cuius latus secundum est ge , que sit radix viginti, et adiungatur ad ze superficies zh equalis quadrato b , que sit | radix quadraginta quinque, cuius latus secundum 65
 5 est eh , que sit radix undecim et quarte. Sed a est medialis, et gd est rationalis, et quadratum a est equale superficiei de : ergo ge est rationalis in potentia et seiuncta dg
 10 in longitudine. Sed a communicat b : ergo quadratum a communicat quadrato b . Sed quadratum a est equale superficiei de , et quadratum b est equale superficiei zh : ergo
 15 superficies gz communicat superficiei zh , ergo ge communicat eh in longitudine. Sed ge est rationalis in potentia et incommunicans gd in longitudine: ergo eh est rationalis
 20 in potentia et incommunicans ez in longitudine, quoniam, si he esset communicans ez in longitudine, tunc, cum ge communicat eh in longitudine, ergo ge communicaret
 25 ez in longitudine. Sed ez est equalis [quadrato] gd , ergo ge communicaret gd in longitudine. Sed iam ostensum est, quod ipsa est ei incommunicans, quod equidem contrarium est. Ergo ez et eh in potentia tantum sunt communicantes, ergo zh est medialis, quare
 30 linea potens supra eam est medialis, que est b : ergo b est medialis; et illud est, quod demonstrare voluimus.



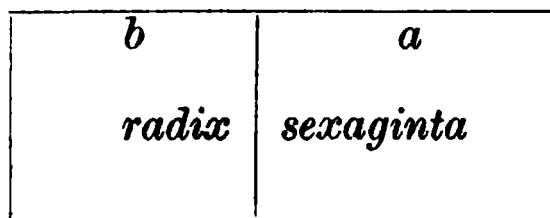
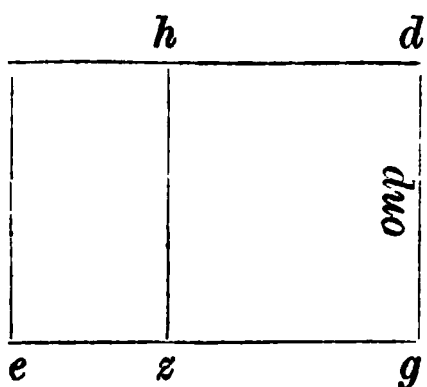
7. Quod quadratum. — 13. equalis. — 18. gb . — 29. quare] quod.

quadrato a medialis: ergo ge est rationalis in potentia tantum et incommunicans gd in longitudine; <et ponam>, quod sit superficies zh equalis quadrato b . Sed a communicat b in potentia: ergo gz communicat zh , ergo ge communicat eh in longitudine. Sed ge est rationalis in 5 potentia tantum et incommunicans gd in longitudine: ergo etiam eh est rationalis in potentia <tantum> et seiuncta gd in longitudine. Sed gd est equalis ez : ergo superficies zh continetur a duabus lineis in potentia tantum rationalibus <et in>communicantibus: ergo zh est medialis, 10 et linea supra eam potens est medialis. Linea vero supra eam potens est b : ergo b est medialis; et illud est, quod demonstrare volumus.

<Exemplum vicesimi primi.>¹⁾

Superfluum superficiei medialis super media- 15 lem superficiem est surdum; cuius hec est demonstratio.

Non possibile est, ut sit rationale. Verumptamen si possibile fuerit, sit superfluum superficiei a et b medialis supra superficiem a medialem rationale, quod est super- 20 ficies b ; sitque linea gd rationalis, que sit duo, et sit



superficies a et b radix sexaginta. Adiungam autem ad gd rationalem superficiem de equalem superficiei a et b , cuius latus secundum sit ge , et separabo ex superficie de

20. rationalem.

1) EUCLIDES X, 21 (CAMPANUS X, 22; HEIBERGIUS X, 26): *Omnis differentia, qua habundat mediale a mediali irrationalis esse probatur.*

superficiem equalem superficiei a , que sit dz ; remanet ergo <superficies> eh equalis superficiei b . Sed b est rationalis et est adiuncta ad zh , et zh est rationalis: ergo ze est rationalis in longitudine et communicat hz in
 5 longitudine. Sed a <et> b est medialis, et a est medialis, et ipse sunt equales de , dz : ergo de , dz sunt mediales et adiuncte ad lineam gd rationalem, ergo unaqueque duarum linearum eg et gz est rationalis in potentia
 <tantum> et incommunicans gd in longitudine. Sit etiam
 10 superficies eh medialis et b superficies rationalis: ergo superficies a seiuncta superficiei b . Sed a et b sunt equales gh et he , ergo gh est incommunicans eh in longitudine, et gz est seiuncta ze in longitudine: ergo superficies gz in ze est seiuncta quadrato ze . Sed superficies
 15 gz in ze communicat duplo eius, et quadratum ez communicat quadrato gz , et duplum gz in ez est incommunicans duobus quadratis gz , ez coniunctis. Sed cum coniunguntur, tunc totum quadratum ge est seiunctum duobus quadratis gz , ze coniunctis. Duo autem quadrata
 20 gz , ze sunt rationalia, ergo quadratum ge est surdum, quod contrarium est et impossibile consistit; iam enim ge fuit in potentia rationalis. Augmentum igitur medialis super medialem non est rationale; est illud est, quod demonstrare volumus.

25 Exemplum vicesimi tercii.¹⁾

Signabo itaque duas lineas a et b rationales in potentia et in ea tantum communicantes, quas ponam quatuor et radicem duodecim; et ponam, ut a possit supra
 b secundum augmentum quadrati lineae, cui a communicat
 30 in longitudine, et assumam inter a et b lineam, ut continuatur proportio, que sit g ; es g et b et d etiam sint proportionales. Quod est, ut multiplicem quadratum a ,

18. coniungitur. — 22. Augmenti. — mediale.

1) EUCLIDES X, 23 (CAMPANUS X, 24; HEIBERGIIUS X, 31).
 Vide p. 281 not. 1.

quod est sexdecim, in quadratum b , quod est duodecim: fit ergo ex eis centum et nonaginta duo, radicis cuius radix est linea g . Deinde multiplicabo lineam b in se, que est radix duodecim, et provenit ergo duodecim, quem dividam per radicem radicis centum et nonaginta duo, 5

$$\begin{array}{ccc} \overline{a} & & \overline{b} \\ \text{quatuor} & & \text{radix } 12 \\ \\ & \overline{g} & \\ & \text{radix radicis } 192 & \\ \\ & \overline{d} & \\ & \text{radix radicis } 108 & \end{array}$$

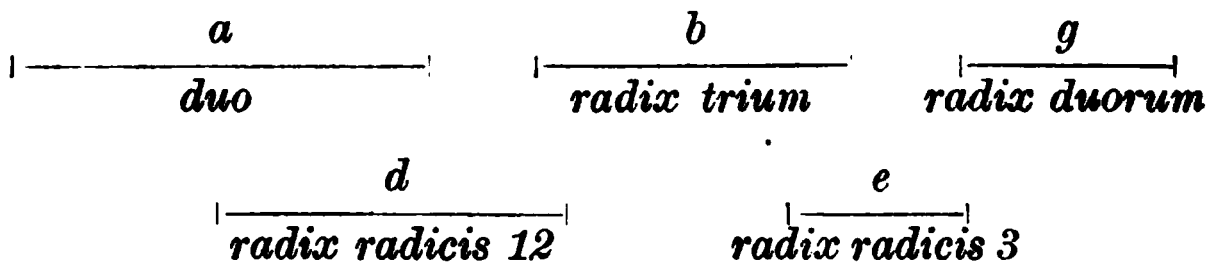
que est linea g , hoc est, quod multiplicem duodecim in se, proveniet centum et quadraginta quatuor, quem in se multiplicabo, et proveniunt viginti milia et septingenti et triginta sex, quem dividam per centum et nonaginta duo, et proveniet centum et octo, cuius radix radicis est linea 10 d : dico igitur, quod due lineae g et d sunt, quales voluimus, quod sic demonstratur. Quia enim a et b in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo quod fit ex a in b est mediale. Sed ipsum est equale quadrato g , ergo quadratum g est mediale. Sed g est medialis, et 15 g et b et d sunt proportionales, <ergo> proportio g ad b erit sicut proportio b ad d . Proportio vero g ad b est sicut proportio a ad g , et proportio a ad g est sicut proportio b ad d . Cum ergo permutaverimus, erit proportio a ad b sicut proportio g ad d . Sed a communicat 20 b in potentia et potest supra eam secundum augmentum quadrati lineae, cui communicat g in longitudine, et g est medialis: ergo d est medialis. Et etiam g et b et d sunt proportionales, ergo superficies, que fit ex g in d est equalis quadrato b . Quadratum vero b est rationale: ergo 25

8. milia] rationalia. — septuaginta. — 16—17. proportione g ad b erit e sicut. — 21. bd in. — 22. sed g .

superficies, que fit ex g in d , est rationalis, ergo due linee g et d sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes superficiem, que fit ex g in d , rationalem; et g longior potest supra d breviorē secundum augmentum quadrati linee, cui communicat g longior in longitudine: ergo superficies, que fit ex g in d est rationalis; quod illud est, quod demonstrare volumus. | 66

Exemplum vicesimi quarti.¹⁾

Signabo itaque tres lineas in potentia tantum rationales et communicantes, que sint a et b et g ; et sit linea a duo, et linea b sit radix trium, et linea g sit radix duorum: Et ponam, ut a possit supra b secundum aug-



mentum quadrati linee, cui incommunicat a in longitudine; et assumam <inter> a et b lineam < d >, ut continuentur proportionaliter. Quod est, ut multiplicem quadratum a in quadratum b , et proveniet duodecim, cuius radicis radix est linea d . Et ponam etiam, ut sit proportio a ad g , sicut est proportio d ad e , quod est, ut multiplicem g in se, et fiet duo; deinde multiplicam ipsum in se, et proveniet quatuor, postea in 12, et proveniet 48. Deinde multiplicem lineam a , que est duo, in duo, et proveniet 4, et 4 in se, et fiet sexdecim, per quem dividam 48, et provenient tres: ergo erit radix radicis trium linea e .

22. Post 48 Mscptm. addit: et fiet sexdecim. — 23. erit tres radix radicis trium linea est e .

1) EUCLIDES X, 24 (CAMPANUS X, 26; HEIBERGIIUS X, 32): *Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes, quarum longior breviorē tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius lineae incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, invenire.*

Ergo radix radicis trium in radicem radicis duodecim est radix radicis triginta sex, que est radix sex, medialis; dico igitur, quod due linee d et e sunt, quales volumus, quod sic probatur. Quia enim a potest supra g secundum augmentum quadrati lineae, cui seiungitur a in longitudine: 5 ergo d potest supra e secundum augmentum quadrati lineae, cui incommunicat d in longitudine. Sed a et b in potentia tantum sunt rationales et communicantes: ergo superficies, que fit ex a in b est medialis. Sed ipsa est equalis quadrato d , ergo quadratum d est mediale: ergo 10 d est medialis. Proportio vero a ad g est sicut proportio d ad e . Sed a communicat g in potentia: ergo d communicat e in potentia. Sed d est medialis, ergo e est medialis; et etiam proportio a ad g est sicut proportio d ad e . E converso ergo proportio a ad d est sicut pro- 15 portio g ad e . Sed proportio a ad d est sicut proportio d ad b : ergo proportio d ad b est sicut proportio g ad e , ergo superficies d in e est equalis superficiei b in g . Superficies vero b in g est medialis, ergo superficies d in e est medialis. Ergo due lineae d et e sunt mediales, <et> 20 in potentia tantum sunt communicantes, et continent superficiem d in e medialem; et potest d supra e secundum augmentum quadrati lineae incommunicantis d in longitudine; quod illud est, quod demonstrare volumus.

Post hoc autem dico, quod, cum voluerimus, ut 25 secundum regulas numerorum pertractemus tres figuras, que sunt vicesima quinta¹⁾ et vicesima sexta²⁾ et vicesima septima³⁾, dividam lineam longiorem earum in duas sectiones ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram

15. Et converso. — 28. in longiorem.

1) EUCLIDES X, 25 (CAMPANUS X, 27; HEIBERGIIUS X, 33).
Vide p. 284 not. 1.

2) EUCLIDES X, 26 (CAMPANUS X, 28; HEIBERGIIUS X, 34).
Vide p. 284 not. 2.

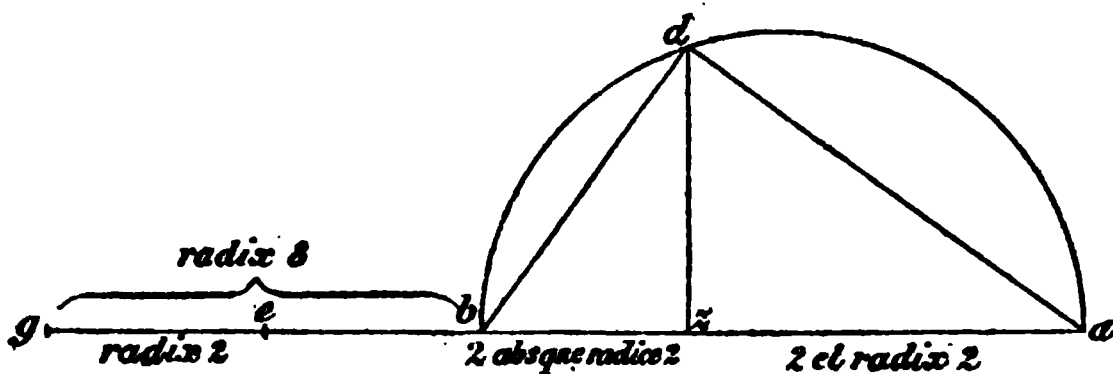
3) EUCLIDES X, 27 (CAMPANUS X, 29; HEIBERGIIUS X, 35).
Vide p. 284 not. 3.

equalis quadrato medietatis lineae brevioris, secundum quod ostendimus in elementis, in capitulo scilicet divisionis et in aliis. Postea multiplicabo unamquamque duarum sectionum in lineam longiorem, et eius, quod ex multiplicatione provenit, assumam radicem, que erit illud, quod quesivimus. Et demonstrabo illud in prima figura earum, et sufficiet in reliquis duabus figuris secundum hoc, quod in hac figura erit ostensum ex regulis arithmetice.

Vicesimum quintum.

10 Volo invenire duas lineas in potentia incommunicantes, continentes mediale, quarum duo quadrata coniuncta sunt rationale.

Signabo igitur duas lineas ab et bg , <que> in potentia tantum sint rationales et communicantes, que sint figure septime decime huius partis. Sitque ab potens
15 supra bg secundum augmentum quadrati lineae, cui ipsa incommunicat in longitudine, et sit quatuor ex numeris;



et bg sit radix octo. Describam autem supra ab semicirculum adb , et dividam bg in duo media supra punctum
20 e , et sit <medietas> radix duorum, et adiungam ad ab superficiem equalem quadrato be , que sit superficies, que fit ex az in zb , quod est, ut dividam quatuor in duas sectiones taliter, ut sit multiplicatio unius earum in alteram duo. Erit ergo una duarum sectionum duo et
25 radix duorum, et altera duo absque radice duorum, et minuitur ex ab quadratus. Et protraham a puncto z

perpendicularē zd , et producam duas lineas ad et db : dico igitur, quod due linee ad et db sunt, sicut volumus, quod sic probatur. Quia enim multiplicatio ab in az , est equalis multiplicationi ad in se, secundum quod ostensum est in multiplicatione antecedentium, ergo multiplicabo ab , que est quatuor, in az , que est duo et radix duorum, quod est, ut multiplicemus quatuor in duo, et proveniet octo ex numeris, deinde multiplicabo quatuor in quatuor, et proveniet sexdecim ex numeris, deinde in duo, et erit, quod provenit, triginta duo: erit ergo multiplicatio ad in se octo et radix triginta duorum. Quadratum ergo ad est octo et radix triginta duorum: ergo linea ad est octo et radix triginta duorum radice accepta. Quod etiam multiplicatio ab in bz est equalis multiplicationi bd in se: erit ergo bd in se octo absque radice triginta duorum. Quod etiam ab potest supra bg secundum \langle augmentum \rangle quadrati, cuius latus ab in longitudine incommunicat, et quarta quadrati bg est \langle equalis \rangle az in zb : ergo az incommunicat zb in longitudine. Proportio autem az ad zb est sicut proportio quadrati ad ad quadratum db , propter similitudinem duorum triangulorum: ergo quadratum ad est seiunctum quadrato db . Quadratum etiam be est equale quadrato dz : ergo be est equalis dz , et etiam ab et bg in potentia tantum sunt rationales et communicantes, et be est medietas bg , ergo ab et be in potentia tantum sunt rationales et communicantes: ergo superficies ab in be est medietas medialis. Sed be est equalis dz , ergo superficies ab in dz est medialis, et ipsa est equalis superficiei ad in db ; et etiam ab est rationalis, ergo quadratum eius est rationale. Sed quadratum ab est equale duobus quadratis ad , db coniunctis: ergo duo quadrata ad , db coniuncta sunt rationale. Erga ad et db in potentia \langle sunt \rangle incommunicantes et continentes

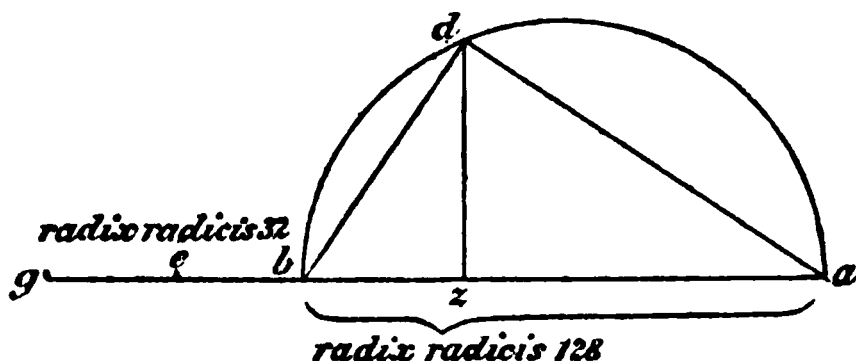
5. multiplicatio. — 11—13. Verba Quadratum accepta in *Mscpto.* post p. 314 lin. 2 posita sunt. — 18. quadrata quadrati.

mediale, et quadrata earum coniuncta sunt rationale; et illud est, quod demonstrare volumus.

Vicesimum sextum.

Volo reperire duas lineas ab et bg mediales, in potentia tantum communicantes <et continentes> superficiem rationalem, <quarum quadrata coniuncta sunt mediale.>

Exponam, ut ab possit supra bg secundum | augmen- 67
tum quadrati lineae, lateri cuius seiungitur in longitudine
10 ab , que sint radix radicis 128 et radix radicis 32; et
describam supra ab semicirculum, et dividam bg in duo
media supra e , et adiungam ad ab superficiem equalem

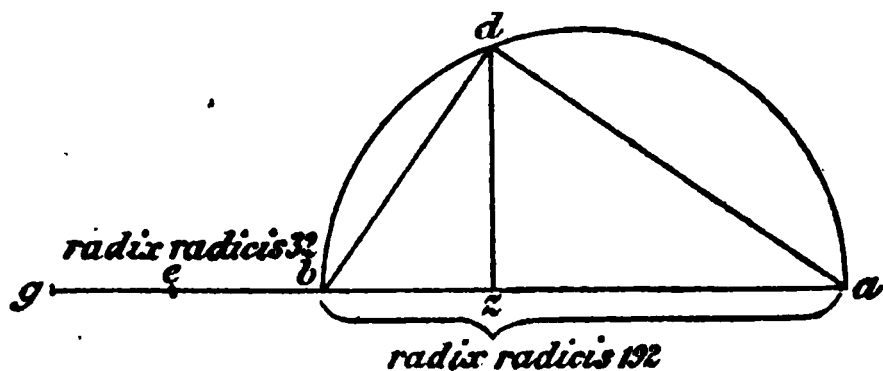


quadrato be , que sit radix duorum, et ipsa est super-
ficies, que fit ex az in zb ; et producam a puncto z per-
15 pendicularem zd , et copulabo a cum d et d cum b : dico
igitur, quod due lineae ad et db sunt, sicut volumus. Et
similiter ostendam, quod ad et db sunt in potentia in-
communicantes, et quod superficies ab in bg est rationalis:
ergo superficies ab in be est rationalis, que est, quod
20 scitur multiplicando quadratum quadrati ab , id est 128,
in quadratum quadrati bg , id est 32, provenient 4086,
cuius accipe sextam decimam, que est 256, radix radicis
cuius est 4. Vel multiplica quadratum quadrati be , quod
est sextadecima quadrati totius bg , et est 2, in quadratum
25 quadrati ab , scilicet 128, et proveniet 256, radix radicis
cuius est 4. Quadratum namque be quarta est quadrati

10. sit. — 21. 4086] 40. — 22. 255. — 24. sextadecima]
16. — 26. quarta] 4.

bg , et quadratum quadrati be est sextadecima quadrati totius bg , quoniam be est medietas bg . Quoniam ipsa est radix radicis 256, ergo quadratum lineae ad est radix triginta duorum et 4, ergo linea ad est 4 et radix triginta duorum accepta eius radice; et quadratum lineae db est 5 radix triginta duorum absque 4, et linea de est radix triginta duorum absque 4 accepta eius radice. Minuam ergo additum cum diminuto, et remanebunt <duo> radices triginta duorum, que est quadrata ad , db <coniuncta>, hoc est radix 128, et est equale quadrato ab . Sed be est 10 equalis dz , et superficies ab in dz est equalis superficiei ad in db , ergo superficies ad in db est rationalis, quoniam ab in be est equalis ab in dz , et etiam quadratum ab est mediale, et ipsum est equale duobus quadratis ad et db coniunctis: ergo duo quadrata ad et db coniuncta 15 sunt mediale. Ergo ad et db sunt in potentia incommunicantes et continentes superficiem rationalem, quarum quadrata coniuncta sunt mediale; et illud est, quod demonstrare volumus.

In vicesimo septimo nihil mutatur, nisi quod 20 figura numeris hoc modo inscribitur.



Postea vero ex lineis, ex quibus compositio et designatio sunt rationalis coniunctio et separatio, ostendam, qualiter fiat coniunctio et separatio. Earum quidem sunt due lineae tantum in potentia rationales et communicantes 25

3—10. Verba: ergo ... quadrato ab in *Mscpto.* post „mediale“ linea 16 leguntur. — 8. remanebit radix. — 25. in potentia rationales] potentes rationales.

et continentes mediale, quarum quadrata coniuncta sunt rationale, et est binomium absolutum¹⁾, ut radix decem et radix octo;

Due linee mediales in potentia tantum rationales
 5 <et> communicantes <et> continentes superficiem rationalem, quarum longior supra brevior potest secundum augmentum quadrati lineae, cui longior in longitudine communicat, et est bimedium primum²⁾, sicut radix radicis centum et nonaginta duorum et radix radicis centum
 10 et octo;

Due linee mediales in potentia tantum communicantes et continentes mediale, quarum longior duarum supra brevior potest cum augmento quadrati lineae, cui longior in longitudine communicat, et est bimedium
 15 secundum³⁾, sicut radix radicis duodecim et radix radicis trium.

Due linee in potentia incommunicantes et continentes mediale, quarum quadrata sunt rationale, <et> est maior⁴⁾, sicut octo et radix triginta duorum eorum radice accepta,
 20 et octo absque radice triginta duorum radice residui accepta;

Due linee in potentia incommunicantes et continentes rationale, quarum quadrata coniuncta <sunt mediale>, et est potens super rationale et mediale⁵⁾, sicut quatuor et radix triginta <duorum> earum radice accepta et
 25 radix triginta duorum absque quatuor residui radice accepta;

Due linee in potentia incommunicantes et mediale continentes, quarum quadrata coniuncta sunt mediale et incommunicans duplo unius in alteram, <et> est potens

2. ut] et. — 8. et est] et eius. — 18. mediales.

1) Videas EUCLIDEM CAMPANI X, 30 (HEIBERGII X, 36).

2) EUCLIDES CAMPANI X, 31 (HEIBERGII X, 37).

3) EUCLIDES CAMPANI X, 32 (HEIBERGII X, 38).

4) EUCLIDES CAMPANI X, 33 (HEIBERGII X, 39).

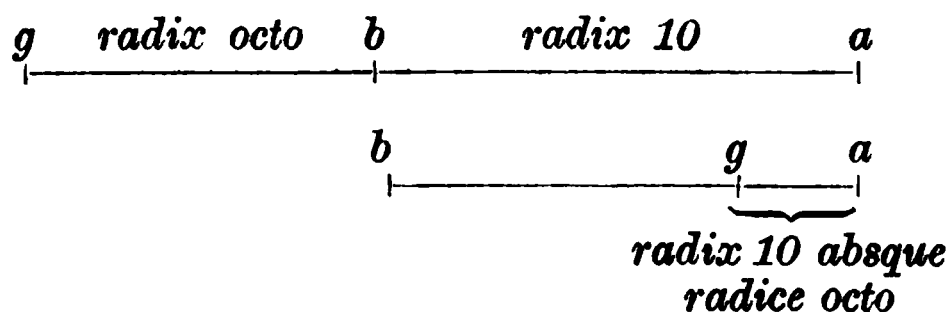
5) EUCLIDES CAMPANI X, 34 (HEIBERGII X, 40).

supra duo medialia¹⁾, sicut radix eius, quod aggregatur ex radice octo et quadraginta, cum super eam additur radix viginti quatuor, et <radix> ex radice octo et quadraginta, cum minuitur ex ea radix viginti quatuor.

Revertar igitur ad narrandum. Dico igitur, quod 5 surda composita est, que componitur ex duabus quantitatibus incommunicantibus, quas verbis exprimere non est possibile, sicut diximus in principio tractatus. Et ipsa quidem in tres dividitur partes, quarum queque pars in duas rursum distribuitur partes. Sunt ergo omnes divi- 10 siones sex, que sunt sex lineae precedentes. Prima namque earum et quarta sunt, ut quadrata earum coniuncta sint rationale, et ea, que continetur ab eis, sit medialis; secunda vero earum et quinta sunt, ut quadrata earum coniuncta <sint> mediale, et ea, que continetur ab eis, 15 sit rationalis; tertia quoque et sexta earum sunt, ut sint quadrata earum coniuncta mediale, et ea, que continetur ab eis, sit medialis.

Volo invenire binomium absolutum.

Signabo itaque duas lineas in potentia tantum ratio- 20 nales et communicantes et continentes mediale, quarum quadrata coniuncta sunt rationale, que sint ab et bg . Et



ipse sunt radix decem et radix octo. Cum ergo simul coniunguntur, erit binomium absolutum, quod est linea ag . Quod ex eis igitur aggregatur est binomium absolutum, 25

5. narrandum] na'dum. — 6. compositi. — 12. in quarta. — ut quarta. — 14. quinta] coniuncta.

1) EUCLIDES CAMPANI X, 35 (HEIBERGH X, 41).

quod est radix trecentorum viginti ex numeris adiuncto
decem et octo ex numeris, radice eius, quod aggregatur,
accepta.¹⁾ Cum ergo minor earum ex maiore earum
separatur, remanet superfluum, quod est inter eas, et est
5 linea *ab* absque linea *bg*, que est radix decem sine radice
octo. Ergo *ag* coniuncta est binomium absolutum, et *ab*
diminuta ex ea *bg* est residuum, et ipsum est radix
trecentorum et viginti diminuta ex decem et octo ex
numeris accepta radice eius, quod remanet. Ipsum igitur
10 est diminutio unius radicum ex altera.

Volo invenire bimedium primum et residuum
bimediale primum.

Duas itaque lineas mediales et in potentia communi-
cantes et superficiem rationalem continentes, quarum lon-
15 gior supra breviorē possit secundum augmentum quadrati
linee, cui longior in longitudine communicat, signabo, que
sint *ab* et *bg*, et ipse sint radix <radicis> centum et

$$\begin{array}{c} \overbrace{g \text{ radix radicis } 108} \quad \overbrace{b \text{ radix radicis } 192} \quad a \\ \overbrace{b \text{ rad. rad. } 108 \quad g} \quad a \\ \text{radix radicis } 192 \end{array}$$

nonaginta duorum et radix radicis centum et octo. Cum
ergo coniunguntur, erit linea *ag*, que est bimedium pri-
20 mum, quod est aggregatum ex radice radicis centum et
nonaginta duorum et radice radicis centum et octo, et
ipsum est due radices viginti milium et septingentorum
et triginta sex, et hec est radix octoginta duorum milium
et nongentorum et quadraginta quatuor, additis super
25 eam trecentis, accepta dico eius, quod aggregatur, radice
<et radix radicis trecentorum milium et triginta unius

3. decem] ad et. — 16. Post signabo iteratur duas lineas.
— 22. milium] mensium.

1) $\sqrt{10} \pm \sqrt{8} = \sqrt{10 + 8 \pm 2\sqrt{80}} = \sqrt{18 \pm \sqrt{320}}$.

milium et septingentorum et septuaginta sex, accepta radice totius). Cum ergo minor earum ex maiore earum minuitur, quod est residuum earum, est linea ab absque
 68 linea bg , | que est ag , radix octoginta duum milium et nongentorum et quadraginta quatuor addita super trecentos 5 ex numeris accepta radice eius, quod aggregatur, ex qua sit diminuta radix radicis trecentorum milium et triginta unius milium et septingentorum et septuaginta sex, residui accepta radice. Et illud est radix quingentorum et octoginta octo, ex qua sint diminuti viginti quatuor, radice 10 residui assumpta.

Volo invenire bimedium secundum et residuum bimediale secundum.¹⁾ •

Signabo itaque duas lineas in potentia <tantum> communicantes et continentes mediale, quarum longior 15 possit supra breviorē <cum> augmento quadrati lineae, cui longior in longitudine incommunicat, que sint ab et bg , et sint radix radicis duodecim et radix radicis trium. Cum ergo coniunguntur, est bimedium secundum, et est radix viginti septem et radix viginti quatuor <radice eius, 20 quod aggregatur, accepta>, et ipse est radix duum milium et quingentorum et nonaginta duorum addita super quinquaginta <uno> ex numeris accepta radice <radicis> eius.²⁾ Summa, que fit ex radice radicis duodecim et radice radicis trium, est radix viginti septem et radix viginti 25 quatuor coniuncte radice earum accepta. Cum ergo minor earum ex maiore separatur est residuum ag , que est <residuum> bimediale secundum, radix duum milium et quingentorum et nonaginta duorum diminutis ex quin-

16. augmentum. — 28. bimedium.

$$\begin{aligned} 1) \sqrt[4]{192} \pm \sqrt[4]{108} &= \sqrt{\sqrt{192} + \sqrt{108} \pm 2\sqrt[4]{192 \cdot 108}} \\ &= \sqrt{\sqrt{300} + \sqrt{82944} \pm \sqrt[4]{331776}}. \end{aligned}$$

$$2) \sqrt[4]{12} \pm \sqrt[4]{3} = \sqrt{\sqrt{27} \pm \sqrt{24}} = \sqrt[4]{51 \pm \sqrt{2592}}$$

quaginta uno ex numeris, remanentis radice <radicis> accepta.

Volo invenire maiorem et minorem.

Signabo igitur duas lineas in potentia incommuni-
 5 cantes et continentes mediale, quarum quadrata coniuncta
 sunt rationale, que sint octo et radix triginta duorum
 coniuncta, eorum radice accepta, et octo sine radice ex
 triginta duobus, residui radice accepta. Cum ergo con-
 iunguntur erit maior, que est <octo et> radix triginta
 10 duorum <coniuncta, eorum radice accepta, et octo sine
 radice ex triginta duobus, residui radice accepta.>. Cum
 ergo separatur minor earum ex maiore, est minor, que
 est <octo et radix> triginta duorum, radice eorum accepta,
 absque> octo <sine> radice triginta duorum, <residui
 15 radice accepta>.¹⁾

Volo invenire potentem supra rationale et
 mediale.²⁾

Signabo igitur duas lineas in potentia incommuni-
 cantes et continentes superficiem rationalem, quarum qua-
 20 drata coniuncta sint mediale Sed cum minor earum
 ex maiore separabitur, erit coniuncta cum rationali
 faciens totum mediale

Volo reperire potentem supra duo medalia
 et coniunctam cum mediali faciens totum mediale.

25 Signabo igitur duas lineas in potentia incommuni-
 cantes et continentes superficiem medialem, quarum qua-
 drata coniuncta sint mediale et incommunicantia duplo
 superficiei unius earum in alteram, que sint ab et bg , ex
 quibus coniuncta est potens supra duo medalia, que est
 30 aggregata ex radice <ex> 48 et radice 28, cum additur
 supra eam radix <ex> 48 absque radice 28. Residuum

24. coniuncta.

1) $\sqrt{8} + \sqrt{32} \pm \sqrt{8 - \sqrt{32}}$.

2) Hic textus ita depravatus est, ut sanari nequeat.

vero eius est coniuncta cum mediali faciens totum mediale.¹⁾ [Earum maior est radix 48 sine radice 28].

Hec sex lineae sunt radices, super quas consistunt et conveniunt sex lineae secundum <com>positionem, et secundum separationem lineae sex, et omnes duae lineae ex 5 eis secundum quod ex divisione precessit mutagenibem. Prima quidem et quarta sunt binomium et maior; secunda et quinta sunt bimedium primum et potens supra rationale et mediale; tertia et sexta sunt bimedium secundum et potens supra <duo> medialia. Hec ergo <sunt> 10 sex partes coniunctionis. Ex eis vero separate sunt residuum binomii absoluti, et residuum bimедii primi, et residuum bimедii secundi, et minor, quae est residuum maioris, et coniuncta cum rationali faciens totum mediale, et coniuncta cum mediali faciens totum mediale. Harum 15 vero sex linearum, quae sunt radices, regulas absque probatione ponuntur, eis intellectu propinquiores, qui earum regulas scire desiderant, quarum prima est:

Volo reperire duas lineas in potentia <tantum> communicantes, quarum longior supra bre- 20 viorem possit cum augmento quadrati lineae, cui longior in longitudine incommunicat.²⁾

Lineam igitur rationalem notabo, quam ponam, quamcumque voluero, et signabo duos numeros, quorum totius ad unumquemque eorum non <sit proportio> sicut pro- 25 portio numeri quadrati ad numerum quadratum, et multiplicabo quadratum lineae in unum duorum numerorum, et dividam ipsam per summam eorum, et <eius>, quod

2. *Post 28 Mscptm. addit:* quae est radix 192^{arum}. — 7. quidem] qui et. — 10. mediale. — 17. eius. — sunt propinquiores. — 18. *Post prima est Mscptm. repetit:* duae lineae rationales in potentia tantum communicantes.

1) $\sqrt{48 + \sqrt{28}} \pm \sqrt{48 - \sqrt{28}}$.

2) Est EUCLIDIS CAMPANI X, 26 (HEIBERGHII X, 32). Vide p. 284 not. 2.

ex divisione provenit, accipiam radicem: ipsa igitur est una duarum linearum, et altera linea prima rationalis signata.

Volo invenire duas lineas mediales et in potentia tantum communicantes et continentes rationalem, quarum longior supra breviorē possit cum augmento quadrati lineae, cui longior in longitudine communicat.¹⁾

Duas igitur lineas signabo in potentia tantum communicantes, et assumam inter duas lineas lineam eis proportionalem, ergo sunt tres lineae; et assumam etiam lineam quartam proportionalem secunde et tercie, id est, secunda et tertia et quarta sunt proportionales: secunda igitur et quarta sunt, quod querebamus.

Volo invenire duas lineas mediales in potentia tantum communicantes et continentes medialem, quarum longior supra breviorē possit cum augmento quadrati lineae, cui longior in longitudine incommunicat.²⁾

Signabo igitur tres lineas rationales in potentia primam et secundam, et assumam inter primam et secundam lineam secundum proportionem earum: sunt ergo prima et secunda, quae est assumpta, et tertia et quarta; et ponam, ut sit proportio prime ad quartam sicut proportio lineae secunde assumptae ad lineam alteram: erit ergo linea alia assumpta, quam querebamus.

Volo invenire duas lineas in potentia <tantum> communicantes et continentes medialem, quarum quadrata coniuncta sunt mediale non communicans duplo superficiei unius earum in alteram.³⁾

1) Vide EUCLIDEM CAMPANI X, 24 (HEIBERGII X, 31) et supra p. 281 not. 1.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 25 (HEIBERGII X, 32). Vide supra p. 284 not. 1.

3) EUCLIDIS CAMPANI X, 29 (HEIBERGII X, 35). Cfr. p. 284 not. 3.

Signabo igitur duas lineas mediales et continentes medialem, que est figura tertia harum sex linearum, et dividam unamquamque primam lineam cuiusque harum trium figurarum in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis lineae 5 brevioris, secundum quod ostensum est in eo, quod precessit; <et> accipiam radices, que erunt, que querebamus. Iam ergo ostensum est, quod volumus, in longiorem lineam et ex tribus lineis primis, secundum quod fecit eas GEOMETER in probationibus trium linearum secunda- 10 rum. Cum in primis figuris dividitur linea earum longior in sectiones, quas prediximus, provenient tres lineae | secunde. Oportuit itaque, ut harum divisio premittetur ante figuram vicesimam terciam. Nostri tamen libri inceptio est a nota, id est nili(!) Quod scias ergo hoc. 15 Nos enim non posuimus eas, sicut invenimus eas in his scriptis. Deinde afferam post illam vicesimam quartam, deinde figuram vicesimam quintam, postea figuram vicesimam sextam, postea figuram vicesimam septimam, deinde figuram vicesimam octavam, et sic usque ad finem 20 tractatus.

<Figura vicesima octava>.¹⁾

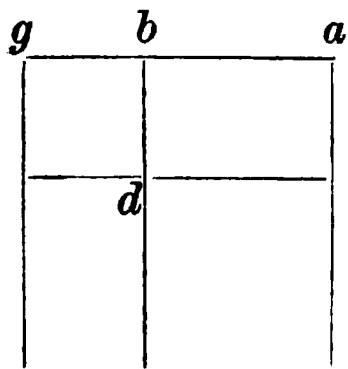
Cum due lineae coniungantur in potentia tantum rationales et communicantes, tota linea est surda et vocatur binomium absolutum, et est 25 figura septima decima.

Verbi gratia sint due lineae ab , bg secundum rectitudinem coniuncte, que sint radix decem et radix octo, communicantes in potentia tantum et rationales in ea tantum: dico igitur, quod ag est surda et vocatur binomium absolutum, quod sic probatur. Faciam enim supra 30

11. Cum] Tum.

1) EUCLIDES X, 28 (CAMPANUS X, 30; HEIBERGIIUS X, 36): *Si due lineae potentialiter tantum rationales communicantes in longum directumque coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturque binomium.*

ag quadratum et complebo descriptionem figure. Sed ab et bg sunt rationales in potentia et communicantes <in ea>: ergo superficies ab in bg est medialis, que est superficies ad , et duplum eius mediale, et
 5 latus eius mediale communicat lateri illius, quoniam ipsi sunt equales; et duo quadrata ab et bg coniuncta sunt rationale, que sunt decem et octo: ergo duplum ab in bg est mediale et incom-
 10 municans duobus quadratis ab et bg rationalibus. Sed cum coniunxerimus et acceperimus quadratum ag totum, secundum quod est in figura, erit incommunicans duobus quadratis gb et ba rationalibus. Omnium enim duarum quantitatum incom-
 15 municantium totum incommunicat unicuique earum. Et incommunicans rationali est surdum: ergo quadratum ag est surdum, et ag est surda: ergo vocatur binomium absolutum; et illud est, quod demonstrare volumus. Non tamen vocatur binomium, nisi quia ipsa <est> rationalis
 20 secundum duo nomina. Et superfluum maioris earum supra minorem est residuum absolutum.



In figura vicesima nona¹⁾ non mutatur aliquid, nisi quod, postquam probatum est, quod linea ag est surda et vocatur bimedium primum, dicitur, quod super-
 25 fluum maioris earum super minorem est residuum bimediale primum, quod est quadratum lineae ag , ut in premissis eisdem insignitis lineis.

<Figura tricesima>.²⁾

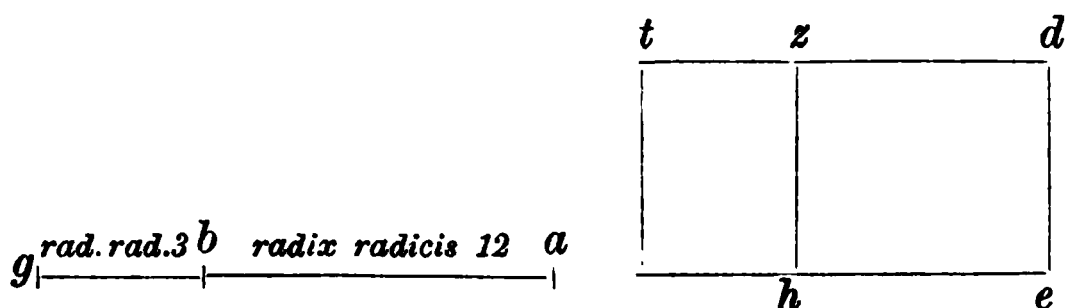
Cum due linee in potentia tantum <racionales>

1) EUCLIDES X, 29 (CAMPANUS X, 31; HEIBERGIUS X, 37): Si due linee mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes directe coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturque bimediale primum.

2) EUCLIDES X, 30 (CAMPANUS X, 32; HEIBERGIUS X, 38): Si due linee mediales potentialiter tantum communicantes superficiemque medialem continentes directe coniungantur, tota linea erit irrationalis diceturque bimediale secundum.

et communicantes et superficiem medialem continentes coniunguntur, tota linea est surda et vocatur bimedium secundum.

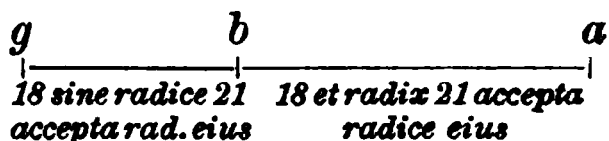
Verbi gratia sint due linee ab et bg , que sint radix radicis duodecim et radix radicis trium coniuncte secundum rectitudinem, que sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes medialem: dico ergo, quod ag est surda et vocatur bimedium secundum, quod sic probatur. Ponam enim de rationalem, que sit unitas, ad quam adiungam superficiem ez equalem duobus qua- 10



dratis ab et bg coniunctis, et proveniet latus eius secundum dz ; et ponam superficiem ht equalem duplo superficiei ab in bg : dico ergo, <quod> quadrata ab et bg coniuncta sunt mediale, <et> duplum superficiei ab in bg est mediale. Ergo unaqueque duarum superficierum dh , 15 ht est medialis et adiuncta ad lineam de rationalem; unaqueque igitur duarum linearum dz , zt est rationalis in potentia et incommunicans de in longitudine. Sed ab incommunicat bg in longitudine, et quadratum ab incommunicat superficiei ab in bg , quoniam unum eorum 20 est rationale et alterum surdum, et quadratum ab communicat duobus quadratis ab et bg coniunctis, et superficies ab in bg communicat duplo eius: ergo etiam duo quadrata ab et bg coniuncta incommunicant duplo superficiei ab in bg . Duo autem quadrata ab et bg coniuncta 25 equantur superficiei dh , et duplum superficiei ab in bg est equale superficiei ht : ergo dh incommunicat ht , et dz

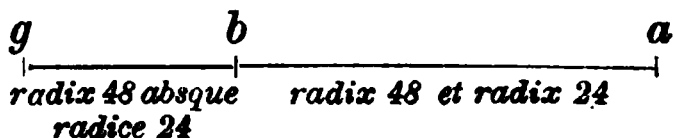
incommunicat zt . Sed portiones ipse sunt in potentia rationales et communicantes, ergo dz , zt in potentia sunt rationales et communicantes: ergo dt est surda. Sed de est rationalis, ergo superficies et est surda, et linea potens
 5 supra eam est surda. Sed ipsa est ag : ergo ag est surda et vocatur bimedium secundum. Et superfluum inter eas est surdum, et est residuum bimediale secundum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

In tricesima prima¹⁾ nihil mutatur, nisi quod
 10 in fine dicitur: superfluum maioris super minorem est minor, et quod figura his insignitur numeris:



In tricesima secunda²⁾ nihil mutatur, nisi quod
 15 in fine dicitur: superfluum maioris super minorem est coniuncta rationali faciens totum mediale. Figura non mutatur.

In tricesima tertia³⁾ quoque nihil mutatur, nisi
 quod in fine dicitur, quod
 20 superfluum unius supra alteram est coniuncta mediali, <que> facit totum mediale, et quod figura hoc modo insignitur numeris.



1. Sed proportio.

1) EUCLIDES X, 31 (CAMPANUS X, 33; HEIBERGIIUS X, 39):
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationale, tota linea erit irrationalis diceturque linea maior.

2) EUCLIDES X, 32 (CAMPANUS X, 34; HEIBERGIIUS X, 40):
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturque potens in rationale et mediale.

3) EUCLIDES X, 33 (CAMPANUS X, 35; HEIBERGIIUS X, 41):
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturque potens in duo medalia.

In tricesima quarta¹⁾ nihil mutatur, nisi quod, postquam probatum est in fine, quod non est possibile, quoniam unumquodque eorum est mediale, additur hoc: et quia superfluum medialis super mediale est mediale, ergo non dividitur etc. 5

In tricesima quinta²⁾ quoque nihil mutatur, nisi quod ibi dicitur in principio tantum, quod est figura vicesima quarta.

In tricesima sexta³⁾ nihil omnino mutatur.

In tricesima septima⁴⁾ quoque nihil mutatur. 10

In tricesima octava⁵⁾ nihil mutatur, nisi quod figura numeris hoc modo insignitur.

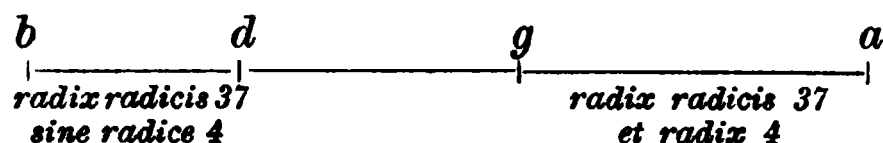


Figura vero quadrata non mutatur.⁶⁾

Iam igitur ostendimus hic causam sex linearum et compositionis earum et separationis earum, et restat, ut 15

1) EUCLIDES X, 34 (CAMPANUS X, 36; HEIBERGIIUS X, 42): *In alias duas lineas sub earum termino, ex quibus coniunctum et nominatum est, binomium dividi est impossibile.*

2) EUCLIDES X, 35 (CAMPANUS X, 37; HEIBERGIIUS X, 43): *Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diviso, sub earum termino in alias duas lineas mediales dividi est impossibile.*

3) EUCLIDES X, 36 (CAMPANUS X, 38; HEIBERGIIUS X, 44): *Bimediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo dividi non potest.*

4) EUCLIDES X, 37 (CAMPANUS X, 39; HEIBERGIIUS X, 45): *Linea maior nisi in duas lineas tantum, ex quibus constat, sub earum termino dividi non potest.*

5) EUCLIDES X, 38 (CAMPANUS X, 40; HEIBERGIIUS X, 46): *Linea potens in rationale et mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non dividitur.*

6) Ultimum theorema horum sex, quod apud ANARITIIUM X, 39 numerandum esset, deest incuria ut videtur, interpretis vel scribae.

ostendamus sex reliquas lineas, ut duodecim compleantur linee. Dico igitur, quod GEOMETER dixit:¹⁾

Cum fuerit binomium, et fuerit longior sectio potens super sectionem breviorum cum augmento quadrati, lateri cuius longior linea in longitudine communicat, deinde fuerit longior in longitudine communicans lineae rationali date, tunc vocabitur binomium primum;

Et si fuerit sectio brevior communicans lineae rationali date in longitudine, vocabitur binomium <secundum;²⁾

10 Et si unaqueque earum fuerit incommunicans lineae rationali date in longitudine, vocabitur binomium >tercium;

Quod si longior sectio potuerit supra breviorum cum augmento quadrati lineae, lateri cuius longior in longitudine incommunicat, et fuerit longior communicans lineae rationali
15 date in longitudine, vocabitur binomium quartum;

Et si fuerit brevior sectio communicans lineae rationali date in longitudine, vocabitur binomium quintum;

Et si fuerit unaqueque duarum sectionum incommuni-
20 cans lineae rationali date in longitudine, vocabitur binomium sextum.

Dico igitur, antequam ostendam eorum probationem, quod tres eorum tantum sunt divisiones, neque est possibile, ut erit preter eas aliqua; quarum queque in duas dividatur partes. Sunt ergo sex sectiones, ut compleantur
25 duodecim partes, secundum quod in principio tractatus diximus. Prima et quarta earum est rationalis linea coniuncta cum linea surda; et secunda et quinta est linea surda coniuncta cum linea rationali; et tertia et sexta est linea surda coniuncta cum linea surda.

30 Divisio sex nominum secundum continuitatem eorum.

Sectio prima cuiusque eorum est longior secunda. Longioris igitur sectionis primi quadratum, quod est 9,

1) Hec sunt „definitiones alterae“ (CAMPANUS fol. k₈ recto post propositionem 41, apud HEIBERGIIUM p. 136/137 l. 1—19.

2) Quae deerant, ex textu CAMPANI et HEIBERGII supplevi.

70 addit supra | quadratum secunde, quod est 13, quatuor, cuius lateri, quod est 2, communicat longior sectio in longitudine secundum quantitates. Longioris vero sectionis quarti quadratum addit supra quadratum brevioris superficiem, cuius area est 10, et radix 10 incommunicat 5 radici 4 in longitudine, quoniam 4 in 10 fiunt 40, et ipse est surdus. Sed longior linea primi et quarti communicat omni lineae rationali date in longitudine. Longioris vero sectionis secundi, quae est radix 45, quadratum addit supra quadratum minoris superficiem, cuius 10 area est 20, quae est communicans radici 45, quoniam ipsa est $\frac{2}{3}$ ipsius 20.¹⁾ Nam in 45 novem quinquies fuerit, quae est superficies quadrata, et etiam quod fit ex multiplicatione tercie in terciam multiplicatum in 45 fit 5, cuius radix est tercia radice 45. Cum ergo ipsam 15 duplare voluerimus, multiplicamus 2 in 2, et quod provenit in 5, et erunt 20. Radix igitur eius est $\frac{2}{3}$ <radicis> 45, quae est duplum tercie radice 45. Sectio quoque brevior communicat lineae rationali date in longitudine. Sectionis vero longioris quinti quadratum, quae est radix 20 24, addit supra quadratum minoris, quod est 9, superficiem, cuius area est 15, quae est incommunicans radici 24 in longitudine, quoniam multiplicatio unius earum in alteram est surda. Sed longioris sectionis tercii, <quae> est radix 108, quadratum addit supra quadratum brevi- 25 oris quadratum, cuius area est 48, et radix eius communicat radici 108 in longitudine, quoniam ipsa est <due> tercie eius²⁾, et quoniam multiplicatio unius earum in alteram est quadratum. Longior vero sectio sexti, quae est radix 8, potest supra brevior, quae est radix 3, se- 30

12. ipsi. — quinquies] eo.

1) Vult intelligi: $\sqrt{20} = \frac{2}{3}\sqrt{45}$.

2) Hic ANARITIUS vel GHERARDUS tercia pro duabus terciis scripsisse videtur, quia $\sqrt{48} = \frac{2}{3}\sqrt{108}$.

cundum superficiem, cuius area est 5, que est incommuni-
cans radici 8, et unaqueque duarum linearum tercie et
septe incommunicat lineæ rationali date.

Iam igitur ex eo, quod diximus, manifestum est,
5 quod quadratum longioris trium primorum addit supra
breviorem quadratum, lateri cuius longior in longitudine
communicat; et quod reliquarum trium longioris aug-
mentum supra brevioris est cum quadrato, lateri cuius
longior in longitudine seiungitur; et quod, cum qua-
10 dratum brevioris primi minuitur ex quadrato longioris,
scilicet 5 ex 9, remanet superficies quadrata, que est 4;
et cum quadratum brevioris secundi minuitur ex qua-
drato maioris, et dividitur, quod remanet, per longiorem,
aut longior dividitur per ipsum, aut unum earum in
15 alteram multiplicatur, erit ei, quod provenit ex divisione
<seu multiplicatione>, radix. Cum enim ex 45 minu-
erimus 25, remanet 20. Cum igitur per eum dividerimus
45, proveniet 2 et quarta, que est superficies quadrata,
cuius radix est 2 et $\frac{1}{2}$; et si multiplicaverimus 45 in 25,
20 provenient 900, cuius radix est 30, qui est numerus inter
20 et 45 secundum proportionem; ipsi enim sunt pro-
portionales. Et in quinto cum minuitur 9 ex 24, re-
manet 15, qui est surdus. Cum ergo unum eorum per
alterum dividerimus, aut multiplicaverimus unum eorum
25 in alterum, non proveniet superficies quadrata. In tercio
quoque cum minuerimus ex 108 60, remanent 48. Cum
ergo dividerimus 108 per 48, proveniunt 2 et $\frac{1}{4}$, que
est superficies quadrata, et erunt numeri similes. Sexte
autem brevioris quadratum, cum quadratum minoris <ex
30 eo> minuitur, remanet, qui est numerus surdus. Et etiam
trium priorum cum longior linea dividitur in duas partes,
quarum unius in alteram erit multiplicatio equalis quarte
quadrati minoris, erunt due sectiones communicantes in
longitudine, cum fuerit longior sectio potens supra bre-
35 viorem cum augmento quadrati minoris lineæ communi-

13. et quod. — 14. ut longior. — 29. cum quadrato.

cantis longiori in longitudine, secundum quod ostensum est in 13^a <figura> tractatus decimi; et reliquarum trium sectiones due erunt, secundum quod ostensum est in quinto <theoremati>.

Iam igitur patet ex eo, quod ostendimus, quod tres 5
prime lineae dividuntur in duas sectiones, et quaeque illarum in duas sectiones; est igitur earum summa sex. Harum quoque trium quaeque in duas partes partitur; est ergo earum aggregatio sex. Ergo omnes lineae, per quas geometre probant compositionem et separationem, sunt 10
lineae 12, secundum quod ostendimus. Quae sunt: Binomium absolutum, et bimedium primum, et bimedium secundum, et maior, et potens supra rationale et mediale, et potens supra duo medialis. Hec ergo sunt sex prime. Sex vero secunde sunt sex binomia, scilicet primum, et 15
secundum, et tertium, et quartum, et quintum, et sextum. Ex quibus etiam sex proveniunt residua, scilicet primum, quod est residuum absolutum, et residuum bimediale primum, et residuum bimediale secundum, et minor, et coniunctum cum rationali faciens totum mediale, et con- 20
iunctum cum mediali faciens totum mediale. Ex binomiis quoque sex proveniunt residua, primum scilicet, et secundum, et tertium, et quartum, et quintum, et sextum.

Volo demonstrare binomia et residua eorum et superficies, quae continentur ab unoquoque 25
eorum et a linea rationali data.

Prius ergo ostendam summam arithmetice, ut per ipsam brevior fiat scientia eius, quod post ipsam sequitur.

Volo reperire binomium primum.¹⁾

Lineam igitur rationalem in longitudine signabo, 30
quam ponam, quantum voluero, quae sit bg , <et> ipsam ponam 3 secundum numeros; et signabo duos numeros

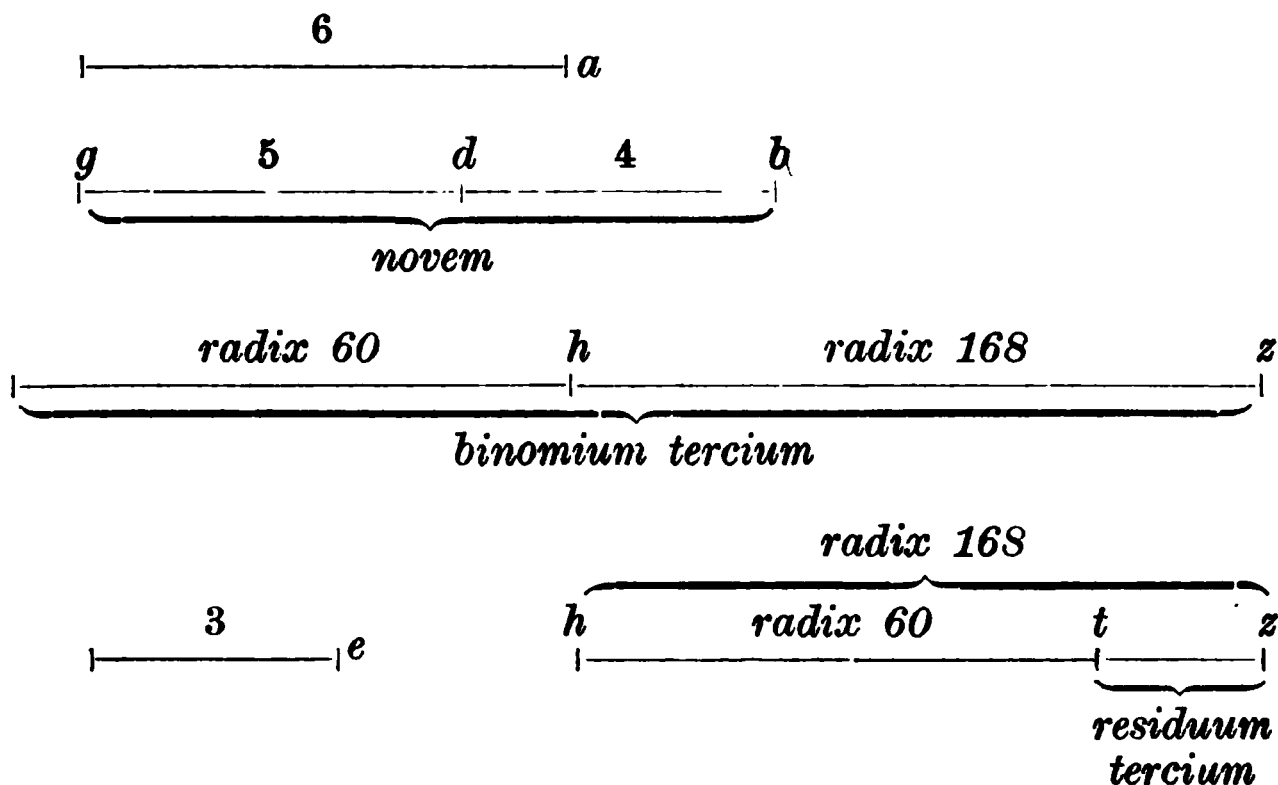
15. binomia] nomina. — 27. arismetice.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 42 (HEIBERGII X, 48): *Binomium primum invenire*.

45 et 5 ex numeris est binomium secundum, et radix 45 absque 5 ex numeris est secundum residuum.

Volo tertium invenire binomium.¹⁾

Lineam itaque rationalem dabo, que sit a , quam ponam 6 ex numeris, et signabo duos numeros quadratos gb et bd , et non sit dg quadratus; et dabo etiam nume-



rum tertium, qui sit e , et non sit proportio eius ad quemlibet duorum numerorum bg , gd sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et sit 3; et ponam, ut sit proportio bg ad e sicut proportio quadrati zh ad quadratum a , et proportio e ad gd sicut proportio quadrati a ad quadratum ht : ergo zh , ht sunt binomium tertium, et residuum earum est residuum tertium.

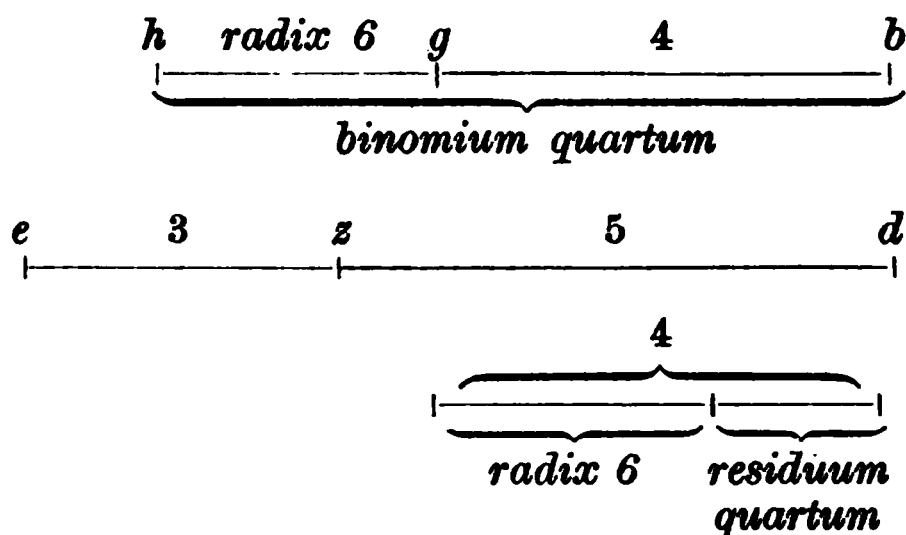
Volo quartum reperire binomium.²⁾

Dabo igitur lineam bg rationalem, que sit 4, et 15 signabo duos numeros dz , ze , et non sit proportio de ad quemlibet eorum sicut proportio numeri quadrati ad

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 44 (HEIBERGII X, 50): *Binomium tertium investigare.*

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 45 (HEIBERGII X, 51): *Binomium quartum scrutari.*

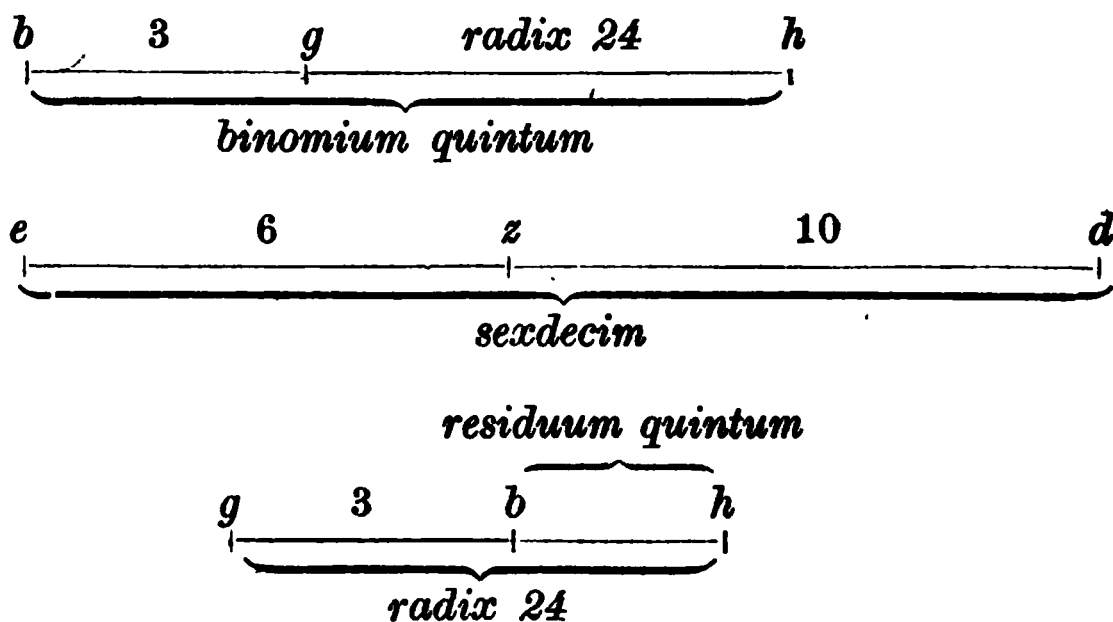
numerus quadratum, et ponam, ut dz sit 5, et ze sit 3, et sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati bg ad



quadratum gh : erunt ergo lineae bg , gh binomium quartum, et superfluum, quod est inter eas, est residuum quartum.

5 Volo invenire binomium quintum.¹⁾

Ponam itaque lineam bg rationalem, que sit 3, et ipsa est minor sectio, et ponam duos numeros, quos prius



signavi, et ponam, ut sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati bg ad quadratum gh : et igitur lineae

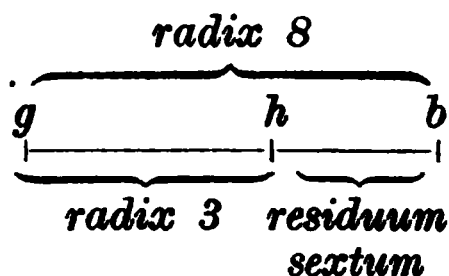
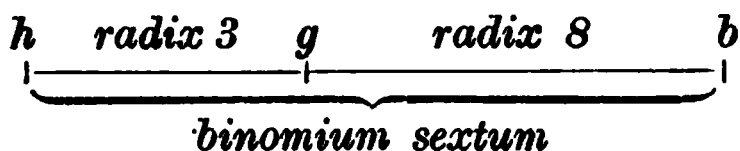
3. erunt] et. — bg , gh] sunt.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 46 (HEIBERGII X, 52): *Binomium quintum querere*.

71 $\langle hg, gb \rangle$ erunt binomium | quintum, et superfluum, quod est inter eas, est residuum quintum.

Volo reperire binomium sextum.¹⁾

Faciam itaque in ipso sicut feci in tercio, et erit bg, gh binomium sextum, \langle et superfluum, quod est inter 5



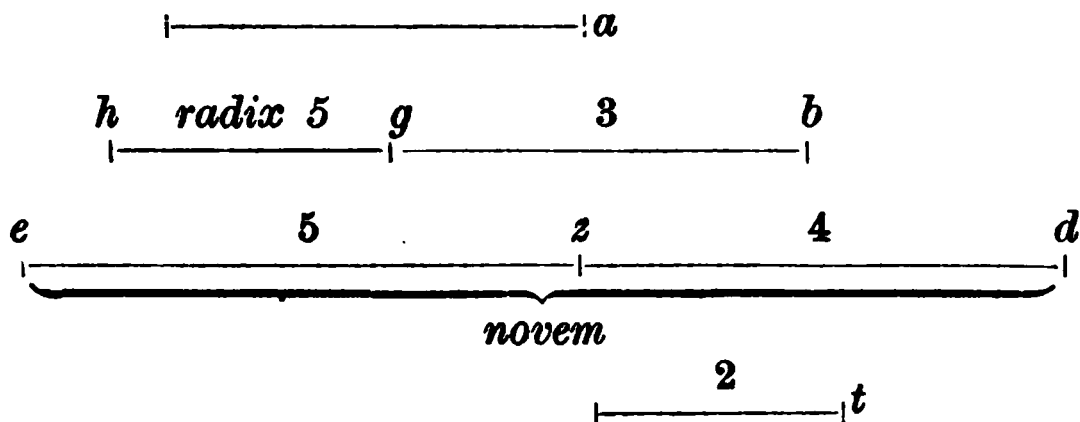
eas, est residuum sextum>; et illud est, quod demonstrare volumus.

Nunc vero iterabo binomia, et ostendam eorum probationes, secundum quod EUCLIDES demonstrat.

Binomium primum invenire cupio.

10

Ponam ergo duas lineas rationales et communicantes in longitudine, que sint a et bg , que sit 3 ex numeris; et ponam duos numeros de, dz quadratos, sed ze non sit



quadratus, scilicet superfluum eorum, qui sint 9 et 4; et ponam, ut sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati bg ad quadratum gh , quod est, ut multiplicem quadratum bg , qui est 9, in superfluum, quod est inter duos quadratos, quod est 5: fit ergo, quod provenit 45. Divi-

12. que sit] sitque.

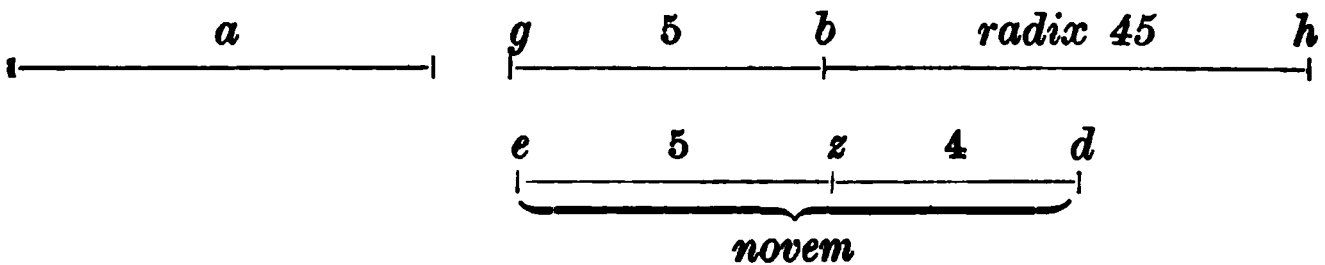
1) EUCLIDIS CAMPANI X, 47 (HEIBERGH X, 53): *Binomio sexto demum oportet insistere.*

dam autem ipsum per de , quod est 9, provenit ergo ex
 divisione 5: ergo radix 5 est linea gh : dico igitur, quod
 bh est binomium primum, quod sic probatur. Quia enim
 proportio de ad ez non est sicut proportio numeri qua-
 5 drati ad numerum quadratum, et proportio quadrati bg
 ad quadratum gh non est sicut proportio numeri quadrati
 ad numerum quadratum: ergo bg seiungitur gh in longi-
 tudine, sed communicat ei in potentia. Ergo bg , gh in
 potentia tantum sunt rationales et communicantes, in longi-
 10 tudine vero incommunicantes: ergo bh est binomium. Sed
 proportio de ad ez est sicut proportio quadrati bg ad
 quadratum gh , et de addit supra ze : ergo quadratum bg
 addit supra quadratum gh . Sit ergo augmentum eius
 super ipsum quadratum lineae t , quod est 4, cuius radix
 15 est 2. Cum ergo converterimus in proportionem, erit pro-
 portio ed ad dz sicut proportio quadrati bg ad quadratum
 t . Proportio autem ed ad dz est sicut proportio numeri
 quadrati ad numerum quadratum, ergo proportio quadrati
 bg ad quadratum t est sicut proportio numeri quadrati
 20 ad numerum quadratum, ergo bg communicat t in longi-
 tudine, et bg potest supra gh cum augmento quadrati t :
 ergo bg potest supra gh cum augmento quadrati lineae,
 lateri cuius communicat bg in longitudine; <et> bg est
 longior sectio, et superfluum quadrati longioris super bre-
 25 viorem est 4, cuius radix est 2, quae est communicans
 lineae rationali datae in longitudine: ergo bh est binomium
 primum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Binomium secundum invenire.

Ponam itaque lineam rationalem, et si posuerimus
 30 duas lineas, secundum quod fecit EUCLIDES, esset una
 earum a et altera linea bg ; et ponam bg , quantam vol-
 uero ex numeris, sitque 5 ex numeris, et signabo duos
 numeros < de et dz > primos, quae sint 9 et 4, et ponam,
 ut sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati hb ad
 35 quadratum bg , quod est, ut multiplicem 25, quod est

quadratum bg , in 9, quod est de , et dividam ipsum per superfluum, quod est inter duos quadratos, quod est 5: proveniet ergo ex divisione 45, cuius radix est linea bh .



Erit ergo radix 45 et 5 ex numeris binomium secundum, quod sic probatur. Ostendam sicut in precedenti demon-⁵ stravi figura, quod gh est binomium, et quod hb potest supra bg cum augmento quadrati, lateri cuius hb in longitudine incommunicat, cuius area est 20, que com-
municat radici 45, quoniam est $\frac{2}{3}$ eius; et bg est brevior sectio, ipsa itaque et lineae rationali posite in longitudine¹⁰ communicat: ergo gh est binomium secundum, et superfluum, quod est inter eas, quod est radix 45 absque 5, est residuum secundum; et illud est, quod demonstrare volumus. —

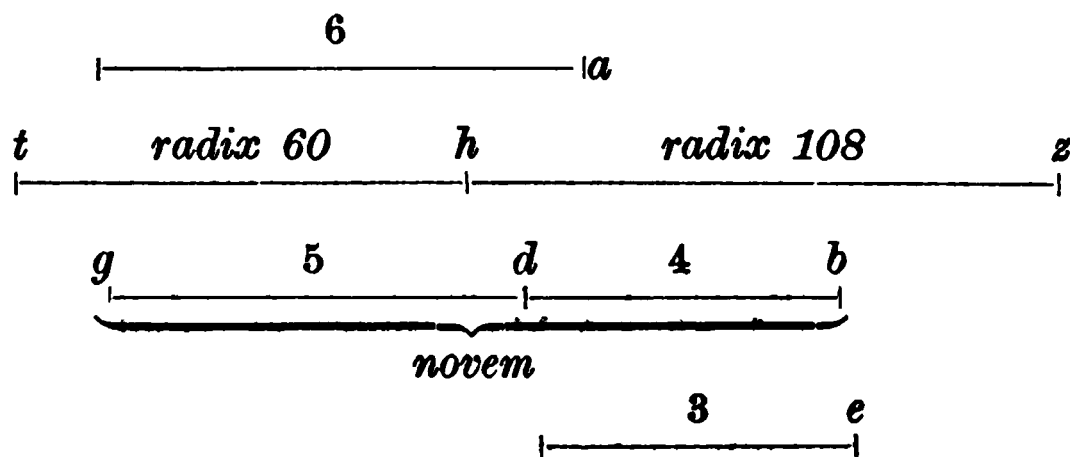
Binomium tertium reperire.

15

Ponam itaque lineam rationalem a , quam ponam 6 ex numeris, et signabo duos quadratos primos, qui sint 9 et 4, gb et bd , neque sit dg quadratum; et ponam numerum alium, qui sit e , et ponam, ut non sit proportio eius ad quemlibet duorum numerorum bg , bd sicut pro-²⁰ portio numeri quadrati ad numerum quadratum, quem ponam 3; sitque proportio bg ad e sicut proportio quadrati zh ad quadratum a , proportio vero ed ad gd est sicut proportio quadrati a ad quadratum ht . Hos itaque numeros multiplicabo et dividam eos, secundum quod fe-²⁵ cimus in precedenti figura. Fit ergo primum proportio bg ad gd sicut proportio quadrati zh ad quadratum ht , multiplicabo igitur a , qui est 6, in 6, et erit 36. Considerabo autem, quanta sit proportio 9 ad 3: est enim

9. brevior] longior. — 10. est linea rationalis posita.

tripulus eius. Assumam autem triplum 36, erit ergo 108, quod est quadratum lineae sh . Deinde attendam, quantus sit ternarius ad 5; erit namque $\frac{3}{5}$. Accipiam ergo censum, cuius $\frac{3}{5}$ sint 36, qui est 60, et ipse quidem est 5 quadratum lineae ht . Erit ergo, ut radix 108 et radix



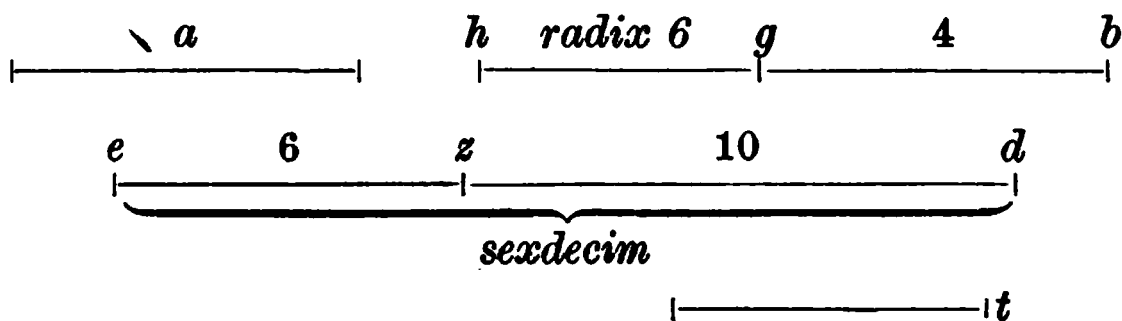
60 sit binomium tertium. Est ergo proportio bg , qui est 9, ad gd , qui est 5, sicut proportio 108 ad 60, que est proportio medietatis et medie none. Secundum alium quoque modum multiplicabo bg , quod est 9, in quadratum a , quod est 36, erit ergo 324; dividam autem ipsum per e , qui est 3, provenient ergo 108, qui est una duarum linearum. Deinde multiplicabo 5 in 36, et provenient 180; dividam autem ipsum per 3, et erit 60. Longior ergo supra brevior potest cum augmento quadrati, quod est 48, quod est communicans 108 in longitudine quoniam est $\frac{2}{3}$ eius, et quia ex multiplicatione unius eorum in alterum provenit quadratus. Quod sic probatur. Quia enim proportio bg ad e est sicut proportio quadrati sh ad quadratum a , et proportio bg ad e non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et proportio quadrati sh ad quadratum a non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo sh seiungitur a in longitudine et communicat ei in potentia. Sed a est rationalis, et sh est rationalis in potentia. Et similiter monstratur, quod ht est rationalis in potentia et seiuncta a in longitudine.

5. quadratum \bar{u} lineae ht . — radix \bar{u} 108. — 18. ad de .

Et proportio bg ad gd est sicut proportio quadrati zh ad quadratum ht , proportio vero bg ad gd non est sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: ergo zh seiungitur ht in longitudine et communicat ei in potentia, ergo zh et ht in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Ergo zt est binomium. [Et illud est, quod demonstrare voluimus.] Ostendam autem, sicut ostendi, quod zh potest supra lineam ht cum augmento quadrati, lateri cuius in longitudine communicat zh , et unusquisque duorum numerorum zh , ht seiungitur lineae a rationali date in longitudine: ergo zt est binomium tertium. Et superfluum inter eas est residuum tertium; et illud est, quod demonstrare voluimus. —

Binomium quartum invenire.

Duas itaque lineas rationales et in longitudine communicantes dabo, quae sint a et bg , et ponam bg , quantum voluero, sitque 4 ex numeris; et ponam duos

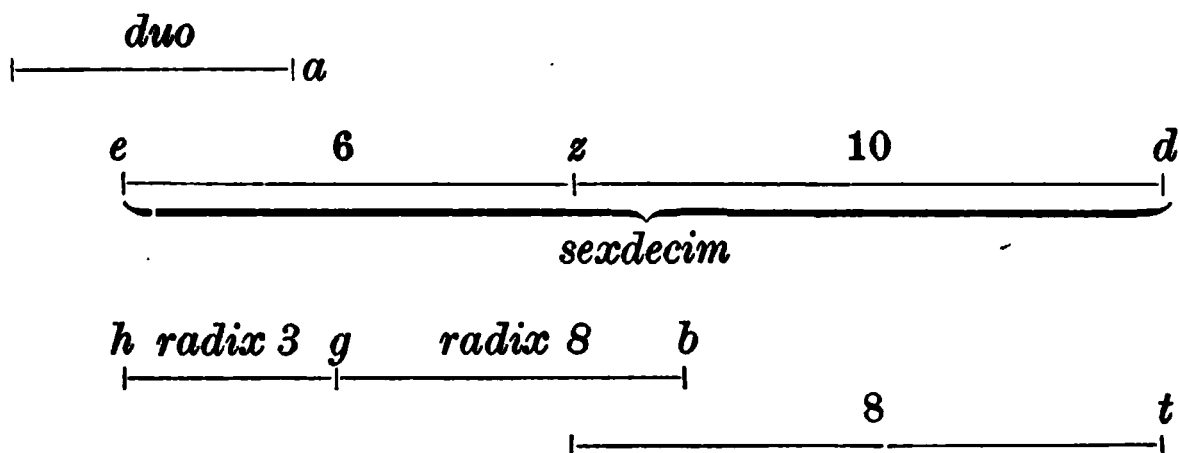


numeros dz , ze , et statuam, ut non sit proportio de ad unamquamque duarum sectionum sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, sintque 10 et 6, donec sit ex eis aggregatum 16; et fiat proportio de ad ez sicut proportio \langle quadrati \rangle bg ad quadratum gh : multiplicabo igitur 6, qui est una duarum sectionum, in quadratum bg , quod est 16, erit ergo, quod inde proveniet, 96; dividam autem per 16, exeunt ergo ex divisione 6, cuius radix est linea gh : dico igitur, quod bh est binomium quartum, quod sic probatur. Ostendam enim, sicut ostendi, quod bh est binomium. Sed augmentum quadrati bg super quadratum gh est quadratum lineae t , et proportio de ad ez est sicut proportio quadrati bg ad

quadrati, quod est 15, cuius radix est seiuncta radici 24 et lineae date rationali, quod sic probatur. Ostendam namque, <sicut ostendi,> quod gh est binomium, et quod hb potest supra bg cum augmento quadrati, cuius lateri hb in latitudine seiungitur, et quod bg , quae est brevior 5 sectio, communicat lineae rationali date in longitudine: ergo gh est binomium quintum. Et superfluum maioris earum supra minorem, quod est radix 24 absque 3 ex numeris, est residuum quintum; et illud est, quod demonstrare volumus. 10

Binomium sextum invenire.

Dabo igitur lineam in potentia rationalem, quae sit bg , quam ponam radicem 8, sitque linea a <duo>; et signabo duos numeros primos, qui sint 10 et 6, et ipsi



sint dz , ze , et sit proportio de ad unumquemque duorum 15 numerorum dz , ze non sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum; et signabo lineam secundam, quae sit linea t , neque sit proportio eius ad unumquemque duorum numerorum de , ez sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et fiat proportio de ad t 20 sicut proportio quadrati bg ad quadratum < a >. Multiplicabo igitur 4 in 16, et fiunt 64; dividam illum per 8, et exhibunt 8, qui est linea t . Et etiam proportio t , quae est 8, ad ze , quae est 6, est sicut proportio quadrati a ad quadratum gh : est ergo gh radix trium, et bh est 25 binomium sextum, quod sic probatur. Ostendam enim,

2. et linea data est rationalis. — 3—4. quod gh] quod bh .

quod bh est binomium, secundum quod ostendi in binomio
tercio, et quod bg potest supra gh cum augmento qua-
drati, lateri cuius bg in longitudine seiungitur; <seiungitur>
autem lineae rationali date in longitudine: ergo bg est
5 binomium sextum; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Iam in precedentibus ostendimus, qualiter superficies
numerantur, quae a linea rationali et ab unoquoque bino-
miorum et residuorum continentur. Fuit enim unum
capitulum earum omnium demonstrans numerationem.
10 Quod si nos iterabimus numerationem in unaquaque
figura, multiplicabuntur verba et longitudo figurarum, et
elongatur intellectus. Nos tamen non indigemus huius-
modi, neque ea sunt nobis necessaria. Summam namque
figurarum nominabimus, et ostendimus in figura prima
15 earum numerationem, quod et in unaquaque figurarum
reliquarum faciemus, scilicet numerationem ponemus, ut
sensibus subiaceat.

Volo scire radices superficierum, quae con-
tinentur a linea rationali et ab unoquoque bino-
20 miorum. Afferam igitur binomia praeter binomia, quae
in his, quae precesserunt, nominavimus. Dico igitur: Volo
scire radicem superficiei contentae a linea ratio-
nali et binomio primo. Sit itaque binomium primum
6 et radix 20. Dividam ergo 6 in duas partes ita, ut
25 sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato
quarte 20, quod est 5; erit ergo una duarum sectionum
5 et altera unus. Ergo radix 5 et radix unius est bino-
mium absolutum, et ipsum est potens supra superficiem,
quam prediximus. Quod <si> superficiei longitudo esset
30 residuum primum, potens supra ipsam esset superfluum
inter eas.

Si autem longitudo fuerit binomium secun-
dum, quod est radix 12 et 3 ex numeris, dividam tunc
radicem 12 ita in duas partes, ut sit multiplicatio unius

9. demonstrationes. — 13. Summa. — 19. ab unoquoque]
a binomio quoque. — 26. unaquaque duarum.

earum in alteram equalis quadrato quarte sectionis minoris. Fit ergo una duarum sectionum radix 6 et $\frac{3}{4}$, et sectio altera <radix> $\frac{3}{4}$. Harum itaque radix potens supra superficiem ipsam est bimedium primum. Quod si longitudo superficiei esset residuum secundum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas. 5

Si vero superficiei longitudo fuerit binomium tertium, quod est radix 8 et radix 6, tunc dividam radicem 8 in duas sectiones ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis 6. Erit ergo una duarum sectionum radix 8 et medii, et altera radix unius et medietatis, [quod sic probatur]. Harum namque <radix> est potens supra superficiem, et est bimedium secundum. Quod si superficiei longitudo esset residuum tertium, potens supra ipsam esset superfluum inter eas. 15

Si autem superficiei longitudo fuerit binomium quartum, quod est 6 et radix 12, tunc dividam 6 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius in alteram equalis quadrato medietatis radicis 12. Erit ergo una duarum sectionum 3 et radix 6, et altera 3 absque radice 6. Harum itaque radix est potens supra superficiem, et ipsa est maior. Quod si superficiei longitudo foret residuum quartum, esset supra ipsam potens superfluum inter eas. 25

Si vero superficiei longitudo fuerit binomium quintum, quod est radix 12 et 2, tunc dividam radicem 12 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram unum: erit ergo una duarum sectionum radix | 3 et radix duorum, et altera radix 3 absque radice duorum. Harum ergo radix est potens supra superficiem. Ipsa namque est potens supra rationale et mediale. Quod si superficiei longitudo foret residuum quintum, esset potens supra ipsam superfluum inter eas. 30

3. $3\frac{3}{4}$. — potest. — 7. bimedium. — 12. Harum] Ipsa. — 27. tunc] non.

Si vero longitudo superficiei fuerit binomium sextum, quod est radix 20 et radix 8, tunc dividam radicem 20 in duas partes ita, ut sit multiplicatio unius <earum> in alteram duo. Erit itaque una duarum sectionum radix 5 et radix 3, et altera radix 5 absque radice 3. Harum igitur radix est potens supra superficiem. Ipsa namque potens est supra duo medialia. Quod si superficiei longitudo foret residuum sextum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas.

10 Postquam igitur hanc premisimus summam, nunc demonstrabo sectionem, et describam numeros in figuris secundum numerationem, que provenit ex multiplicatione et divisione.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et binomio primo, (hec namque est figura 40^a)¹⁾ est binomium absolutum, et ipsum est figura 28^a.²⁾

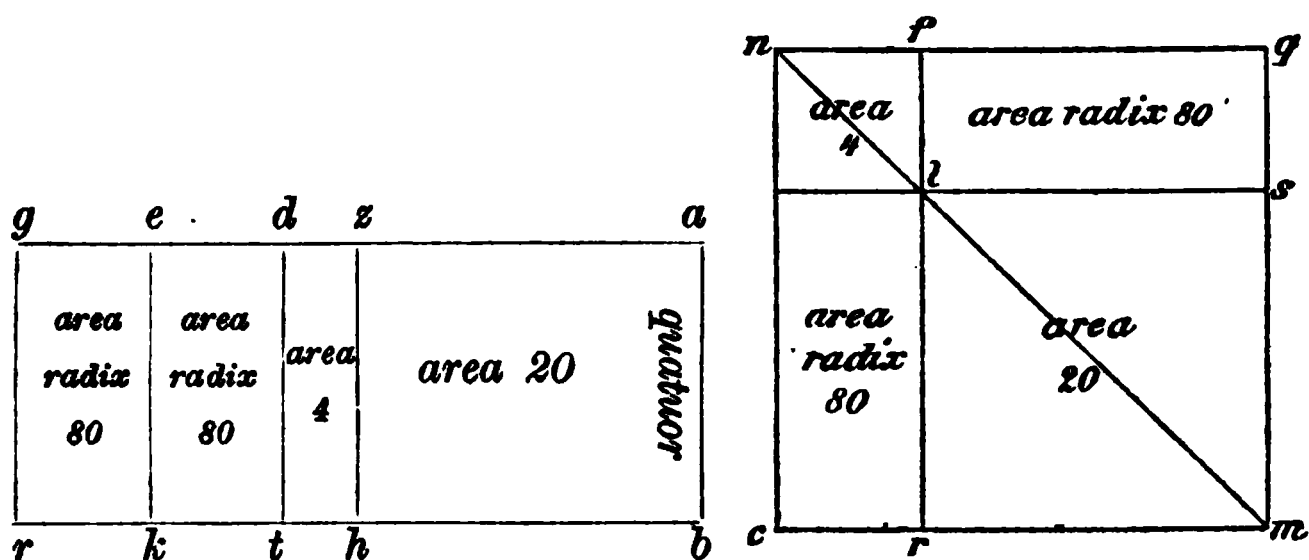
Cuius exemplum, ut sit superficies bg contenta a linea rationali, que est ab , que sit 4 ex numeris, et binomio primo, quod est 6 et radix 20: dico igitur, quod 20 linea potens supra superficiem bg est binomium absolutum, quod sic probatur. Dividam namque ag per 6 et radicem 20, secundum quod assuevimus. Sit itaque, ac si iam esset divisa supra d . Fit ergo sectio ad , que est sectio 25 longior, 6, et dg , que est brevior sectio, radix 20. Dividam autem dg in duo media supra e , et dividam ad in duas sectiones ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis lineae dg , id est equalis quarte quadrati totius lineae gd , que est 5. Multiplicabo 30 igitur 6 in se, et erunt 36; accipiam autem superfluum

8. Quod] Quoniam.

1) Apud CAMPANUM X, 42. Vide p. 331 not. 1.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 48 (HEIBERGHII X, 54): *Si fuerit superficies binomio primo lineaque rationali contenta, latus, quod super eam potest, binomium esse necesse est.* — Figura 28 est CAMPANI X, 30.

eius supra 20, quod est 16, cuius radicem addam supra sex, et erunt 10; et assumam medietatem illius, que est 5, que est una sectionum, et sectio altera est 1.¹⁾ Sit itaque, ac si esset divisa supra z , et nos quidem de hoc



in precedentibus iam fecimus declarationem et addidimus 5
in principio capitulum de superficiebus. Tunc producam
lineas zh , dt , ek equidistantes ab . Erit ergo superficies
 ah 20, et superficies zt 4, et unaqueque duarum super-
ficierum te , kg est radix 80. Unaqueque namque est
multiplicatio 16, qui est quadratum 4, in 5. Ponam 10
autem, ut quadratum ed sit equale superficiei az in zd ,
et ponam quadratum ml equale superficiei ah , et qua-
dratum ln equale superficiei hd , et sint diametri eorum
coniuncte supra mln , et complebo superficiem mn . Super-
ficies igitur mn est superficies quadrata: ergo proportio 15
 ms ad sq est sicut proportio qf ad fn . Sed proportio
 ms ad sq est sicut proportio superficiei ml ad super-
ficiem lq , et proportio qf ad fn est sicut proportio super-
ficiei ql ad superficiem ln : ergo proportio superficiei ml
ad superficiem lq est sicut proportio superficiei ql ad 20
superficiem ln , ergo inter <superficies> ml et ln est super-
ficies secundum proportionem unam, que est ql . Super-

5. addimus. — 6. Tunc] \overline{tm} .

1) $x^2 + 5 = 6x$, quare $x = 3 \pm \sqrt{9 - 5}$, id est $x = 5$ vel 1.

ficies vero az in zd est equalis quadrato ed : ergo proportio az ad de est sicut proportio de ad dz . Sed proportio az ad de est sicut proportio ah ad te , et proportio de ad dz est sicut proportio et ad tz : ergo proportio ah ad te est sicut proportio te ad tz , ergo inter ah et dh est superficies secundum proportionem unam, que est te . Sed inter ml et ln est superficies secundum proportionem unam, que est ql , et ah et hd sunt equales ml et nl : ergo te est equalis ql . Sed dk est equalis kg , et ql est equalis lc : ergo tota bg est equalis mn . Sed mn est quadratum qn : ergo bg est equalis quadrato qn . Ergo supra totam bg potest qn . Sed az communicat zd in longitudine, ergo ad communicat unicuique duarum sectionum az , zd . Sed ad est rationalis, et ipsa est communicans ab in longitudine, ergo unaqueque duarum linearum az , zd est rationalis et est communicans ab in longitudine. Ergo unaqueque duarum superficierum ah , hd est rationalis. Sed ipse sunt equales duobus quadratis ml , nl : ergo due superficies ml , ln sunt rationales, et ipse sunt duo quadrata qf , fn : ergo duo quadrata qf , fn sunt rationalia et communicantia. Sed ad seiungitur gd in longitudine, sed ad communicat dz , et qd communicat de , quoniam eius medietas est: ergo ed seiungitur dz , et et seiungitur tz . Sed et est equalis ql , et tz est equalis ln : ergo ql seiungitur ln , ergo qf seiungitur fn in longitudine, et ipse in potentia tantum sunt rationales et communicantes. Ergo qn est binomium, et ipsa est potens supra superficiem bg ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

30 Ex hoc itaque iam manifesta est figura, quam in elementis ostendimus, quoniam superficies bz , que est superficies ln , et superficies hd , que est superficies ml , et due radices 80 sunt supra superficiem potentes.¹⁾

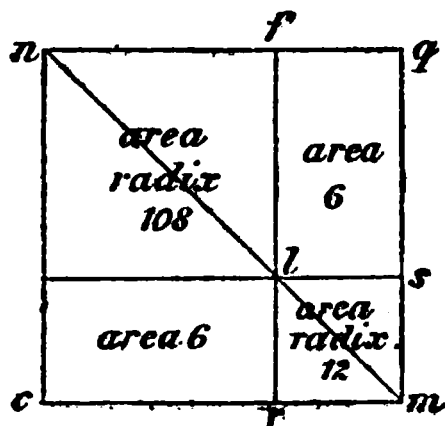
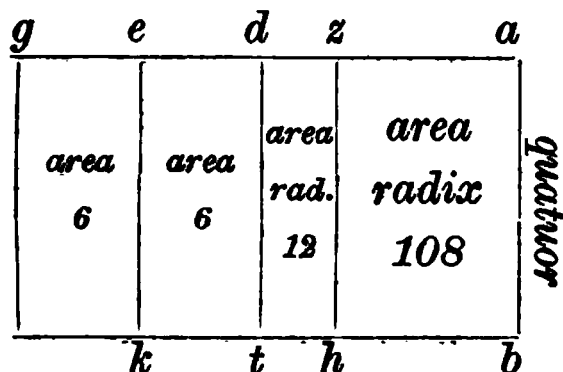
30. manifestum.

1) Vide supra p. 304—305.

Reliquarum vero superficierum remanentium longiorem duarum sectionum unius binomiorum cum in duas partes dividerimus ita, ut sit multiplicatio unius earum in alteram equalis quadrato medietatis lineae brevioris, et acceperimus duas radices duarum sectionum, coniuncte poterint supra 5 superficiem; et cum minuerimus unam earum ex altera, erit remanens illud, quod potest supra superficiem, que continetur a linea rationali et ab unoquoque residuorum.

Omnis superficies contenta a linea rationali et a binomio secundo, (que est figura 41^a)¹⁾, est ea, 10 supra quam potest linea, que est bimedium primum.²⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea ab rationali, que sit 4, et binomio secundo, que sit ag <, que sit radix 12 et 3 ex numeris>: dico igitur, quod linea 15



potens supra hanc superficiem, que est bg , est bimedium primum, quod sic probatur. Disponam enim, quemadmodum disposui figuram, que est ante istam: erit ergo linea ag radix 12 et 3 ex numeris, et az erit radix 6 et $\frac{3}{4}$, et zd radix trium quartarum³⁾; et area superficiei 20

1) EUCLIDES X, 41 (CAMPANUS X, 43; HEIBERGIIUS X, 49). Cfr. p. 332 not. 1.

2) EUCLIDES CAMPANI X, 49 (HEIBERGII X, 55): *Si fuerit superficies linea rationali binomioque secundo contenta, latus eius tetragonum erit bimediale primum.*

3) Hic habemus aequationem: $x^2 + \frac{9}{4} = x\sqrt{12}$. Ergo

$$x = \sqrt{\frac{12}{4}} \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4} + \frac{3}{4} \pm 2\sqrt{\frac{36}{16}}} = \sqrt{3\frac{3}{4} \pm 3},$$

$$\text{id est } x = \sqrt{6\frac{3}{4}} \text{ vel } \sqrt{\frac{3}{4}}.$$

ah est radix 108, et superficies hd est radix 12, et una-
 queque duarum superficierum gk et kd est 6 ex numeris.
 Hii quoque numeri similiter cadent in figura $qncm$. Est
 ergo superficies qc equalis superficiei bg , et superficies
 5 ml est radix 12, et superficies ln est radix 108, et
 unumquodque duorum supplementorum est 6; et qn
 potest supra qc ; sed qc est equalis bg : ergo qn potest
 supra bg . Sed az communicat zd in longitudine: ergo
 ad communicat unicuique duarum sectionum az , zd . Sed
 10 ad est rationalis in potentia et incommunicans ab in
 longitudine: ergo unaqueque duarum superficierum ah ,
 hd est medialis. | Ipse vero sunt equales duabus super- 74
 ficiebus ml et nl : ergo due superficies ml , nl sunt me-
 diales. Sed ipse sunt duo quadrata qf , fn : ergo duo
 15 quadrata qf , fn sunt medialis et communicantia. Simili
 quoque ostendam modo, quod qf incommunicat fn in
 longitudine. Et etiam de communicat eg in longitudine,
 ergo gd communicat de in longitudine. Sed dg est
 rationalis et ipsa communicat ab in longitudine, et te
 20 est rationalis et est equalis ql : ergo ql est rationalis.
 Sed ipsa <est> superficies qf in fn : ergo qf et fn sunt
 mediales et in potentia tantum communicantes et con-
 tinentes rationale; ergo qn est bimedium primum, et ipsa
 est potens supra superficiem bg . Quod si superficiei longi-
 25 tudo foret residuum secundum, potens supra ipsam esset
 superfluum inter eas, et esset qf radix radice 12, et fn
 radix radice 108, que sunt mediales et continent super-
 ficie, cuius area est 6, ergo fn <diminuta> qf est
 <residuum> bimediale primum. Hec est enim eius diffi-
 30 nitio; et illud est, quod demonstrare voluimus.

Supra omnem <superficiem> contentam
 a binomio tercio, (que est figura 42^a)¹⁾, et

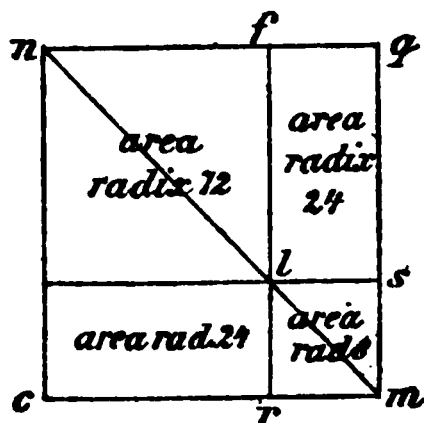
6. unaqueque. — 15. Similiter. — 23. binomium.

1) EUCLIDES X, 42 (CAMPANUS X, 44; HEIBERGIIUS X, 50).
 Cfr. p. 333 not. 1.

linea rationali linea potens est bimedium secundum.¹⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que sit ab , que sit 4, et binomio tercio, quod sit ag ; et reiterabo duas superficies cum notis suis, et sit ⁵
 ad radix 8 et dg radix 6, et az sit radix 4 et semis,

g	e	d	z	a
area rad. 24 me- dia- lis	area rad. 24 me- dia- lis	area rad. 8 me- dia- lis		area radix 72 medialis
k	t	h		b



et area superficiei $\langle ah \rangle$, que est radix 72, sit medialis, et zd sit radix medii unius, et eius area, que est radix 8, sit medialis²⁾; et unaqueque duarum superficierum te et kg , que est radix 24, sit medialis; et due linee ed , ¹⁰
 eg sint radix unius et medii; et unumquodque duorum supplementorum ql , lc est equale unicuique duarum superficierum dk , kg : erit ergo qf radix radicis 8, medialis, et fn radix radicis 72 medialis, et contineant superficiem, cuius area est radix 24, que est medialis: ergo qfn est ¹⁵
bimedium secundum, hoc est enim eius diffinitio, quod sic probatur. Disponam enim, sicut disposui illam, que est ante istam. Erit igitur qn potens supra superficiem bg , et qf , fn sunt mediales et in potentia tantum com-

5—6. et sit az , dg radix 4 et radix 6. — 13. dk , bg . — ql . — 14. contineat. — 19. qh , fn .

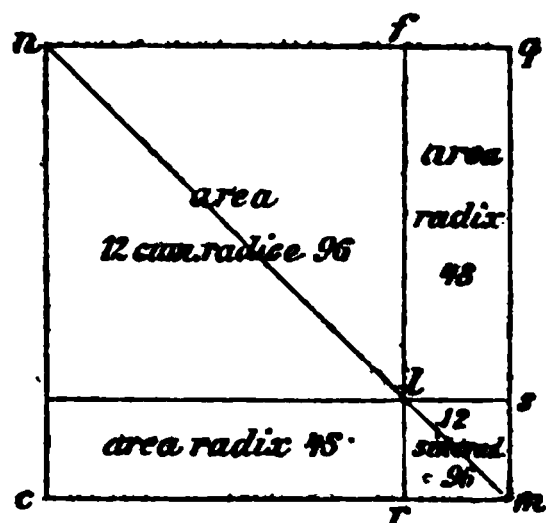
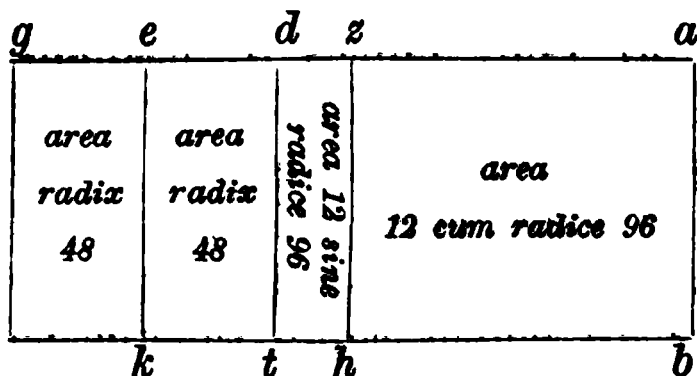
1) EUCLIDIS CAMPANI X, 50 (HEIBERGII X, 56): Si binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur, linea in eam potens erit bimediale secundum.

2) Aequatio erit: $x^2 + \frac{3}{2} = x\sqrt{8}$, quare $x = \sqrt{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$
 $= \sqrt{2\frac{1}{2}} \pm 2$, id est $x = \sqrt{4\frac{1}{2}}$ vel $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

municantes, et ed communicat eg in longitudine, et gd communicat de in longitudine, et dg est rationalis in potentia et seiuncta ab in longitudine, et te est medialis et est equalis ql : ergo ql est medialis, et ipsa est superficies qf in fn , que ab eis continetur: ergo qf et fn sunt mediales et in potentia tantum communicantes et continentes medialem. Ergo qn est bimedium secundum, et ipsa est potens supra superficiem bg . Quod si longitudo superficiei foret residuum tertium, potens supra ipsam
 10 esset superfluum inter eas.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a binomio quarto, (que est figura 43^a)¹⁾, et linea rationali est maior.²⁾

Verbi gratia sit superficies bg a linea ab rationali
 15 et linea ag , que est binomium quartum, contenta: dico igitur, quod linea potens supra superficiem bg est maior, quod ita probatur. Reiterabo namque duas superficies



cum notis suis, et sit ad 6, et dg sit radix 12: erit ergo post divisionem linea az 3 et radix 6, et eius area
 20 12 et radix 96; et dz 3 absque radice 6, et area eius

1) EUCLIDES X, 43 (CAMPANUS X, 45; HEIBERGIIUS X, 51). Cfr. p. 333 not. 2.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 51 (HEIBERGII X, 57): Si linea rationali binomioque quarto superficies contineatur, que in eam superficiem potest, est linea maior.

12 absque radice 96¹⁾, et unaqueque duarum linearum de , eg est radix 3, et unaqueque duarum superficierum te , kg est radix 48 medialis, et superficies bg et $qmcn$ sunt equales: ergo \langle quadratum \rangle qf est [radix] 12 absque radice 96, et \langle quadratum \rangle fn est [radix] 12 et radix 96, 5 et coniunctio eorum est superficies $\langle at \rangle$; et linea qf est 12 absque radice 96 accepta residui radice, \langle et linea fn est 12 et radix 96 radice eius, quod aggregatur, accepta, et ad est \rangle rationalis, et $\langle qf, fn \rangle$ continent superficiem, cuius area est radix 48, et hoc est terminus, 10 id est diffinitio, maioris, et ipsa est potens supra bg , quod sic probatur. Disponam namque, quemadmodum disposui eam, que est ante istam. Sed ag est binomium quartum, et az seiungitur zd in longitudine, et ah seiungitur hd , et ah et hd sunt equales ml , nl : ergo ml 15 seiungitur nl . Sed ml , nl sunt duo quadrata qf , fn : ergo quadratum qf seiungitur quadrato fn . Ergo qf , fn in potentia sunt incommunicantes. Et similiter monstratur, quod qf et fn continent medialem, que est superficies qf in fn . Sed ad est rationalis et communicat ab 20 in longitudine, ergo bd est rationalis. Sed bd est equalis duobus quadratis ml , ln : ergo duo quadrata ml , nl coniuncta sunt rationale, ergo duo quadrata qf , fn coniuncta sunt rationale. Ergo qf , fn in potentia sunt incommunicantes et continentes mediale, et quadrata eorum 25 coniuncta sunt rationale, ergo qn est maior, et ipsa est potens supra superficiem bg . Quod si longitudo superficierum esset residuum quartum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas; et illud est, quod demonstrare volumus.

80

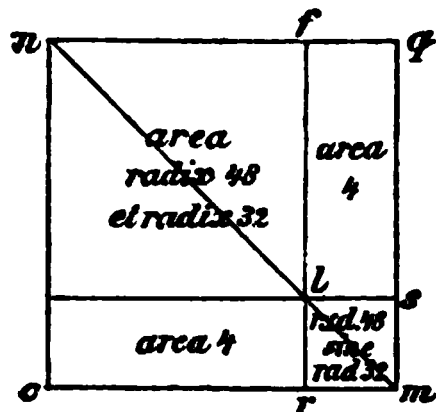
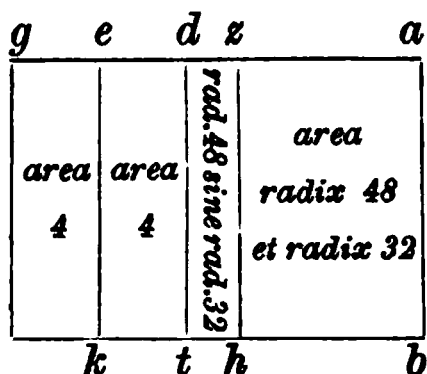
Linea potens supra omnem superficiem con-

4—5. Quia in Mscpto. duo verba quadratum desiderantur, scriptor addidit in margine: „Per hoc vult intelligi duo quadrata earum“.

1) Hic est aequatio: $x^2 + 3 = 6x$; ergo $x = 3 \pm \sqrt{6}$.

tentam a binomio quinto, (quod est $\langle \text{figura} \rangle 44^a$)¹⁾, et linea rationali est potens supra rationale et mediale.²⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que est ab , et binomio quinto, quod est ag : dico igitur, quod linea potens supra superficiem bg est potens supra rationale et mediale. Reiterabo igitur duas



figuras cum notis suis, existente ab 4, et ad radice 12, et dg 2. Erit ergo post divisionem az radix 3 et radix
 10 2, et area superficiei $\langle ah \rangle$ radix 48 et radix 32; et erit
 zd radix 3 absque radice 2, et area superficiei $\langle et \rangle$
 radix 48 absque radice 32³⁾; et erit unaqueque duarum
 linearum qe , $\langle ed \rangle$ unitas, et area cuiusque duarum super-
 ficierum $\langle et, kg \rangle$ quatuor. Propter hoc igitur erit qf
 15 radix 48 absque radice 32 accepta remanentis radice, et
 fn radix 48 et radix 32 coniunctorum accepta eorum
 radice; et earum coniunctio est radix 192 medialis; et
 continent superficiem rationalem, cuius area est 4: ergo
 qf , fn in potentia sunt incommunicantes et continentes
 20 rationalem, et quadrata $\langle \text{coniuncta} \rangle$ eorum sunt mediale:

1) EUCLIDES X, 44 (CAMPANUS X, 46; HEIBERGIIUS X, 52).
 Cfr. p. 334 not. 1.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 52 (HEIBERGHII X, 58): *Si fuerit superficies linea rationali atque binomio quinto contenta, quaecunque in eam linea potest, potens in rationale et mediale esse ex necessitate convincitur.*

3) Habemus aequationem $x^2 + 1 = x\sqrt{12}$, quare

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{12} \pm \sqrt{3 - 1} = \sqrt{3} \pm \sqrt{2}.$$

ergo qn potest supra rationale et mediale, quod sic probatur. Disponam enim, quemadmodum disposui eam, que est ante ipsam, et ostendam, quod qn potest supra bg , et quod qf , fn in potentia sunt incommunicantes, et quod dg communicat de in longitudine; et dg est rationalis et 5 communicat ab in longitudine, et dk est rationalis et est equalis superficiei qf in fn : ergo superficies qf in fn est rationalis; et etiam ad est rationalis in potentia et seiuncta ab in longitudine. Ergo bd est medialis. Sed ipsa est equalis duobus quadratis qf , fn coniunctis: ergo 10 duo quadrata qf , fn coniuncta sunt mediale, ergo qf , fn in potentia sunt incommunicantes et continentes rationalem, et quadrata earum coniuncta sunt mediale. Ergo qn est potens supra rationale et mediale, et ipsa <est> potens supra superficiem bg . Quod si superficiei longi- 15 tudo fo|ret residuum quintum, potens supra ipsam esset superfluum inter eas; et illud est, quod demonstrare volumus.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a binomio sexto, (quod est figura 45^a)¹⁾, et 20 linea rationali est potens supra duo medialia.²⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea ab rationali et ag , que est binomium sextum: dico igitur, quod linea potens supra superficiem bg est potens supra duo medialia. Duas igitur figuras cum notis suas rei- 25 terabo, et sit ab 4, et ad radix 20, et gd radix 8; et az radix 5 et radix 3, et zd radix 5 absque radice 3³⁾;

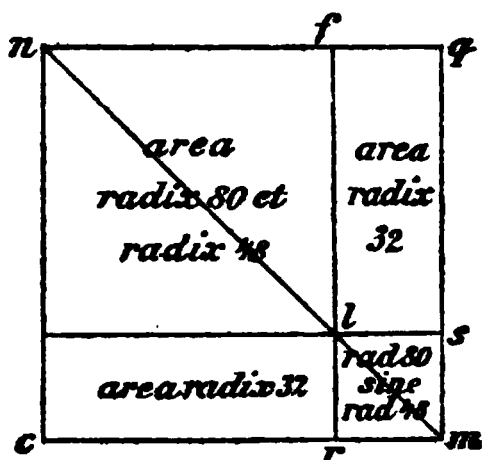
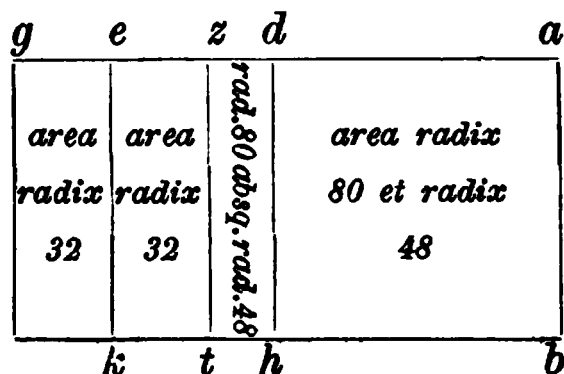
1. potest supra] potens sit. — 7. ergo superficies qf in fn in margine leguntur.

1) EUCLIDES X, 45 (CAMPANUS X, 46; HEIBERGIIUS X, 52). Cfr. p. 343 not. 1.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 53 (HEIBERGII X, 59): Si binomio sexto lineaque rationali superficies contineatur, linea, que in eam potest, in duo [in]medialia potens esse probatur.

3) Aequatio est: $x^2 + 2 = x\sqrt{20}$, quare $x = \sqrt{5} \pm \sqrt{3}$.

et area superficiei $\langle ah \rangle$ sit radix 80 et radix 48, et superficies hz sit radix 80 absque radice 48, et unaqueque duarum linearum de , eg est sicut radix 2, et area cuiusque earum fit radix 32. Et qf , fn sint in
 5 potentia incommunicantes, et quadratum qf sit radix 80



absque radice 48, et $\langle \text{quadratum} \rangle fn$ sit radix 80 et radix 48, et aggregatum eorum sit radix 320, et contineant superficiem, cuius area sit radix 32, que est medialis: ergo qn est potens supra duo medialis, et ipsa
 10 potest supra bg , quod sic probatur. Disponam enim, sicut disposui, que ipsam precedit, et similiter ostendam, quod qn potest supra superficiem bg , et quod qf , fn in potentia sunt incommunicantes, et quod gd communicat
 de ; et gd est rationalis in potentia et communicat ab
 15 in potentia, $\langle \text{et} \rangle zk$ est medialis, et ipsa est equalis superficiei qf in fn : ergo superficies qf in fn est medialis. Et etiam dg est rationalis in potentia et incommunicans rationali ab date, et ad seiungitur dg in longitudine: ergo at seiungitur tg ; sed at est equalis duobus qua-
 20 dratis qf , fn coniunctis, et tg equatur duplo superficiei qf in fn : ergo duo quadrata qf , fn coniuncta sunt seiuncta duplo superficiei qf in fn . Ergo qf , fn in potentia sunt incommunicantes et continentes medialem, et quadrata earum coniuncta sunt mediale et incommunicant

1—2. et superficies hz sit radix superficies hd sit radix 48 et superficies dh radix. — 15. $zk] dk$.

duplo superficiei unius earum in alteram: ergo qn est potens supra duo medialia, et ipsa est potens <supra> superficiem bg . Quod si longitudo superficiei foret residuum sextum, potens supra ipsam esset superfluum, quod est inter eas; et illud est, quod demonstrare volumus. ⁵

Cum ad lineam rationalem superficies equalis quadrato lineae binomii adiungitur, latus secundum est binomium primum.¹⁾

Hec vero sex figure non indigent numeratione, id est regulis; sunt enim conversiones sex precedentium. ¹⁰ Nos tamen apponemus numeros, qui sunt in illis figuris, ut sic sensibus subiaceat.

Verbi gratia sit linea ab binomium, et linea gd sit rationalis, ad quam adiuncta superficies de equalis quadrato ab , et fiat latus secundum ge : dico <igitur>, quod ¹⁵ ge est binomium primum, quod sic probatur. Dividam

		e	m	k	h		g
		rad. 5	rad. 5	1		5	
		radix 80	radix 80	4		20	•
b	rad. 4 z		radix 20				a
				n	l	t	d

enim ab in duo nomina supra z , et ponam superficiem dh equalem quadrato az , et superficiem tk equalem quadrato zb , et duplum superficiei az in zb sit superficies le . Dividam autem ek in duo media supra m , et pro- ²⁰ traham lineam mn equidistantem lineae dg : superficies ergo az in zb est equalis superficiei lm , et duo quadrata az , zb coniuncta sunt rationale. Sed ipsa sunt equalia

21. lineae dg] lineis.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 54 (HEIBERGII X, 60): Si lineae rationali equum quadrato binomii rectangulum adiungatur, latus eius secundum binomium primum esse convenit.

dk : ergo dk est rationalis. Ipsa vero est adiuncta ad gd rationalem, ergo gk est rationalis, et est adiuncta ad gd rationalem, et communicat gd in longitudine. Et etiam superficies az in zb est medialis, et duplum eius
 5 est mediale, et ipsum est equale le : ergo le est medialis. Sed kl est rationalis, ergo ke est rationalis in potentia et incommunicans gd in longitudine; et etiam quadrata az , zb coniuncta seiunguntur duplo superficiei az in zb , eo quod una earum est rationalis et altera surda, et
 10 ipsa etiam sunt maiora el , et gl seiungitur le : ergo kt seiungitur le : ergo kg et ke in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo ge est binomium. Sed gk est maior ke , et quadratum az communicat quadrato zb , ergo superficies gt communicat superficiei tk , ergo gh
 15 communicat hk in longitudine. Proportio vero quadrati az ad superficiem az in zb est sicut proportio az ad zb , et proportio az ad zb est sicut proportio superficiei az in zb ad quadratum zb : ergo proportio quadrati az ad superficiem az in zb est sicut proportio superficiei az in
 20 zb ad quadratum zb . Sed quadratum az est equale superficiei gt , et superficies az in zb est equalis superficiei kn , et quadratum zb est equale superficiei tk : ergo proportio gt ad lm est sicut proportio lm ad lh . Sed proportio gt ad lm est sicut proportio gh ad km , et
 25 proportio ml ad lh est sicut proportio mk ad kh : ergo proportio gh ad km est sicut proportio km ad kh . Ergo superficies gh in hk est equalis quadrato km , ergo gk , ke sunt due linee diverse, et iam adiuncta est ad kg superficies equalis quarte quadrati ke , et minuitur super-
 30 fices quadrata, et gl communicat hk in longitudine: ergo gk potest supra ke cum augmento quadrati, lateri cuius gk in longitudine communicat. Sed gk communicat gd in longitudine: ergo ge est binomium primum; et illud est, quod demonstrare volumus.

11. seiungitur le] seiungitur in longitudine. — 13. az communicat] az incommunicat.

In quinquagesimo quarto¹⁾ nihil mutatur. In quinquagesimo quinto²⁾ quoque, et sexto³⁾, et sep-

$$\begin{array}{c} \text{rad. rad. 12} \quad \text{radix rad. 108} \\ | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\ b \quad \quad \quad z \quad \quad \quad a \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 12 \text{ et radix 6} \quad 12 \text{ sine rad. 6} \\ | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\ a \quad \quad \quad z \quad \quad \quad b \\ \text{radice accepta} \quad \text{radice resid. accepta} \end{array}$$

54.

e	m	k	h	g
unus et semis	unus et semis	rad. $\frac{3}{4}$	radix $6\frac{3}{4}$	quatuor
6	6	rad. 12	rad. 108	
n	l	t	d	

55.

e	m	k	h	g
rad. 3	rad. 3	3 sine rad. 6	3 et rad. 6	quatuor
rad. 48	rad. 48	12 sine rad. 96	12 et rad. 96	
n	l	t	d	

$$\begin{array}{c} \text{rad. rad. 8} \quad \text{radix radicis 72} \\ | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\ b \quad \quad \quad z \quad \quad \quad a \end{array}$$

56.

e	m	k	h	d
rad. $1\frac{1}{2}$	rad. $1\frac{1}{2}$	rad. $\frac{1}{2}$	radix $4\frac{1}{2}$	quatuor
rad. 24	rad. 24	rad. 8	radix 72	
n	l	t	g	

1) EUCLIDES X, 54 (CAMPANUS X, 55; HEIBERGIIUS X, 61): Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundum esse oportebit.

2) EUCLIDES X, 55 (CAMPANUS X, 56; HEIBERGIIUS X, 62): Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies rectangularis equalis quadrato bimedialis secundi, latus eius secundum binomium tertium esse necesse est.

3) EUCLIDES X, 56 (CAMPANUS X, 57; HEIBERGIIUS X, 63): Si linee rationali equum quadratum linee maioris adiungatur, alterum se continentium laterum erit binomium quartum.

timo¹⁾, et octavo²⁾ nihil, nisi quod figure numeris hoc notantur modo.

$$\begin{array}{c} \text{rad. 80 sine r. 48} \quad \text{rad. 80 et rad. 48} \\ \hline b \quad z \quad a \\ \text{rad. res. acc.} \quad \text{radice eor. acc.} \end{array}$$

57.

e	m	k	h	d
rad. 2	rad. 2	rad. 5 sine rad. 3	rad. 5 et rad. 3	quatuor
rad. 32	rad. 32	rad. 80 sine rad. 48	rad. 80 et rad. 48	
n	l	t	g	

$$\begin{array}{c} \text{rad. 48 sine r. 32} \quad \text{rad. 48 et rad. 32} \\ \hline b \quad z \quad a \end{array}$$

58.

e	m	k	h	g
1	1	rad. 3 s. rad. 2	radix 3 et rad. 2	quatuor
4	4	rad. 48 sine r. 32	rad. 48 et rad. 32	
n	l	t	d	

In quinquagesimo nono³⁾, et sexagesimo⁴⁾, et sexagesimo primo⁵⁾, et secundo⁶⁾, et tercio⁷⁾ nihil

1) EUCLIDES X, 57 (CAMPANUS X, 58; HEIBERGIUS X, 64): Si lineae rationali quadrato lineae potentis supra rationale et mediale equalis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

2) EUCLIDES X, 58 (CAMPANUS X, 59; HEIBERGIUS X, 65): Quotiens adiuncta fuerit lineae rationali superficies rectangula equalis quadrato lineae potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundum binomium sextum esse convincitur.

3) EUCLIDES X, 59 (CAMPANUS X, 60; HEIBERGIUS X, 66): Omnis linea cuiuslibet binomiorum communicans sub eadem specie binomium esse probatur.

4) EUCLIDES X, 60 (CAMPANUS X, 61; HEIBERGIUS X, 67): Omnis linea alterutri bimedialium commensurabilis sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate convincitur.

5) EUCLIDES X, 61 (CAMPANUS X, 62; HEIBERGIUS X, 68): Omnis linea communicans lineae maiori est linea maior.

6) EUCLIDES X, 62 (CAMPANUS X, 63; HEIBERGIUS X, 69): Si qua linea lineae potenti in rationale et mediale communicet, in rationale et mediale potens esse comprobatur.

7) EUCLIDES X, 63 (CAMPANUS X, 64; HEIBERGIUS X, 70): Omnis linea communicans potenti in duo medialia ipsa quoque potens est in duo medialia.

mutatur; in sexagesimo quarto¹⁾ vero solum additur, quod dicitur in principio probationis, quod linea gd rationalis sit, et figura hoc modo insignitur:

64.

h	e	g	
$rad. 65$	$radix 300$	$radix 85$	$radix 30$
		b	a
z		d	

5

In sexagesimo quinto quoque²⁾ nihil mutatur, nisi quod figura numeris insignitur hoc modo:

65.

h	e	g	
$radix 80$	$radix 300$	$rad. 40$	$radix 300$
		b	a
z		d	

10

Linee binomii et linearum surdarum, que eam sequuntur, que sunt bimedium primum, et secundum, et maior, et potens supra rationale et mediale, et potens supra duo medalia, nulla <est>, que sit a termino medialis, neque est aliqua earum, que termino alterius, neque in eius ordine³⁾, quod sic probatur. Cum enim superficies equalis quadrato mediali ad lineae rationalis longitudinem adiungatur, tunc latus eius secundum est rationale in potentia. Nam cum superficies

2—3. vero tamen solum. — 11. quod] quia.

1) EUCLIDES X, 64 (CAMPANUS X, 65; HEIBERGIUS X, 71): *Si due superficies, quarum altera rationalis altera vero medialis, coniungantur, linea potens in totam superficiem inde compositam aliqua erit quatuor irrationalium linearum, videlicet aut binomium, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale et mediale.*

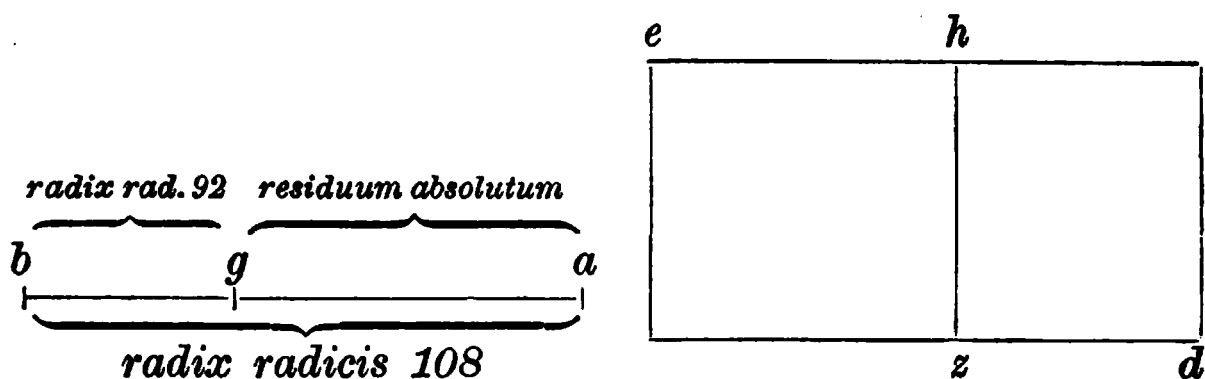
2) EUCLIDES X, 65 (CAMPANUS X, 66; HEIBERGIUS X, 72): *Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles, linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationalium linearum, videlicet aut bimediale secundum, aut potens in duo medalia.*

3) EUCLIDIS CAMPANI X, 67 (HEIBERGII p. 222/223, l. 9 sq.): *Cum posita fuerit linea binomialis ceteraque irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.*

equalis quadrato binomii adiungitur ad lineam rationalem, fit latus eius secundum binomium primum, et similiter, cum superficies equalis quadratis surdarum, que sequuntur binomium, ad longitudinem lineae rationalis adiungantur, 5 fit latus secundum cuiusque illarum superficierum, secundum quod prediximus in precedentibus, diversum lateri secundo eius, que equatur quadrato illius, et diversificantur adiuncte, sicut | secunde diversificantur, cum secundum 76 continuitatem adiunguntur linea quoque binomia prima, 10 et secunda, et tertia, et quarta, et quinta, et sexta, et lineae secunde, que eas sequuntur in termino medialis, neque alie in termino aliarum; et illud est, quod demonstrare volumus. (Terminus hic ubilibet intelligitur diffinitio.)

15 Cum ex linea separatur linea, que in potentia tantum sint rationales et communicantes, linea remanens est surda, et dicitur residuum absolutum.¹⁾

Iam ostendimus in precedentibus figuris exempla, 20 que significant separationem. Nos tamen in locis suis



demonstrabimus illum. Huius vero residui est paratio ex binomio absoluto. Iam premisimus in antecedentibus, quomodo computatur unumquodque residuorum et illud

16. rationalis. — 21. residuum.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 68 (HEIBERGII X, 73): *Si linea de linea abscindatur, fuerintque ambe potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum.*

est, diminue duo supplementa ex duobus quadratis, et accipe, quod remanet, secundum quod est in figura. Huius vero figure exemplum est, ut linea sit bg ex linea ab separata, et ab et bg sint in potentia tantum rationales et communicantes: dico igitur, quod linea ag remanens 5 est surda, et ipsa dicitur residuum absolutum, quod sic probatur. Ponam enim, ut sit superficies de equalis duobus quadratis ab et bg , et duplum ab in bg sit equale superficiei ez : restat ergo, ut quadratum ag sit equale superficiei dh . Ergo duo quadrata ab , bg coniuncta sunt 10 rationale in potentia tantum, sed superficies ab in bg est medialis, et duplum eius est mediale, quoniam communicat ei, ergo ez est medialis. Sed de est rationalis, ergo de seiungitur ez . Et cum permutaverimus, fit de seiuncta dh . Sed de est rationalis, ergo dh est surda. Sed 15 potens supra ipsam est ag : ergo ag est surda, et vocatur residuum absolutum; et illud est, quod demonstrare volumus. Sit etiam eius probatio. Quia enim ab et bg in potentia tantum sunt rationales et communicantes, ergo superficies ab in bg est medialis, et duplum eius 20 est mediale, quoniam ei communicat; et duo quadrata ab et bg coniuncta sunt rationale et incommunicantia duplo ab in bg ; et cum permutaverimus, duo quadrata ab et bg coniuncta sunt rationale: ergo quadratum gd est surdum et vocatur residuum; et illud est, quod demonstrare 25 volumus.

In sexagesima nona¹⁾ nihil mutatur, nisi quod in principio dicitur, quod ipsum est figura 66^a, et in fine

$$\begin{array}{c}
 4 \text{ et radix } 32 \text{ accepta eius radice} \\
 \hline
 \overbrace{b \text{ radix } 32 \text{ absque } 4 \quad g} \quad a \\
 \hline
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 \text{accepta rad. residui} \quad \text{residuum bimediale} \\
 \text{primum}
 \end{array}$$

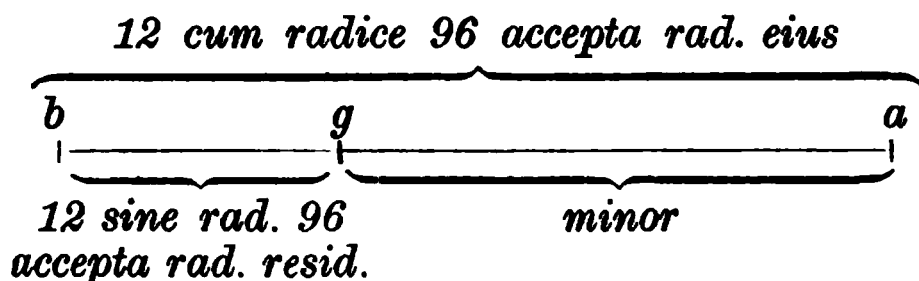
13. eis.

1) EUCLIDES X, 69 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 74): *Si fuerit linea de linea abscisa, fuerintque ambe mediales potentia-*

dicitur, quod ipsum est superfluum longioris sectionis bimedii primi super brevior, et figura his numeris insignitur.

In septuagesima¹⁾ nihil additur vel mutatur, nisi quod in fine dicitur, quod ipsum est superfluum longioris sectionis super brevior, et propter hoc, quod due lineae dz , zh in potentia sunt rationales et communicantes, et si separata fuerit $\langle una \rangle$ earum ex altera, fuerit remanens, que est linea dh surda, secundum quod in punctis figure residuorum precessit.

10 Similiter in septuagesima prima²⁾ nihil mutatur, $\langle nisi \rangle$ quod in fine dicitur, quod ipsa est superfluum longioris sectionis super sectionem brevior, et figura his numeris insignitur:



In septuagesima secunda³⁾ vero nihil mutatur
15 omnino.

In septuagesima tertia⁴⁾ nihil mutatur.

liter tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum mediale primum.

1) EUCLIDES X, 70 (CAMPANUS idem; HEIBERGIIUS X, 75): Si linea de linea secetur, fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continenturque mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum mediale secundum.

2) EUCLIDES X, 71 (CAMPANUS idem; HEIBERGIIUS X, 76): Si linea de linea detrahatur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles continenturque mediale, quadrataque earum ambo pariter accepta rationale, reliqua linea erit irrationalis, vocaturque minor.

3) EUCLIDES X, 72 (CAMPANUS idem; HEIBERGIIUS X, 77): Si linea de linea dematur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale, reliqua erit irrationalis, diceturque iuncta cum rationali componens totum mediale.

4) EUCLIDES X, 73 (CAMPANUS idem; HEIBERGIIUS X, 78): Si linea a linea detrahatur, fuerintque ambe potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quadrataque earum

Linee residue ex binomio, que est figura 68^a)¹⁾, non coniungitur nisi linea una tantum, donec fiant in termino earum ante separationem.²⁾

Verbi gratia sit residuum
 $\begin{array}{c} g \qquad \qquad \qquad b \qquad \qquad \qquad a \\ | \text{-----} | \text{-----} | \end{array}$ linea ab , cui coniuncta sit linea 5
 $\begin{array}{c} g \qquad d \qquad b \qquad \qquad \qquad a \\ | \text{-----} | \text{-----} | \end{array}$ bg , et sint ag et gb in termino
earum ante separationem: dico
igitur, quod non coniungitur

linee ab linea alia in termino ag , gb , quod sic probatur. Non enim est possibile aliter esse, et premonstrabo illud. 10
Quod si possibile fuerit, iungatur cum ea linea alia, que sit bd . Ergo augmentum duorum quadratorum ag , gb coniunctorum supra duplum superficiei ag in gb est equale augmento duorum quadratorum ad , db coniunctorum supra duplum ad in db . Et cum permutaverimus, 15
erit augmentum duorum quadratorum ag et gb coniunctorum supra duo quadrata ad , db coniuncta equale augmento dupli ag in gb supra duplum ad in db . Sed augmentum duorum quadratorum ag , gb coniunctorum supra duo quadrata ad , db coniuncta est rationale, quo- 20
niam ipse simul sunt rationalia: ergo augmentum dupli ag in gb supra duplum ad in db est rationale, quod est contrarium, quoniam unumquodque eorum est mediale. Non <ergo> coniungitur cum linea surda nisi una tantum, donec fiant in termino earum ante separationem; 25
et illud est, quod demonstrare volumus.

In septuagesima quinta³⁾ nihil additur nec mu-

ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incommensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.

1) Conferas p. 360 not. 1.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 74 (HEIBERGII X, 79): *Nulla linea nisi una tantum residuo coniungi potest, ut sint ambe sub termino earum, que erunt ante separationem.*

3) EUCLIDES X, 75 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 80): *Nulla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambo sub termino earum, que erant ante separationem.*

tatur, nisi quod in principio dicitur, quod est figura 66^a, et figura notatur his numeris.

In septuagesima sexta¹⁾ nihil additur nec mutatur, nisi quod linea his numeris notatur. Figura vero
5 quadrata non mutatur.

In septuagesima septima²⁾ nihil omnino mutatur.

In septuagesima inde octavo³⁾ nihil mutatur, nisi quod figura his numeris insignitur.

In septuagesima similiter nona⁴⁾ nihil mutatur,
10 nisi quod linea notatur his numeris, superficies vero quadrata non mutatur.

Volo diffinire residua sex.

Dico quod sex residua binomiorum sunt illa, que prediximus, ad quorum intentionem paravimus. Nobis
15 tamen non est necesse referre ea, que GEOMETER in principio 80^e figure de residuorum habitudine dixit, propter hoc, quod iam ostendimus de expositione binomiorum. Sed quia noluimus, ne ex figuris quid mutetur ab eo, in quo sint, referam illud, quod GEOMETER dixit, qui
20 sic inquit:⁵⁾

Cum posita fuerint due linee, quarum una sit rationalis et altera residuum binomii, postea iungatur cum

22. binomium.

1) EUCLIDES X, 76 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 81): *Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est, ut sub termino earum fiant, nisi tantum, que ab ea ante separata erat.*

2) EUCLIDES X, 77 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 82): *Nulla linea minori coniungibilis est, ut sub termino suo fiant, nisi tantum, que ante sibi abscisionem coniungebantur.*

3) EUCLIDES X, 78 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 83): *Linea, que coniuncta cum rationali facit totum mediale, nisi uni tantum componi non potest, ut sub earum termino fiant.*

4) EUCLIDES X, 79 (CAMPANUS idem; HEIBERGIUS X, 84): *Linee, que iuncta cum mediali facit totum mediale, nisi una linea tantum iungi nequit, ut sub earum termino fiant, que erant ante separationem.* Figurae cum numeris in hoc et praecedentibus theorematibus in Manuscripto desiderantur.

5) „Definitiones tertiae“ (CAMPANUS fol. 1^v, l. 18 sq.; HEIBERGIUS p. 254/255, l. 7 sq.).

residuo binomii linea, et fuerit tota illa potens supra residuum cum augmento quadrati, lateri cuius in longitudine communicat, deinde tota fuerit communicans lineae date rationali in longitudine, vocatur tunc residuum primum. (Per „totam“ intelligit lineam primam ex binomio <et 5 coniunctam>, et coniuncta cum residuo est linea surda duarum linearum binomii, donec una earum sit excepta ab altera.)

Et si coniuncta, scilicet lineâ surdâ, fuerit communicans rationali in longitudine, vocetur tunc residuum <se- 10 cundum;

Et si queque illorum fuerit incommunicans rationali date in longitudine, vocetur tunc residuum tertium;

Et si tota fuerit potens super coniunctam cum augmento quadrati, lateri cuius seiuncta est in longitudine, 15 deinde tota fuerit communicans lineae date rationali in longitudine, vocetur tunc residuum>¹⁾ quartum;

Et si coniuncta fuerit communicans lineae rationali <date> in longitudine, vocetur tunc residuum quintum;

Et si queque illarum fuerit incommunicans rationali 20 date in longitudine, vocetur tunc residuum sextum.

Volo reperire residuum primi binomii.²⁾

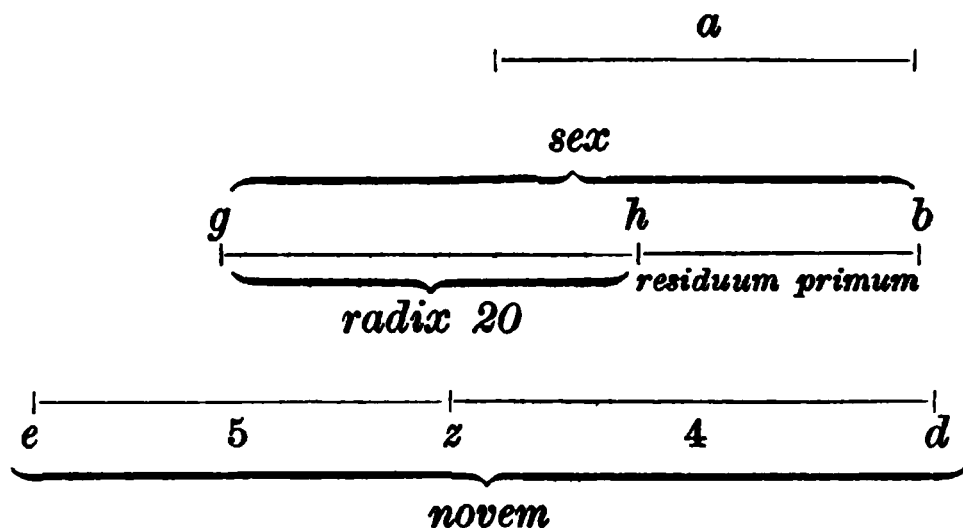
Duas igitur lineas racionales et communicantes in longitudine signabo, <que sint> a et bg , et ponam, ut bg sit 6 ex numeris. Duos quoque numeros ed , dz quadratos signabo, que sint 9 et 4, et non sit superfluum eorum quadratus, quod est ze , et ponam ut sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati < bg > ad quadratum 77 gh , secundum quod | ostendimus in numeratione binomiorum, et nos iterabimus numerationem in hac una 80

7. binomium.

1) Lacunam textus ex CAMPANO, HEIBERGIO et verbis ANARITHI ipsis supplere conatus sum.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 80 (HEIBERGI X, 85): *Residuum primum investigare.*

figura. Multiplicabo igitur quadratum bg , quod est 36, in superfluum quod est inter duos quadratos, quod est 5, et erit 180. Dividam ergo illum per 9, et erit 20. Et



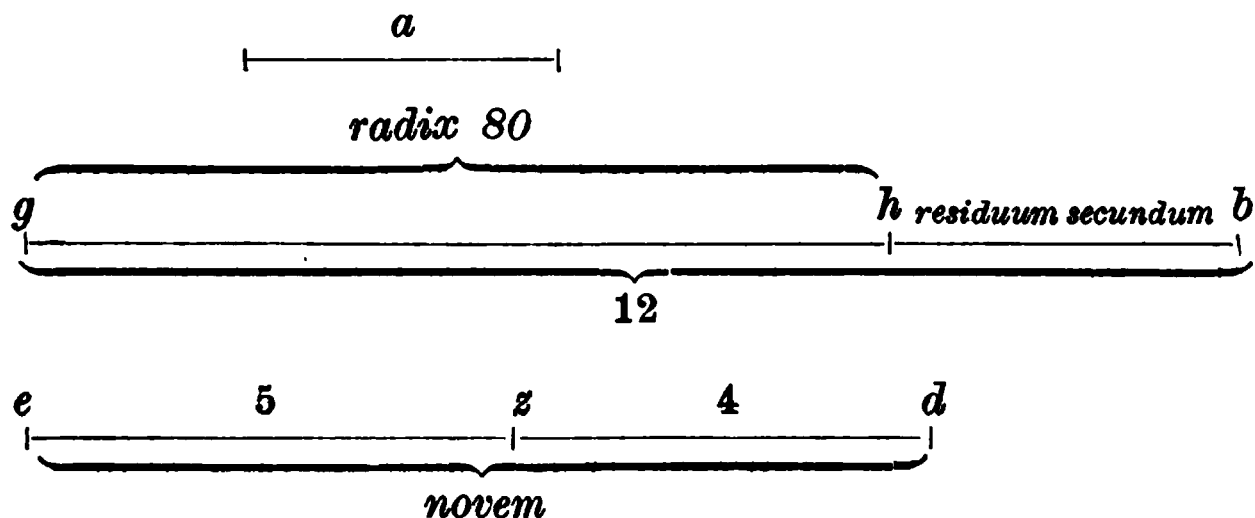
quia proportio de ad ez non est sicut proportio numeri
 5 quadrati ad numerum quadratum, etiam proportio qua-
 drati bg ad quadratum gh <non> est proportio numeri
 quadrati ad numerum quadratum: ergo bg communicat
 gh in potentia. Sed gb est rationalis in longitudine, et
 gh est rationalis in potentia, et sunt incommunicantes in
 10 longitudine: ergo bg , gh in potentia tantum sunt ratio-
 nales et communicantes, ergo bh est residuum, et iunctum
 cum eo est gh . Ostendam autem, sicut ostendi in bino-
 miis, quod bg potest supra gh cum <augmento> quadrati,
 cuius lateri in longitudine communicat, et bg communicat
 15 <linee> rationali date in longitudine, quod est ideo, quo-
 niam quadratum bg est 36, et quadratum gh est 20:
 ergo quadratum bg addit supra quadratum gh 16, qui
 est numerus quadratus, cuius lateri communicat in longi-
 tudine. Ergo bh est residuum primum; et illud est,
 20 quod demonstrare voluimus. —

Volo invenire residuum secundum <binomii>.¹⁾

Duas igitur lineas rationales in longitudine et com-
 municantes, a et bg , signabo, que sit 12 ex numeris.

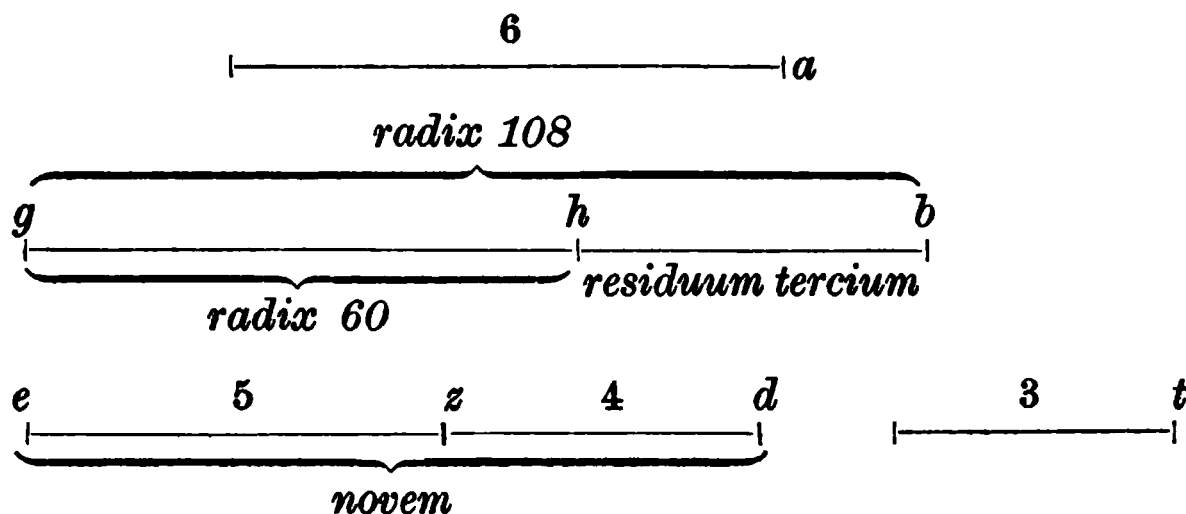
1) EUCLIDIS CAMPANI X, 81 (HEIBERGH X, 86): *Residuum secundum patefacere*.

Et signabo duos numeros quadratos, et non sit superfluum eorum quadratus, que sint de , dz , et eorum superfluum est ez ; et ponam, ut sit proportio de ad ez sicut



proportio quadrati bg ad quadratum gh ; et similiter ostendam, quod bh est residuum, et quod bg potest supra gh cum augmento quadrati, cuius lateri communicat in longitudine, et gh communicat a rationali date in longitudine: ergo bh est residuum secundum; et illud est, quod demonstrare volumus.

Volo invenire residuum tertium binomii.¹⁾ 10



Ponam itaque lineam a rationalem et duos numeros quadratos, quorum superfluum non sit quadratus, qui sint

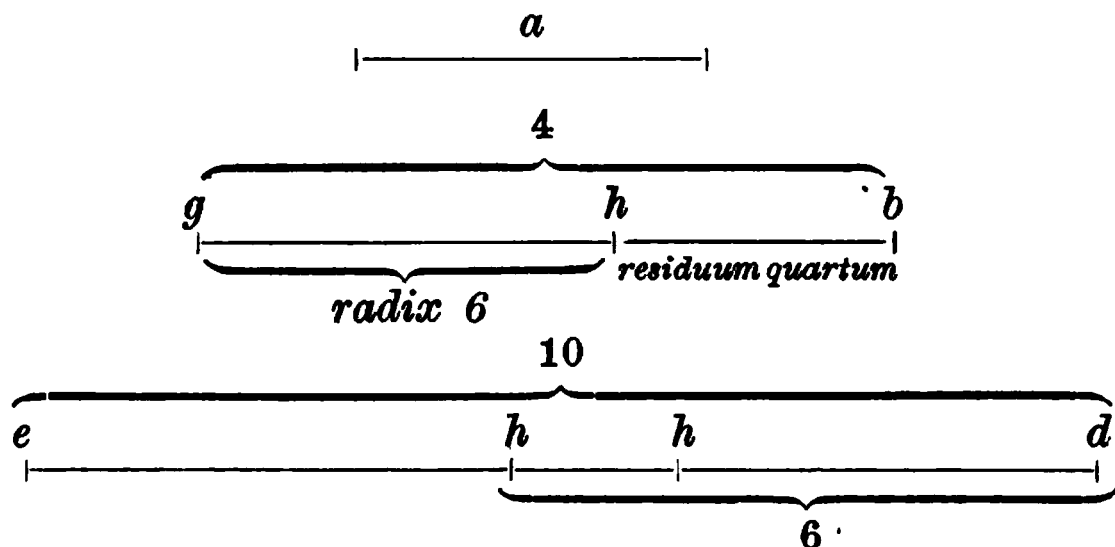
2. que sint] qm̄ sint.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 82 (HEIBERGHII X, 87): *Residuum tertium perscrutari*.

ad , dz , et eorum superfluum sit ez ; et ponam numerum
 alium, qui sit t , cuius proportio ad unumquemque
 duorum numerorum de , ez non sit sicut proportio numeri
 quadrati ad numerum quadratum, secundum quod in bi-
 5 nomio tercio descripsimus; et ponam, ut sit proportio de
 ad t sicut proportio quadrati bg ad quadratum a , et pro-
 portio t ad ze sicut proportio \langle quadrati $\rangle a$ ad quadratum
 gh ; et ostendam, quod bh est residuum, et bg potest
 supra gh cum augmento quadrati, cuius lateri communi-
 10 cat in longitudine, et unaqueque duarum linearum bg , gh
 seiungitur rationali date in longitudine: ergo bh est resi-
 duum tertium; et illud est, quod demonstrare volumus.

Volo invenire residuum quartum binomii.¹⁾

Ponam itaque duas lineas rationales et communi-
 15 cantes in longitudine, a et bg , et duos numeros, quorum
 nullius proportio ad summam eorum sit sicut proportio

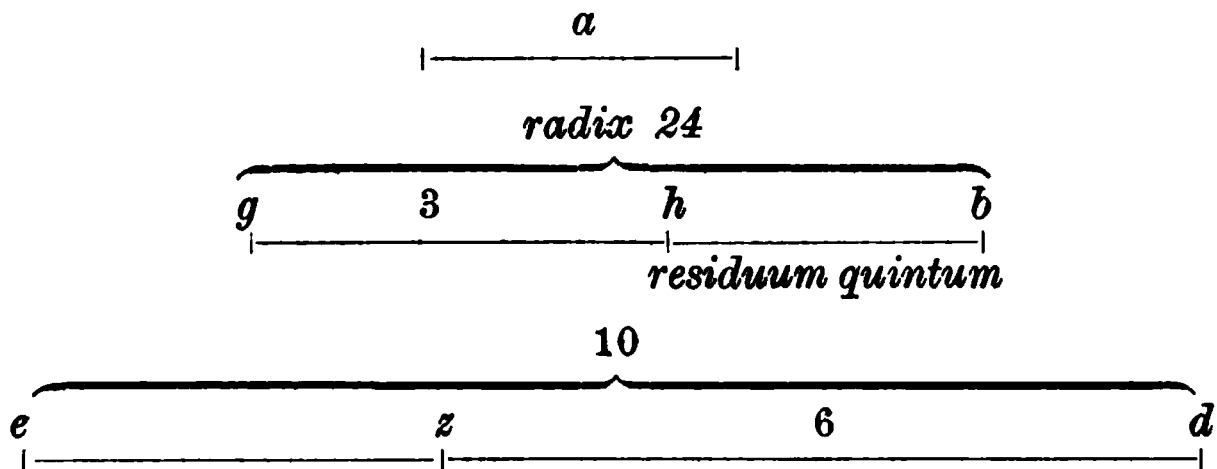


numeri quadrati ad numerum quadratum, qui sint de ,
 eh ; et similiter ostendam, sicut ostendi, quod bh est re-
 siduum, et bg potest supra gh cum \langle augmento \rangle quadrati,
 20 lateri cuius in longitudine incommunicat, et bg communi-
 cat a rationali date in longitudine: ergo bh est residuum
 quartum; et illud est, quod demonstrare volumus.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 83 (HEIBERGH X, 88): *Residuum quartum invenire.*

Volo invenire residuum quintum binomii.¹⁾

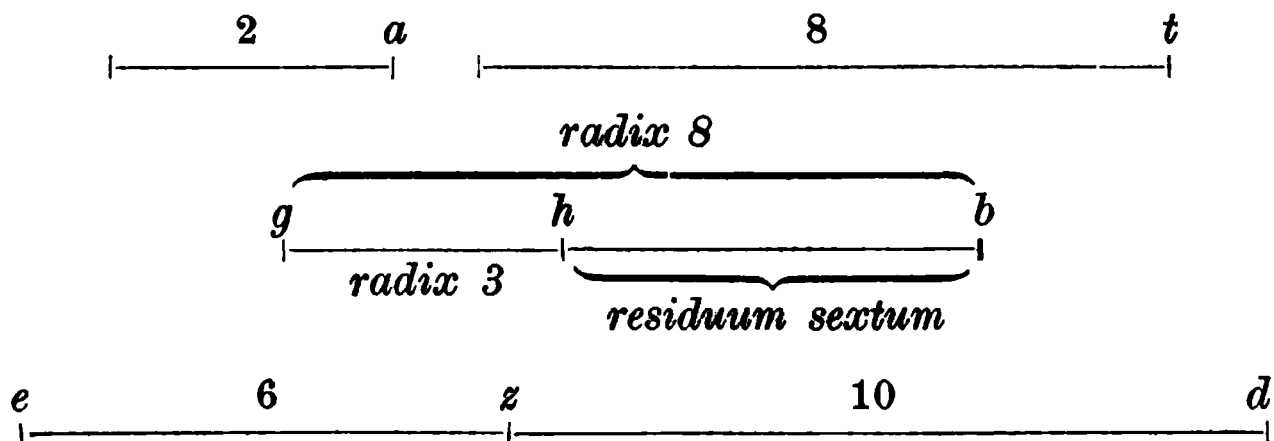
Itaque signabo duas lineas racionales <et> communicantes in longitudine, a et bg , et duos numeros, quos in



residuo tercio descripsimus, et sit proportio de ad ez sicut proportio quadrati bg ad quadratum gh ; et ostendam, sicut ostendi, quod bh est residuum quintum, et illud est, quod demonstrare volumus.

Volo reperire residuum sextum binomii.²⁾

Dabo igitur lineam racionalem et duos numeros, quos in tercio residuo signavimus, qui sint ze , zd , et 10



non sit proportio de ad unumquemque duorum numerorum dz , ze sicut proportio numeri quadrati ad numerum

3—4. in binomio residuo. — 10. quos] quo. — tercio residuo] 24°.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 84 (HEIBERGII X, 89): *Residuum quintum demonstrare.*

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 85 (HEIBERGII X, 90): *Residuum sextum demum presto sit reperire.*

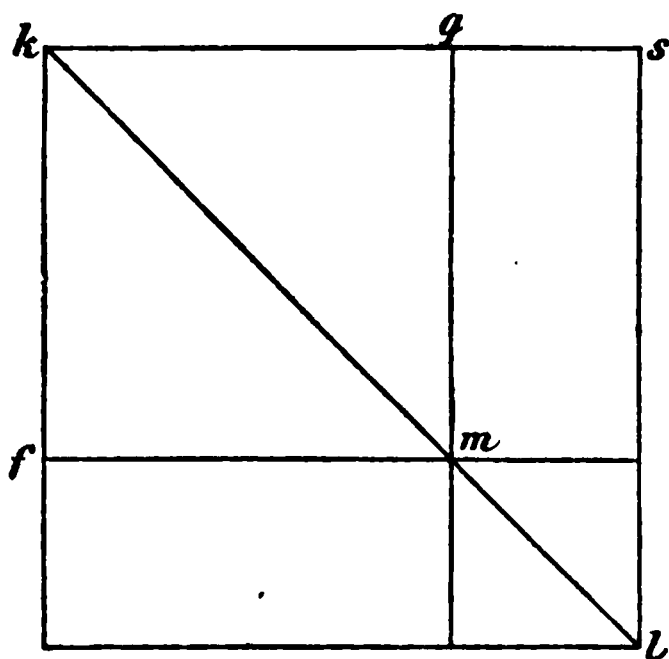
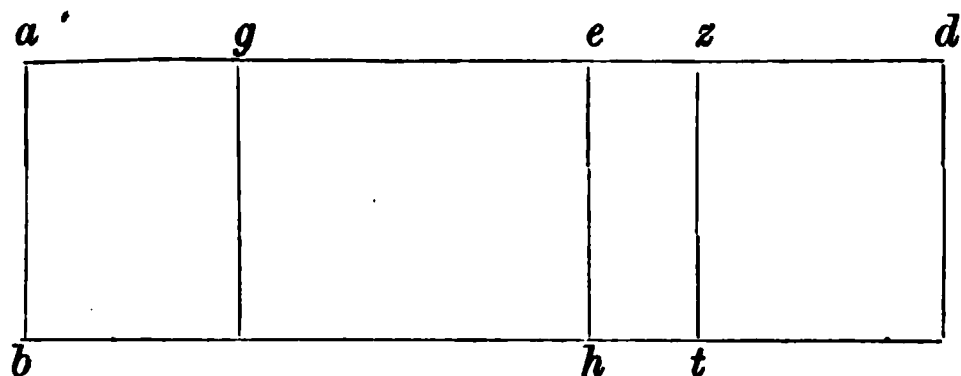
quadratum; et ponam etiam \langle numerus tertium \rangle , qui sit t , cuius proportio ad unumquemque duorum numerorum de , ez non sit sicut proportio numeri quadrati ad numerum quadratum, et proportio de ad t sit sicut proportio quadrati bg ad quadratum a , et proportio t ad ez sit sicut proportio quadrati a ad quadratum gh . Ergo proportio de ad ez est sicut proportio quadrati bg ad quadratum gh : ergo bh est residuum. Et bg potest supra gh cum augmento quadrati, cuius lateri bg in longitudine seiungitur, et unaqueque duarum linearum bg , gh seiungitur lineae a rationali date in longitudine: ergo bh est residuum sextum; \langle et illud est, quod demonstrare voluimus \rangle .

Volo invenire radices superficierum, que continentur a linea rationali et ab unoquoque sex residuorum.

Hanc itaque figuram ponam exemplum additum supra illum, quod in principiis exemplificavimus. Sitque linea rationalis una, quatinus numeri manifestius sensibus subiciantur. Ipsam quoque rationalem in sex superficiibus ponam quatuor, secundum quod feci in superficiibus precedentibus.

Sit ergo superficies bg \langle contenta \rangle a linea rationali, que sit ab , et residuo primo, que sit 6 absque radice 32, quod est linea ag : dico igitur, quod linea, que potest supra bg , est residuum, scilicet absolutum, quod sic probatur. Faciam enim ut ad sit 6, et $\langle dg \rangle$ radix 32, et dividam gd in duo media supra e , et adiungam ad ad superficiem equalem quarte quadrati ed , quod est 8, que est superficies az in zd et minuetur ex ad quadratum, quod est, ut multiplicem 6 in 6, et fiunt 36, ex quo minuantur 32, et remanent 4 unitates. Deinde accipiam radicem eius, que est 2, quam addam supra 6, et fiet 8, cuius accipiam medietatem, que est 4, et illud erit una duarum sectionum, que est az , et sectio altera erit 2, que est zd , et complebo descriptionem figure. Est ergo

superficies at 4, et superficies $\langle td \rangle$ 2, et unaqueque
duarum superficierum gh , hd est $\langle \text{radix} \rangle$ 32, quoniam
 ge et ed est radix 8, et simul ipse duo radices 32. Post



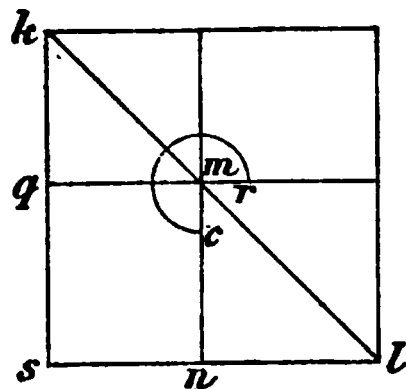
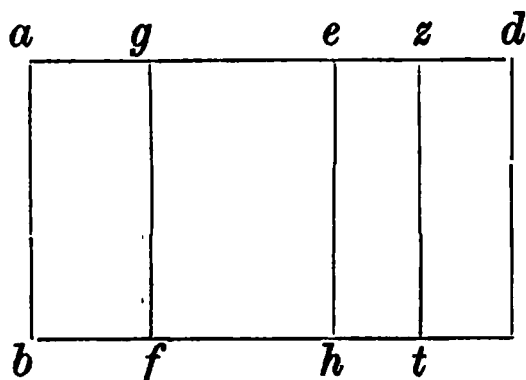
hoc faciam qua-
dratum kl 5
equale bz , et
erit 4, et per-
mutabo super-
ficiem td in
quadratum, et 10
complebo de-
scriptionem fi-
gure. Est ergo
superficies at 4,
et superficies 15
 $\langle td \rangle$ 2, et una-
queque dua-
rum superficie-
rum gh , hd est
 $\langle \text{radix} \rangle$ 32, 20
quoniam ge , et
 ed est radix 8:
erit ergo km
superficies qua-

drata equalis superficiei be , sed te est equalis multipli- 25
cationi radicis duorum in se et equalis multiplicationi
6 in 2, que est radix superficiei bz duabus vicibus. Est
ergo ks duo, quoniam est radix 4, et sq est radix 2:
ergo kq est potens supra superficiem, que est 2 et
radix 2, et hoc quodlibet est descriptio sex reliquarum 30
superficierum.

Linea potens supra omnem superficiem con-
tentam a linea rationali et residuo primo est
residuum.¹⁾

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 86 (HEIBERGII X, 91): *Si fuerit super-
ficies linea rationali atque residuo primo contenta latus eius tetra-*

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que sit ab , quam ponam in hac et sequentibus superficiebus 4 ex numeris, et residuo primo, que sit ag : dico igitur, quod linea potens supra bg | est residuum, 78
 5 quod sic probatur. Coniungo enim cum linea ag lineam



gd et fiant ad et dg in termino earum ante separationem, et complebo superficiem bd , et dividam lineam gd supra e in duo media, et adiungam ad ad superficiem equalem quadrato ed , que sit az in zd , et minuatur ex ad quadratum: ergo az communicat zd in longitudine. Et producam ab e et z duas lineas equidistantes ab , que sint eh , zt ; et faciam superficiem quadratam equalem superficiei bz , que sit kl , et separabo ex ea km equale bd super diametrum kl et complebo descriptionem figure.
 15 Erunt ergo lineae et superficies in duabus figuris similes secundum quod narrabo, scilicet linea ad erit 6, et gd erit radix 20, et az 5, et superficies at erit 20, et linea zd erit unum, et superficies td 4, et unaquaeque duarum linearum ge et ed radix 5, et unaquaeque duarum super-

Ad totam paragraphum praecedentem in margine additur: Illa ostendit ST'IVS, quod linea, que potest supra superficiem, que continetur a linea rationali et binomio primo est binomium absolutum, cum docuit invenire radices superficierum, que continentur a linea rationali et ab unoquoque binomiorum. Quis sit ille ST'IVS, nescio.

gonicum necesse est esse residuum. Quae antecedit demonstratio interpolata esse mihi videtur.

ficierum gh et hd radix 80: ergo area totius superficiei est 24. In superficie vero quadrata fit linea sk equalis radici superficiei at , et qk fit equalis radici superficiei td , et superficies kn equalis superficiei gh , et superficies km fit equalis superficiei td , et quadratum ml fit equale 5 superficiei bg , et area quadrati nl fit 24 absque radice 320. Radix ergo eius, que est linea sq , et est radix 20 absque duobus¹⁾, potest supra superficiem bg , et est residuum; et hoc quidem occurrit in omnibus figuris sex quadratorum. Reiterabo autem declarationem probationis 10 supra hoc. Superficies quidem az in zd est equalis quadrato ed : ergo proportio az ad ed est sicut proportio ed ad dz , ergo proportio superficiei bz ad superficiem dh est sicut proportio superficiei dh ad superficiem dt . Ergo inter bz et dt est superficies secundum proportionem 15 earum, que est dh : dico igitur, quod inter kl et km , superficies quadratas, est etiam superficies secundum proportionem earum, que est kn , quoniam bz , dt sunt equales kl , km , et dh est equalis kn . Sed df est dupla dh , et gnomon cmr et quadratum $\langle mk \rangle$ simul sunt duplum kn ; 20 ergo df equatur gnomoni cmr et quadrato mk simul. Quadratum autem km est equale superficiei td , remanet ergo bz equalis gnomoni. Erit ergo quadratum sq equale superficiei bg , ergo sq potest supra bg . Sed az communicat zd in longitudine, et ad communicat unicuique 25 duarum linearum az , zd in longitudine, et ad est rationalis et est communicans ab in longitudine, ergo unaqueque duarum linearum az , zd est rationalis et est communicans ab in longitudine: ergo unaqueque duarum superficierum bz , dt est rationalis. Sed ipse sunt equales 30 kl , km , et kl , km sunt duo quadrata ks , kq : ergo duo quadrata ks , kq sunt rationalia et communicantia. Sed

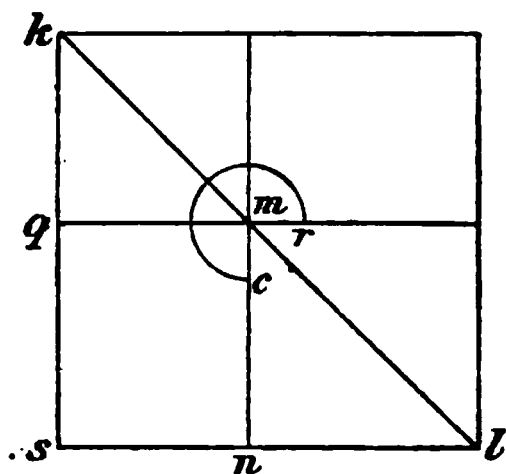
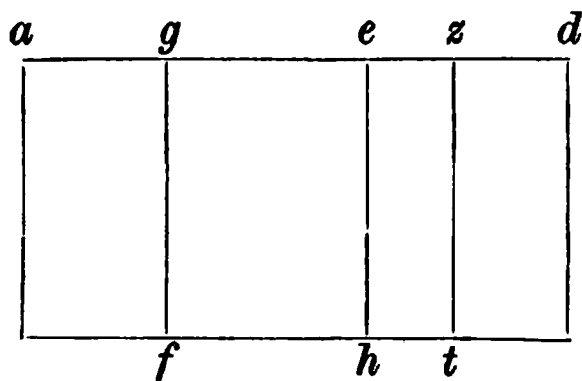
12. ergo] sed. — 16. quod proportio inter. — 20. gnomon cmr] gnomon erit. — 21. df] fz . — gnomoni erit.

1) Est enim $(\sqrt{20} - 2)^2 = 24 - \sqrt{320}$.

ad incommunicat dg in longitudine, quoniam ad est rationalis et $\langle dg$ est surda \rangle , et ad communicat dz , et gd communicat de : ergo de seiungitur dz in longitudine, ergo dh seiungitur dt . Sed dh et dt sunt equales kn ,
 5 km : ergo kn seiungitur km , ergo ks seiungitur kq in longitudine. Sed ipse sunt in potentia rationales et communicantes: ergo sq est residuum, et ipsa est potens supra superficiem bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

10 Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo secundo est residuum bimediale primum.¹⁾

Reiterabo igitur duas superficies, que sunt in figura prima cum notis suis, sitque ad radix 12 et linea gd
 15 sit 3 ex numeris, et az sit radix sex et semis et quarte, et superficies at sit radix 108, et linea zd sit radix medii et quarte, et superficies td sit radix 12, et una-



queque duarum linearum ge , ed sit unum et semis, et unaqueque duarum superficierum gh , hd sit 6 ex numeris,
 20 et area superficiei $\langle bd \rangle$ sit radix 192. Et permutabo numeros ad superficiem quadratam, secundum quod permittavimus in prima. Fit itaque area quadrati radix 108. Hoc autem probatur hoc modo. Disponam enim, quem-

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 87 (HEIBERGH X, 92): *Si superficies aliqua linea rationali residuoque secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.*

admodum disposui eam, que ante ipsam, et similiter ostendam, quod sq potest supra bg , et ad communicat unicuique duarum linearum az , zd in longitudine, et ad seiungitur ab in longitudine: ergo unaqueque duarum superficierum bz , dt est medialis, et ipse sunt communi- 5 cantes et equales unicuique duorum quadratorum km , kl , ergo kl , km mediales sunt. Ergo duo quadrata ks , kq sunt medialis et communicantia. Et similiter ostendam, quod ks seiungitur kq in longitudine: ergo kq , ks sunt mediales et in potentia tantum communicantes. Et etiam 10 gd communicat de in longitudine; sed gd est rationalis et communicat ab in longitudine: ergo de est rationalis et communicat ab in longitudine; ergo dt est rationalis. Sed ipsa est equalis kn , et est superficies ks in kq : ergo superficies ks in kq est rationalis. Ergo sq est residuum 15 <bimediale> primum, et ipsa est potens supra superficiem bg ; et illud est, quod demonstrare voluimus.

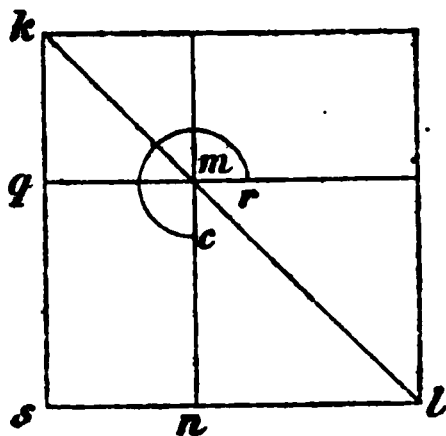
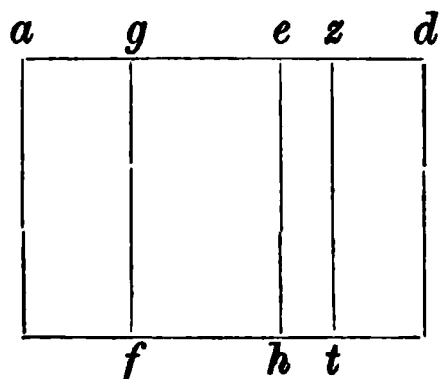
Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo tercio est residuum bimediale secundum.¹⁾ 20

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que est ab , et residuo tercio, quod est ag : dico igitur, quod linea potens supra bg est residuum bimediale secundum, quod sic probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis, et sit ad radix 8 et dq radix 6, 25 et az radix 4 et semis, et superficies at sit radix 72 medialis, et linea dz sit radix medietatis unius, et superficies td sit radix 8 medialis, et unaqueque duarum linearum gd et de sit radix unius et medii, et unaqueque duarum superficierum gh , hd sit radix 24 medialis, et 30 area earum sit radix 96 <medialis>, et area superficiei

7. ks , sq . — 22. que est ag . — 31. superficiei medialis. An totalis?

1) EUCLIDIS CAMPANI X; 88 (HEIBERGH X, 93): Si linea rationali residuoque tercio superficies contineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

sit radix 72. Et disponam, quemadmodum disposui illam, que est ante ipsam, et ostendam, quod sq potest supra bg , et quod ks , kq sunt mediales et in potentia tantum



communicantes; et quod gd communicat de in longitudine, et gd \langle est \rangle in potentia tantum rationalis, et gd seiungitur ab in longitudine, et ed est rationalis in potentia et seiuncta ab in longitudine: ergo dh est medialis. Sed dh est equalis superficiei kq in ks , ergo superficies ks in kq est medialis. Ergo sq est residuum bimediale secundum, et ipsa potest supra superficiem bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

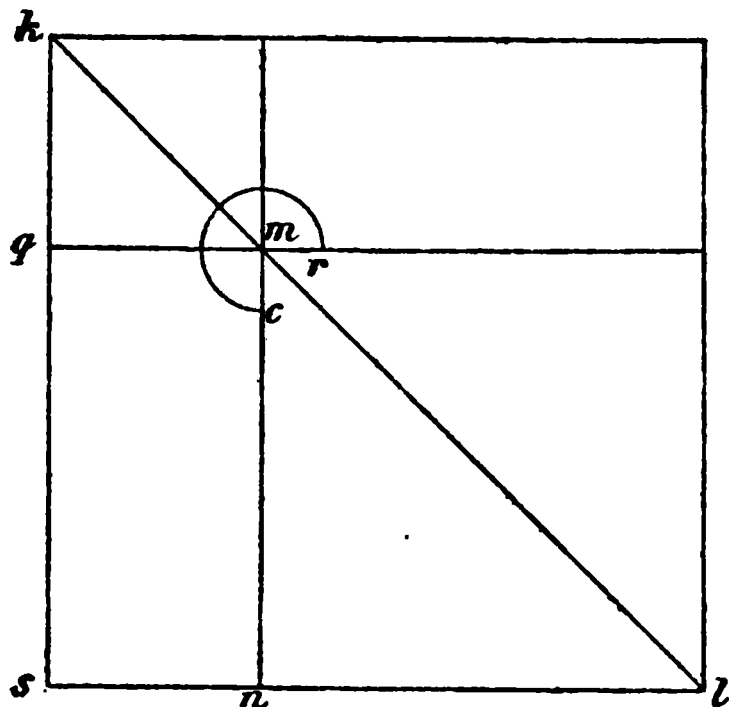
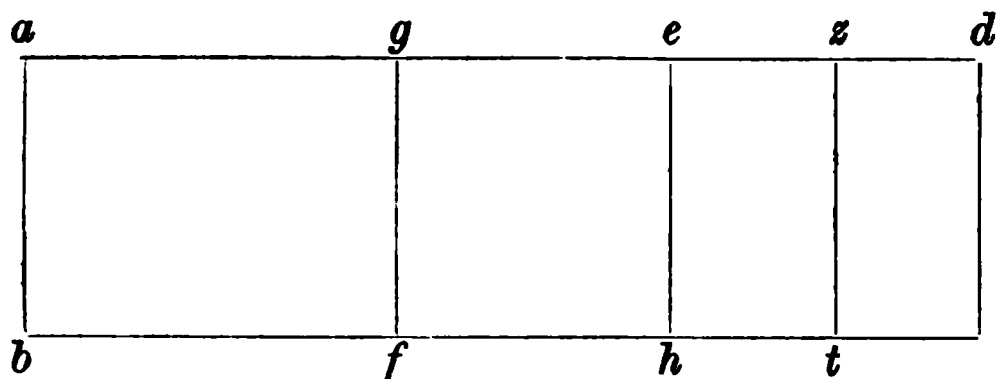
Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo quarto est minor.¹⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali que sit ab , et residuo quarto, que sit ga : dico igitur, quod linea potens supra bg est minor, quod sic probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis, et sit ad 6 ex numeris, et gd sit radix 12, et az sit 3 et radix 6, et superficies at sit 48 et radix 96, et linea dz sit 3 absque radice 6, et superficies td sit 48 sine radice 96, ergo unaqueque duarum linearum ge , ed est

19. sit radix 12] sit az . — 20. sit 48] sit az .

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 89 (HEIBERGH X, 94): Si fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.

radix 3, et unaqueque duarum superficierum gh , hd est radix 48 medialis, et area totius superficie est 24; et area quadrati est 12 et radix 96. Hoc vero ita probatur. Disponam enim, sicut disposui illam, que est ante istam. Ergo manifestum est, quod sq potest supra bg . 5



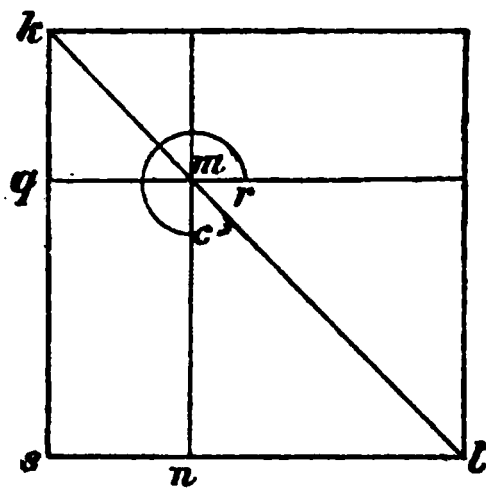
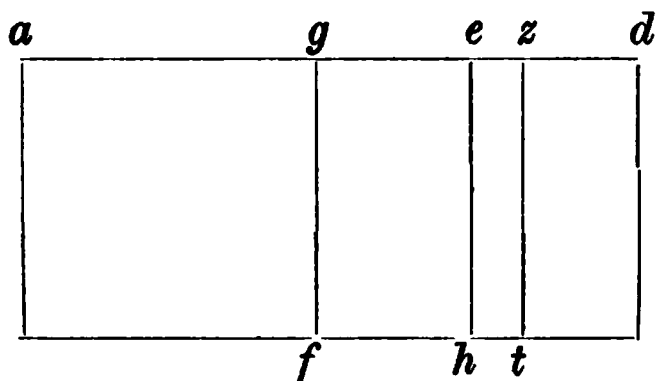
Sed ag est residuum quartum, ergo az seiungitur zd in longi- 10 tudine, et bz seiungitur td , et ipse sunt equales duobus quadratis 15 ks , kq : ergo quadratum ks seiungitur quadrato kq , ergo ks , kq 20 in potentia sunt incommunicantes. Sed gd communicat de in 25 longitudine, et gd est ra-

tionalis in potentia et incommunicans ab in longitudine: ergo de est rationalis in potentia et incommunicans ab in longitudine, ergo dh est medialis. Sed ipsa est equalis 30 superficie ks in kq : ergo superficies ks in kq est medialis. Sed ad est rationalis, quoniam ipsa est longior sectio, et communicat ab in longitudine: ergo bd est rationalis. Sed ipsa est equalis duobus quadratis ks , kq coniunctis: ergo duo quadrata ks , kq coniuncta sunt 35

rationale. Ergo sq est minor, et ipsa potest supra bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Linea potens supra omnem superficiem contentam a linea rationali et residuo quinto est coniunctum cum rationali faciens totum mediale.¹⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que est ab , et residuo quinto, quod est ag : dico igitur, quod linea potens supra bg est coniunctum cum rationali faciens totum mediale, quod ita probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis. Sit itaque ad radix 12, et gd 2, et az sit radix 3 et radix 2, et



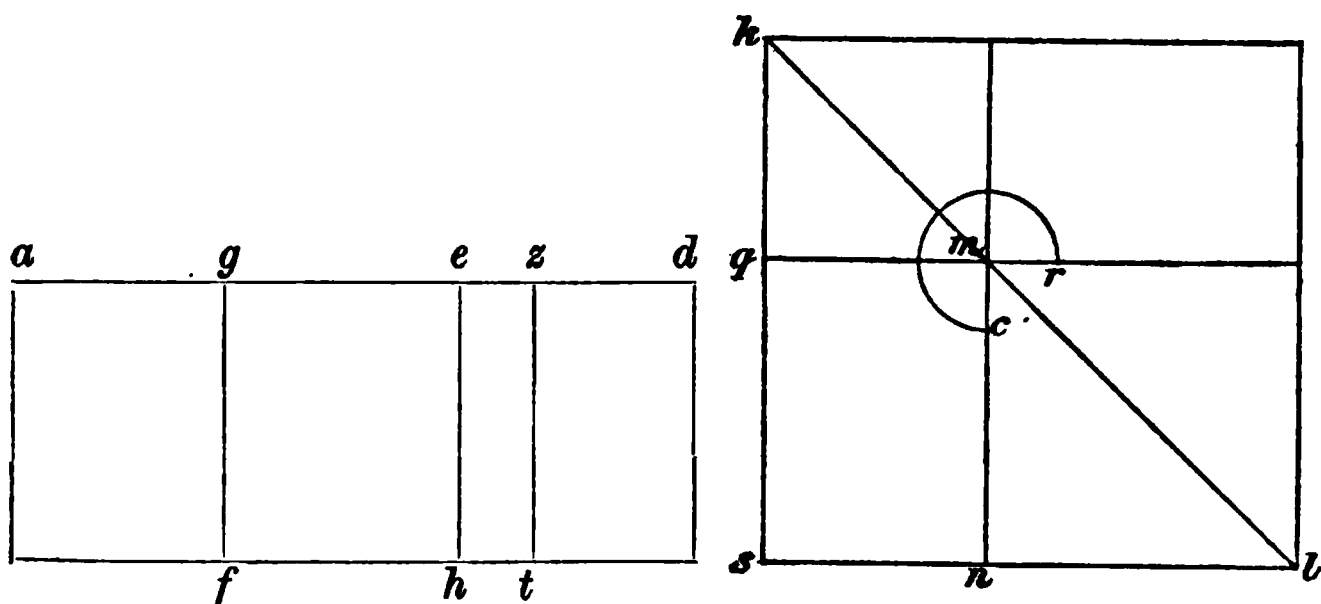
superficies at sit radix 48 et radix 32, et linea dz sit radix 3 absque radice 2, et superficies td sit radix 48 diminuta radice 32. Unaqueque igitur duarum superficierum gh , hd est 4, et totius superficiei area est radix 92 et \langle area quadrati est \rangle 8, et unaqueque duarum linearum ge , ed est unum, et area quadrati $\langle kl \rangle$ est radix 48 et radix 32. Demonstrabo igitur, ut ostendi in ea, que ipsam preedit, quod sq est potens supra bg , et quod ks , kq in potentia sunt incommunicantes. Sed gd communicat de in longitudine, et gd est rationalis et communicat ab in longitudine: ergo de est rationalis, et dh est rationalis. Sed ipsa est equalis superficiei ks in kq :

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 90 (HEIBERGII X, 95): *Si fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta, latus eius tetragonum erit cum rationali componens mediale.*

ergo <superficies> ks in kq est rationalis. Et etiam ad est rationalis in potentia et seiungitur ab in longitudine: ergo bd est medialis. Sed ipsa est equalis duobus quadratis ks , kq coniunctis: ergo duo quadrata ks , kq coniuncta sunt mediale. Ergo sq est id, quod iunctum cum 5 rationali facit totum mediale, et ipsa potest supra bg ; et illud est, quod demonstrare volumus.

Linea supra superficiem a linea rationali contentam et residuo sexto potens est id, quod cum mediali iunctum facit totum mediale.¹⁾ 10

Verbi gratia sit superficies bg contenta a linea rationali, que est ab , et residuo sexto, quod sit ag : dico igitur, quod linea potens supra bg est id, quod cum



mediali iunctum facit totum mediale, quod sic probatur. Reiterabo enim duas superficies cum notis suis. Sit ergo 15 ad radix 20, et gd sit radix 8; et az sit radix 5 et radix 3, et superficies at sit radix 80 et radix 48; et linea dz sit radix 5 absque radice 3, et superficies td

16. et az] et ad .

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 91 (HEIBERGHII X, 96): *Si linea rationali residuoque sexto superficies contineatur, latus tetragonum, quod super eam potest, cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.*

sit radix 80 absque radice 48, et unaqueque duarum linearum ge et ed sit radix 2, et unaqueque duarum superficierum $\langle gh, hd \rangle$ sit radix 32, et area superficiei sit radix 180, et area quadrati sit radix 80 et radix 48.
 5 Et disponam quemadmodum disposui eam, que est ante ipsam. Est ergo sq potens supra bg ; et ks , kq in potentia sunt incommunicantes, et duo quadrata ks , kq coniuncta sunt mediale, et duplum ks in kq est mediale; et ad incommunicat dg in longitudine: ergo bd seiungitur
 10 df . Sed bd est equalis duobus quadratis ks , kq coniunctis, et df est equalis duplo ks in kq : ergo duo quadrata ks , kq coniuncta seiunguntur duplo ks in kq . Ergo sq est id, quod coniunctum cum mediali facit totum mediale, et ipsa est potens supra bg ; et illud est, quod
 15 demonstrare volumus.

Usque ad hunc locum libri declaravimus iam esse sex linearum, et coniunctionis earum, et separationis earum, et radicum earum, et sex binomia, et eorum residua, et superficies eorum. Nunc vero ordinabimus con-
 20 iuncta et separata et radices in loco uno ita, ut sensui subiaceant, et post hoc consequenter ordinabimus conversionem sex superficierum, que precesserunt. Hic autem ordo erit secundum numerationem, secundum quod precessit, et reiterabo illud secundum ordinem numerorum.

4. 180] 20. — 21. consequitur. — 23. numerationem] num̄v̄cn'.

CONIUNCTA	RADICES	RESIDUA	RADICES	CONIUNCTA	RADICES	RESIDUA	RADICES
Coniunctum Binomium absolutum	Radix Binomium primum	Residuum binomii absoluti	Radix Residuum primum	Coniunctum Binomium absolutum	Radix Binomium primum	Residuum absolutum	Radix Residuum primum
Coniunctum Maior	Radix Binomium quartum	Residuum maioris Minor	Radix Residuum quartum	Coniunctum Binomium primum	Radix Binomium secundum	Residuum bimediale primum	Radix Residuum secundum
Coniunctum Bimedium primum	Radix Binomium secundum	Residuum bime- dii primi, id est Residuum bime- diale primum	Radix Residuum secundum	Coniunctum Binomium secundum	Radix Binomium tercium	Residuum bimediale secundum	Radix Residuum tercium
Coniunctum Potens supra rationale et mediale	Radix Binomium quintum	Residuum poten- tis supra ratio- nale et mediale, id est: Coniunc- tum cum ratio- nali faciens to- tum mediale	Radix Residuum quintum	Coniunctum Maior	Radix Binomium quartum	Residuum Minor	Radix Residuum quartum
Coniunctum Bimedium secundum	Radix Binomium tercium	Residuum bimediale secundum	Radix Residuum tercium	Coniunctum Potens supra rationale et mediale	Radix Binomium quintum	Residuum Coniunctum cum rationali faciens totum mediale	Radix Residuum quintum
Coniunctum Potens supra duo mediale	Radix Binomium sextum	Residuum poten- tis supra duo me- diale, id est: Coniunctum cum mediali faciens totum mediale	Radix Residuum sextum	Coniunctum Potens supra duo mediale	Radix Binomium sextum	Residuum Coniunctum cum mediali faciens totum mediale	Radix Residuum sextum

In figura in qua dicitur: *Cum superficies equalis quadrato residui adiungitur ad lineam rationalem, tunc latus secundum est residuum primum*¹⁾, nihil mutatur, nisi quod figura his numeris insignitur:

z		b		a
p	h	m	e	g
unus		20		
4		rad.	rad.	
radix		80		5
8				

Similiter in secunda post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui bimedialis primi* (adiungitur), latus secundum est residuum²⁾, nihil mutatur, nisi quod figura hoc modo numeris insignitur:

p	h	m	e	g
radix 6				
radix		rad.	rad.	
24		24		92

In tertia quoque post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato residui bimedialis secundi, latus secundum est residuum tertium*³⁾, nihil mutatur, nisi quod figura his numeris insignitur:

In quarta inde post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato*

p	h	m	e	g
radix				
48		radix	radix	
sine		4		32
radice				
32				

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 92 (HEIBERGII X, 97): *Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.*

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 93 (HEIBERGII X, 98): *Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem, alterum latus eius erit residuum secundum.*

3) EUCLIDIS CAMPANI X, 94 (HEIBERGII X, 99): *Si superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus residuum tertium esse conveniet.*

minoris, latus secundum est residuum <quartum>¹⁾, nihil mutatur, nisi quod figura his insignitur numeris:

Similiter in quinta, que sequitur post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato lineae coniuncte cum rationali facientis totum mediale latus <secundum> est residuum quartum*²⁾, nihil mutatur, nisi quod figura notatur his numeris:

In sexta quoque post hanc, in qua dicitur: *Cum ad lineam rationalem adiungitur superficies equalis quadrato lineae coniuncte cum mediali facientis totum mediale, latus secundum est residuum | sextum*³⁾, nihil mutatur, nisi quod figura his insignitur numeris:

80

p	h	m	e	g	
radix 80 sine radice 31 S			radix 32 sine radice 48	radix 80 sine radice 48	5
					l

p	h	m	e	g	
radix 80 sine radice 48			radix 32 absque radice 48	radix 80 absque radice 48	10
					l

p	h	m	e	g	
radix radicis 6			6	radix radicis 108	20
					l

In illa, que post hanc sequitur, <in qua dicitur>: *Cum ex superficie mediali minuitur superficies rationalis,*

3. quod] quia. — 14. quod] quia.

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 95 (HEIBERGII X, 100): *Cum adiuncta fuerit lineae rationali superficies equalis quadrato lineae minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.*

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 96 (HEIBERGII X, 101): *Si ad lineam rationalem quadrato lineae cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur, latus eius secundum erit residuum quintum.*

3) EUCLIDIS CAMPANI X, 97 (HEIBERGII X, 102): *Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato lineae cum mediali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.*

linea potens supra reliquam superficiem est surda, et est una duarum linearum surdarum, scilicet aut residuum bimediale primum, aut coniunctum cum rationali faciens totum mediale¹⁾, non mutatur aliquid, nisi quod figura his numeris insignitur:

a	
Radix 84	
	b
	duo

In illa preterea, in qua dicitur: Cum ex superficie rationali minuitur superficies medialis, linea potens supra remanentem <superficiem> est surda, et est <una> duarum linearum surdarum, scilicet vel residuum, vel minor²⁾, nihil mutatur, <nisi quod figura> his notatur numeris:

a	
De cem	
	b
	Radix 84

In tertia quoque, que est, in qua dicitur: Cum ex superficie mediali minuitur superficies medialis, et diminutum incommunicat toto, linea potens supra reliquam superficiem est una duarum linearum surdarum, scilicet residuum bimediale secundum, aut coniunctum cum mediali faciens totum mediatē³⁾, nihil mutatur, nisi quod figura his insignitur numeris:

a	
Radix 84	
	b
	Radix 40

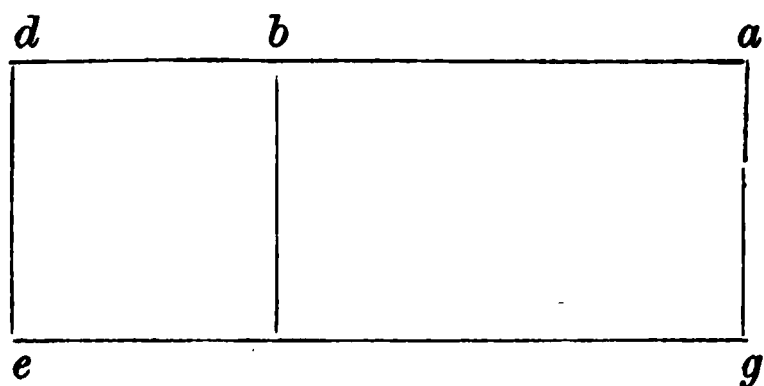
1) EUCLIDIS CAMPANI X, 104 (HEIBERGII X, 109): Si de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

2) EUCLIDIS CAMPANI X, 103 (HEIBERGII X, 108): Si de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium, aut residuum, aut linea minor.

3) EUCLIDIS CAMPANI X, 105; (HEIBERGII X, 110): Si superficies medialis superficie mediali detrahatur, fueritque reliqua toti incommensurabilis, que in ipsam reliquam potest, alterutra erit duarum irrationalium, videlicet aut residuum mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

Ex lineis surdis iam sunt plures, quarum nulla continetur vel fit in termino illius, que est ante ipsam, neque in ordine ipsius.¹⁾

Verbi gratia sit superficies bg contenta ab ab et ag , et ab sit medialis et ag rationalis, et sit potens 5 supra bg linea bd : dico igitur, quod bd non est in ter-



mino ab , neque in ordine eius, quod sic probatur. Quia enim superficies equalis quarte 10 \langle quadrati \rangle lineae ab medialis ad longitudinem lineae ag rationalis adiungatur, fit

latus eius secundum rationale in potentia; et cum superficies equalis quadrato bd adiungitur ad ag , fit latus eius secundum ab , quoniam, cum bd multiplicetur in se, erit bg , et ab est medialis, et medialis non est in termino rationalis in potentia, neque in ordine eius. Et si esset in termino eius et in ordine, conveniret, ut, cum superficies equalis quadrato eius adiungeretur ad longitudinem 20 ag rationalem, fieret latus eius secundum etiam rationale in potentia. Sed hoc non est ita: ergo bd non est in termino ab , neque in ordine eius. Sit etiam potens supra superficiem be linea de : dico igitur, quod de non 25 est in termino bd neque in eius ordine, quod sic probatur. Cum enim superficies equalis quadrato bd adiungitur ad longitudinem lineae rationalis, fit latus eius

17—18. erit bg] erit ab .

1) EUCLIDIS CAMPANI X, 107 (HEIBERGIIUS p. 352/353 l. 18 sq. Πρόσιμα): *Linea, que residuum dicitur, ullave irrationalium, que post eam sunt, nequit esse sub termino binomii, aut sub termino et ordine ullius ceterarum linearum irrationalium, que binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit, linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile, ullam earum cum ea que precesserint in termino et ordine convenire.*

secundum ab , et ab est medialis; et cum superficies equalis quadrato de adiungitur ad lineam ag rationalem, fit latus eius secundum bd , secundum quod ostendimus, et bd non est in termino ab neque in eius ordine.

5 Sit ergo hic ag 2, et ab radix radiceis 3. Multiplicabo itaque 2 in 2, et quod provenit in 4, et erunt 16. Deinde multiplicabo illud in 3, et provenient 48. Est

<i>Tercia medialis Radix radiceis 8192</i>	<i>Secunda medialis Radix radiceis 32</i>	<i>medialis Radix radiceis 2</i>	<i>Tercia medialis Radix radiceis 12288</i>	<i>Secunda medialis Radix radiceis 48</i>	<i>medialis Radix radiceis 3</i>
--	---	--	---	---	--

ergo aggregatum ex mediali in rationalem radix radiceis 48; est itaque radix superficiei, que continetur a radice
10 radiceis 48. Post hoc multiplicabo 2 in 2, et quod provenit, in 4, et quod ex hoc aggregabitur in 16, et provenient 256. Deinde multiplicabo illud in lineas surdas, et est radix radiceis illius surda. Et similiter faciam
15 strare volumus.

Explicit ANARITIUS super X primos libros EUCLIDIS.

In figuris Mscptm. habet 8292 et 20244 loco 8192 et 12288.



I. INDEX NOMINUM IN TEXTU ANARITII LAUDATORUM.

Abthiniatus 35, 1; 65, 23.

Aganis *vide* Geminus.

Alii 4, 29; 7, 6. 16. 24; 10, 6.

Alii = Pythagoraei 4, 8.

Anaritus 1, 1; 35, 3; 42, 21;
88, 2; 111, 2. 3; 138, 13; 142, 22;
190, 1; 211, 2; 232, 11; 233, 7;
386, 16.

Antiqui 10, 15.

Apollonius 12, 31; 13, 8.

Aposedanius 3, 23.

Archimedes 5, 21; 6, 2; 24, 30;
28, 18; 162, 23.

Aries 31, 5.

Asamithes *vide* Archimedes.

Aximithes *vide* Archimedes.

Diachasimus 232, 11.

Diodorus 35, 1; 65, 23.

Euclides 1, 3. 4; 2, 20; 4, 19; 5, 1.
2. 8. 19. 24; 6, 10. 22; 7, 32; 8,
14. 16. 29; 9, 6. 9. 14. 25; 10, 11.
17; 11, 4. 7. 32; 12, 14. 28; 14,
12. 14. 23. 29; 15, 21. 34. 37;
16, 1. 6. 7. 27. 31; 18, 10; 19,
7. 21; 20, 1; 21, 31; 22, 3. 8.
23. 26; 23, 4. 11. 19. 29; 24, 21.
32; 25, 5; 26, 6; 28, 1. 11; 30,
14. 16; 31, 6; 32, 19. 30; 34, 27;
35, 5; 36, 21. 24; 37, 7; 42, 21.
23. 25; 47, 3; 49, 1; 66, 3; 70,
6. 15; 73, 2. 3. 5. 15; 88, 3. 6;
108, 12. 13. 17; 109, 2. 4; 110, 29;
111, 4. 5. 17. 20; 112, 8. 24;
113, 14. 16. 18. 19. 22; 114, 2. 3;
116, 11; 120, 6; 121, 3; 124, 28;

128, 23; 129, 1. 24; 130, 2;
131, 26; 133, 16; 134, 5. 16;
138, 2. 8. 13; 139, 3. 4. 7. 23;
142, 17. 21; 143, 12; 144, 10;
145, 21. 26; 146, 16; 147, 11;
148, 6. 27; 150, 12. 28; 151,
2. 3. 16. 24; 152, 1. 10; 155, 4;
156, 2. 4. 11; 157, 28; 161, 19.
22; 162, 20. 25; 163, 18. 25;
165, 30; 176, 1. 3. 11; 177, 18;
178, 7. 15; 179, 17; 190, 2;
191, 15; 211, 3. 13; 212, 6. 15.
22. 27; 214, 5; 215, 15. 25;
220, 27; 225, 28; 226, 3. 19;
232, 10; 234, 6; 256, 12; 260,
20; 291, 28; 335, 9; 336, 30;
386, 16.

Vide etiam Geometer.

Geminus 13, 7; 26, 11; 35, 4;
66, 11. 17; 70, 4; 71, 6; 72, 5;
73, 3. 5. 24.

Geometer = Euclides 262, 24.
29; 323, 10; 328, 2; 364, 15. 19.

Geometer 215, 25.

Geometre 2, 31; 5, 17; 6, 17. 19;
19, 1; 331, 10.

Hero 42, 23. 24; 54, 28; 56, 24;
75, 22; 78, 17; 86, 22. 27; 88, 6;
89, 6; 90, 13; 91, 19; 92, 22;
95, 1; 96, 23; 98, 1; 100, 1;
102, 4; 104, 5; 106, 11; 108, 11;
109, 1; 110, 6. 27; 111, 8. 20;
113, 1. 13. 15; 114, 3; 115, 29;
116, 11; 120, 5; 121, 3; 122, 6;
123, 21; 124, 30; 125, 33; 127,

5. 29; 128, 22; 130, 1. 3. 26;
 131, 19; 134, 5. 17—20; 135,
 1. 4. 11. 13. 16; 137, 9; 138, 7;
 139, 4. 6. 10. 22; 140, 6; 141, 8;
 142, 20; 145, 25; 146, 20;
 147, 16; 148, 10. 29; 151, 1.
 23. 28; 154, 11; 162, 13; 178,
 11; 191, 3. 9; 194, 27.
 Heromides 4, 27.
 Herundes 3, 19.
 Libra 31, 5.
 Pappus *vide* Quidam.
 Plato 6, 25.
 Ptolemaeus 65, 24.

Pythagoraei *vide* Alii.
 Quidam = Pappus 37, 17;
 38, 7.
 Sambelichius *vide* Simplicius.
 Simplicius 1, 4; 2, 19; 4, 20; 5,
 2. 24; 8, 16. 30; 9, 14; 11, 7;
 14, 14. 27; 15, 27; 16, 1. 9. 31;
 18, 1; 20, 5; 21, 35; 22, 8. 31;
 23, 8; 24, 5. 29; 25, 8; 28, 11;
 30, 16; 31, 8; 32, 21. 31; 34, 32;
 35, 7; 36, 21. 26; 37, 9; 65, 21;
 73, 5.
 Thebit 84, 27.
 Yrinus *vide* Hero.

II. INDEX NOMINUM IN ANNOTATIONIBUS LAUDATORUM.

Abthiniatus 35. 65.
 Abûl Wefâ 75.
 Aganis = Geminus 13. 66. 112.
 Anaritius 33. 35. 39. 65. 74.
 122. 137. 140. 141. 150. 152.
 173. 177—179. 188. 211.
 215. 217. 222. 223. 226. 265.
 284. 289. 305. 327. 329. 365.
 Apollonius 12. 13.
 Aposedanius 3.
 Arabes 39.
 Archimedes 5. 6. 24. 162.
 Asamithes = Archimedes 6.
 Aximithes = Archimedes 5.
 Besthorn-Heiberg 29. 31. 33.
 35—38. 48. 73. 75.
 Campanus 28. 43. 45. 47. 122.
 150. 172. 178. 179. 181—184.
 186. 188. 191. 192. 194.
 196—198. 204—207. 211.
 213—215. 217. 220—223.
 225. 226. 228. 230. 233—235.
 237. 238. 240—243. 245. 247.
 250. 278. 279. 281—284. 291.

293. 295—300. 302. 304. 305.
 307. 308. 310. 311. 316. 317.
 321—324. 326—328. 331—
 335. 344. 347—350. 352. 353.
 355. 357—369. 371. 374—376.
 378. 379. 382—385.
 Cantor, M. 112.
 Diachasimus 232.
 Diodorus 35, 65.
 Euclides 10. 28. 32. 39. 41. 42.
 47. 48. 50—52. 54—56. 58.
 61—63. 65. 74. 75. 78. 86.
 88. 90—92. 94. 96. 98. 100.
 102. 104. 106. 108. 110. 112.
 —114. 116. 120—122. 124.
 128—130. 133—135. 137. 139.
 —142. 145—148. 150. 151.
 155. 156. 162. 168—173. 176.
 —179. 181—184. 186. 188.
 190—196. 198—200. 204. 207.
 214. 215. 217. 220—223. 225.
 226. 233—235. 237. 238. 240.
 —243. 245. 247. 250. 278.
 279. 281. 284. 291. 293. 295.

- 300. 302. 304. 305. 307.
 308. 310. 311. 317. 321—324.
 326. 327. 331—335. 344. 347
 —350. 352. 353. 355. 357
 —369. 371. 374—376. 378.
 379. 382—385.
 Geminus 13. 26. 29. 35. 65.
 73. 112.
 Geometer 215.
 Gherardus Cremonensis 22. 27.
 31. 35. 36. 41. 156. 200. 329.
 Heibergius 24. 26. 27. 31. 32.
 36. 39. 41. 42. 48. 74. 92. 110.
 112. 121. 156. 168. 173. 176
 —179. 181—184. 186. 188.
 191. 194. 211. 214. 215. 217.
 220—223. 226. 228. 230. 233
 —235. 237. 238. 240—243.
 245. 247. 250. 278. 279. 281.
 282. 284—291. 293. 295—300.
 302. 304. 305. 307. 308. 310.
 311. 316. 317. 321—324.
 326—328. 331—335. 344.
 347—350. 352. 353. 355. 357
 —369. 371. 374—376. 378.
 379. 382—385.
 Hero 37. 42. 43—45. 55. 57.
 58. 62. 86. 89 92. 97. 108.
 110. 112. 121. 122. 130. 133.
 137. 145. 151. 152. 155. 162.
 176. 190. 191. 195.
 Heromides 4.
 Heronas 3
 Herundes 3. 4.
 Hultsch, Fr. 28. 35.
 Kutta 75.
 Pappus 28. 34. 35. 37—39. 63.
 Philo 53.
 Plutarchus 28.
 Porphyrius 58.
 Posidonius 26.
 Proclus 4. 6. 7. 11. 12. 16. 17.
 20. 22. 23. 25. 26. 29. 32—34.
 36—39. 43. 44. 47. 49—60.
 62. 63. 65. 86.
 Ptolemaeus 65.
 Pythagoraei 4.
 Ratdolt, Ehrhardus 122.
 Romani 24.
 Sambelichius = Simplicius 1.
 Simplicius 1. 26. 65.
 St'ius 372.
 Theo 122.
 Tûsi 122.
 Yrinus = Hero 42.
 Woepcke, Fr. 112.